

Улитка Паскаля.

Автор: Федорова Анна.

ПРОСНИ



Содержание

- 1). Этьен Паскаль.
- 2). Улитка Паскаля (или лимакона).
- 3). Трисекция угла.
- 4). Кардиоида.
- 5). Эффекты с кривыми.
- 6). Создание шедевров.
- 7). Список использованной литературы, INTERNET-ресурс.

Паскаль. (19.06.1623-19.08.1662)

Французский математик, физик и философ. В 1641 сконструировал суммирующую машину. К 1645 закончил ряд работ по арифметике, теории чисел, алгебре и теории вероятностей, опубликованную в 1665. Паскаль нашел общий признак делимости любого целого числа на любое другое целое число; дал способ нахождения числа сочетаний из n по m ; сформулировал ряд основных положений элементарной теории вероятностей. Труды Паскаля, связанные с циклоидой, явились существенным шагом в развитии анализа бесконечно малых. В 1625 Этьен Паскаль в своей переписке с Мерсенном, у которого частенько собирались за чашкой чая знаменитые геометры, в том числе и Gilles-Personne Roberval, описал метод построения новой кривой, обладающей интересными свойствами (которую впоследствии назвали Улиткой).

ПРОС

Улитка Паскаля.

Улитка Паскаля – плоская алгебраическая кривая 4-го порядка. Уравнение в прямоугольных координатах:

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = l^2(x^2 + y^2);$$

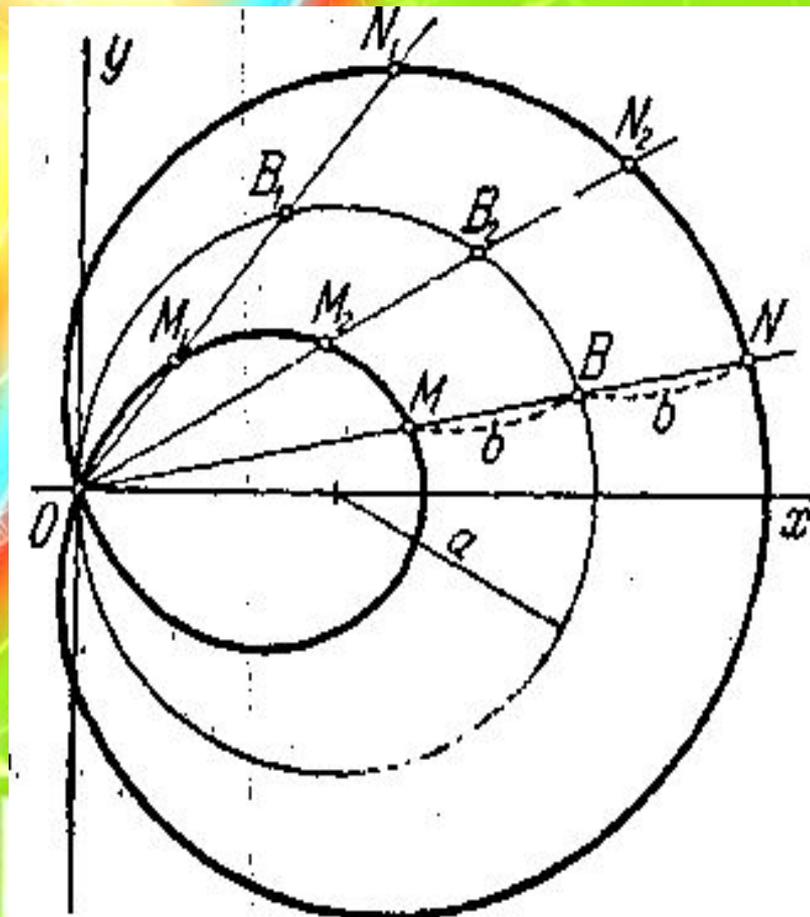
В полярных координатах:

$$\rho = a \cos \varphi + l$$

Симметрична относительно оси ox . Площадь, ограниченная улиткой Паскаля:

$$S = +\pi l^2;$$

Из начала координат проведен луч, пересекающий данную окружность $x^2 + y^2 = 2x$ ($a > 0$) в точке B ; на луче по обе стороны от точки B отложены равные между собой отрезки BM и BN постоянной длины b . При вращении луча точки M и N описывают кривую, называемую улиткой Паскаля.



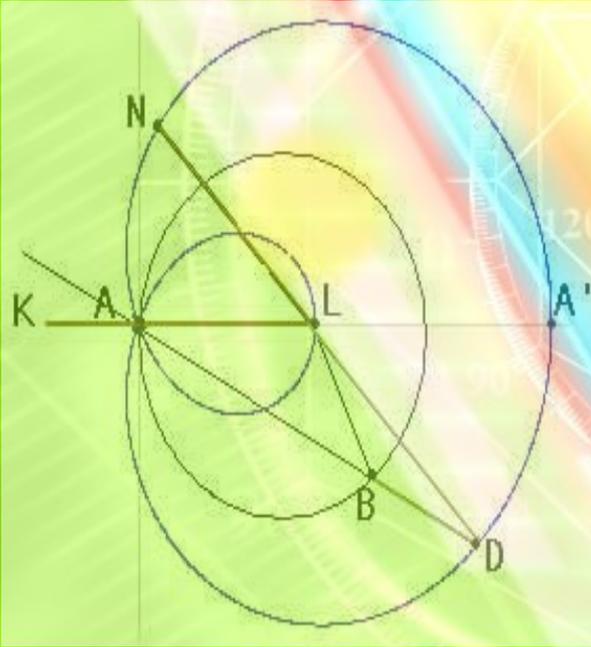
Трисекция угла с помощью улитки Паскаля

Опишем метод деления произвольного угла на три равные части с помощью кривой, названной улиткой Паскаля.

Для построения улитки Паскаля достаточно нарисовать окружность W произвольного радиуса $R = a$, выбрать на ней некоторую точку A и начать вращать вокруг точки A луч AC . Если по обе стороны от второй точки пересечения луча AC с окружностью на луче AC откладывать отрезки, равные радиусу исходной окружности ($R = a$), то получится два набора точек - M и M' . Улитка Паскаля - геометрическое место точек M и M' . Для завершения построения через полученные точки достаточно провести плавную непрерывную линию.



Выполним трисекцию произвольного угла с помощью улитки Паскаля



Пусть требуется разделить на три равные части данный угол KLN . Для этого вычерченная на кальке улитка Паскаля накладывается на угол KLN таким образом, чтобы центр образующей окружности совпал с вершиной угла, а ось улитки AA' - совпала со стороной угла KLN . Точку D (точку пересечения угла с улиткой) соединим с точкой A . Тогда угол ADL будет искомым, то есть $\angle ADL = \frac{1}{3}$ угла KLN .

Доказательство:

соединим точку B (в которой образующая окружность пересекает AD) с точкой C .

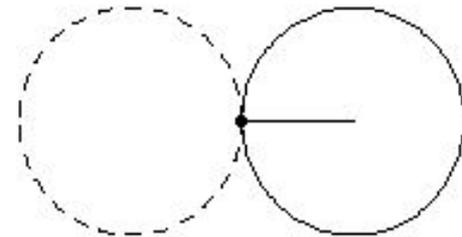
Треугольники ABL и LBD - равнобедренные, так как $AL = LB = BD = a$. Угол $BDL = x$ следовательно, угол $BLD = x$, таким образом получаем, что угол $ABL = 2x$, следовательно, угол $BAL = 2x$.

Отсюда угол $KLN = \text{угол } D + \text{угол } BAL = x + 2x$.

Получаем : $x = \frac{1}{3}$ угла KLN .

Кардиоида (Cardioid)

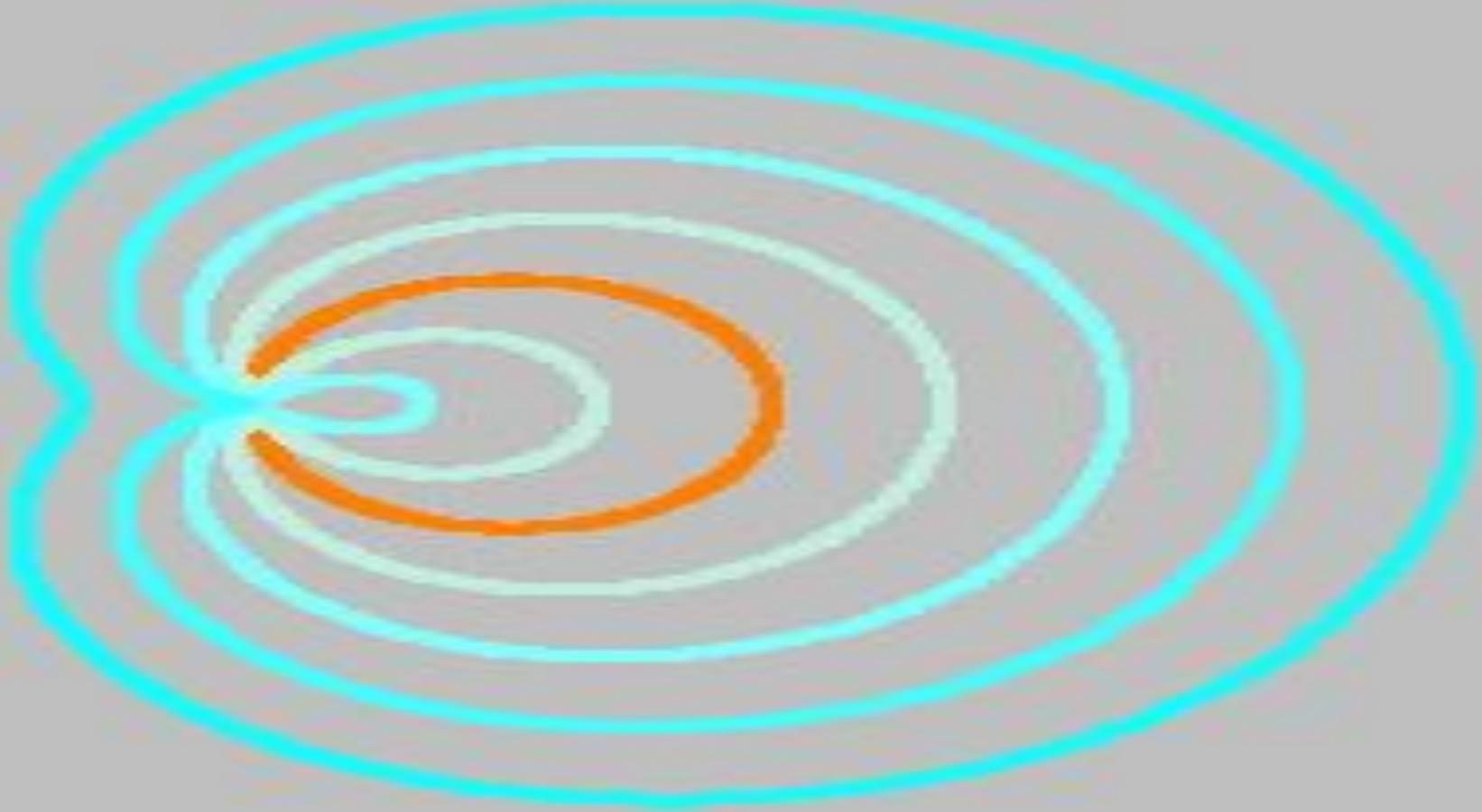
- Если использовать две окружности с одинаковыми радиусами и вращать одну вокруг другой, то получится **кардиоида** (греч.кардиа – сердце) - по мнению математиков, получаемая кривая отдаленно напоминает сердце
- Формула $r = 2a(1 + \cos(\theta))$ рисует кардиоиду

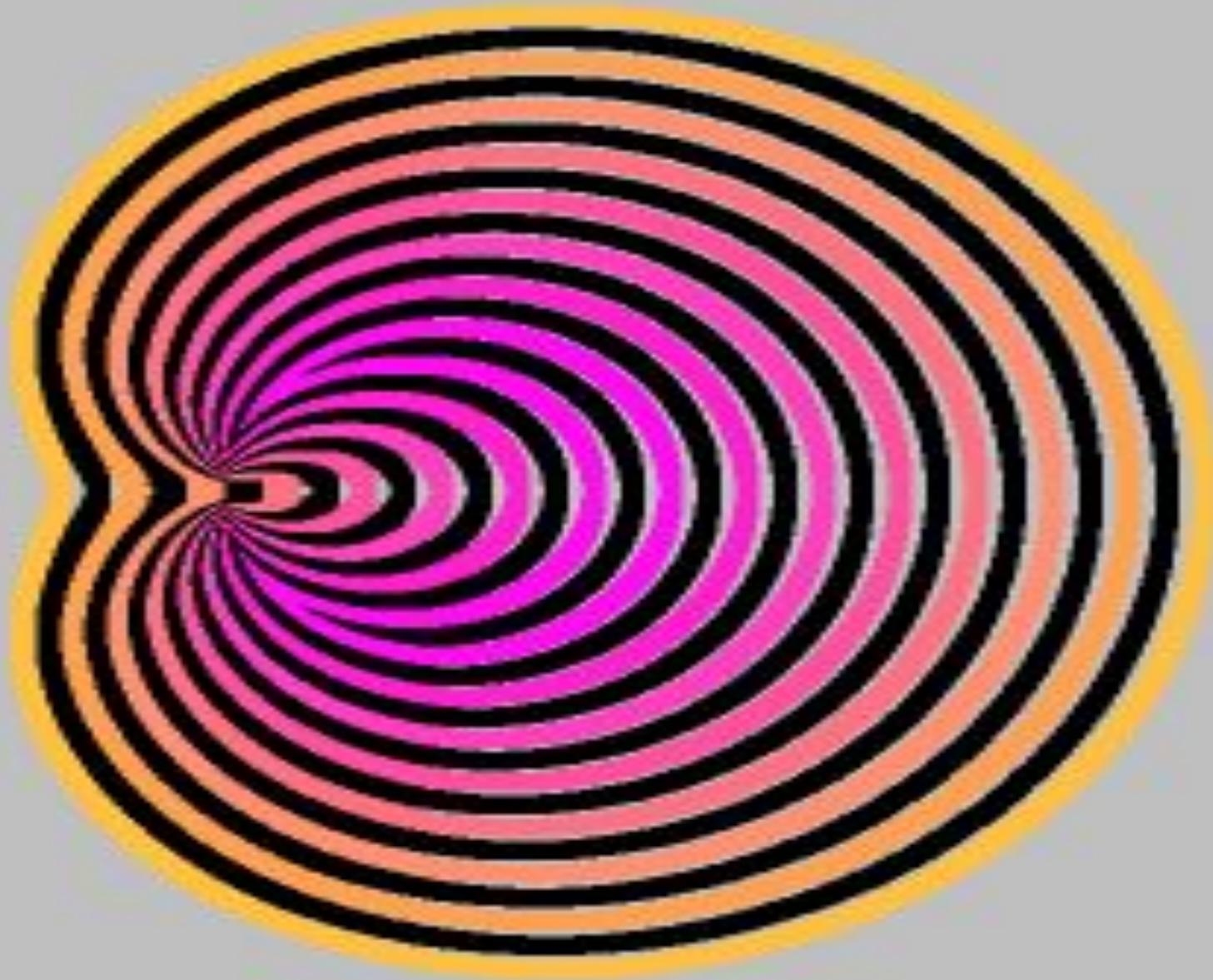


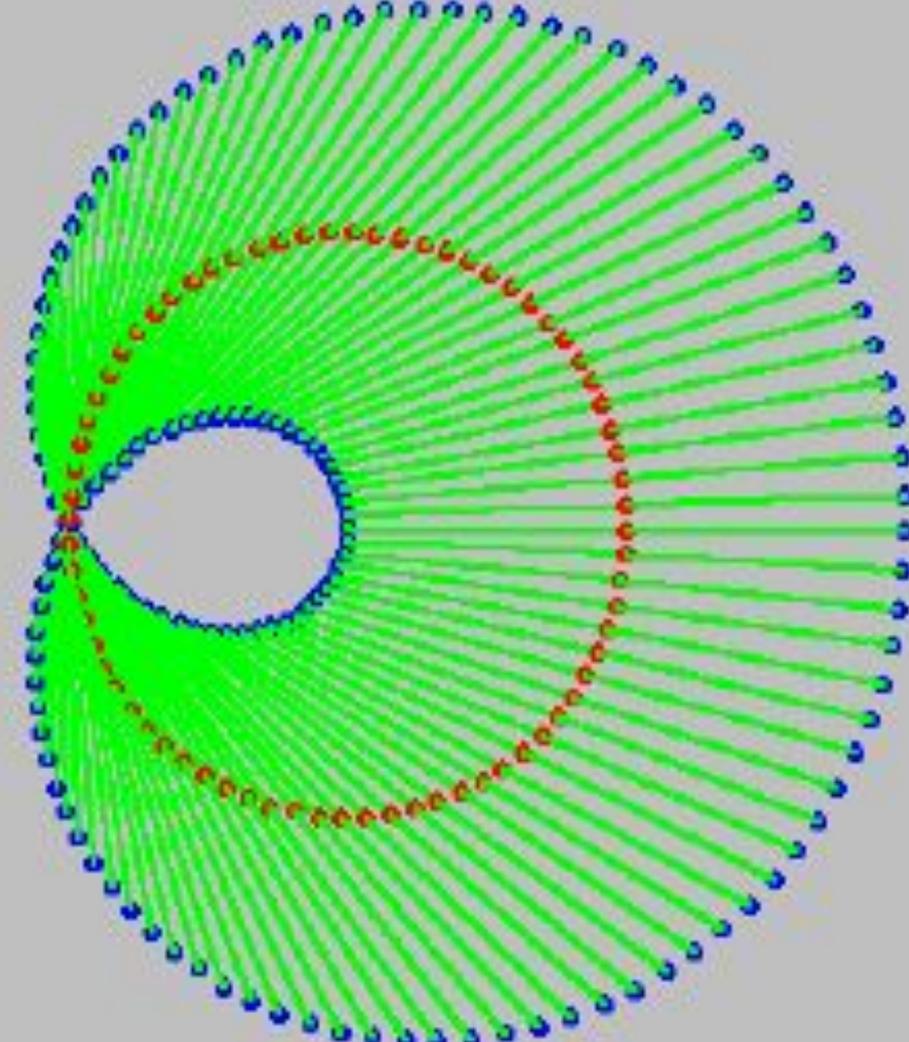
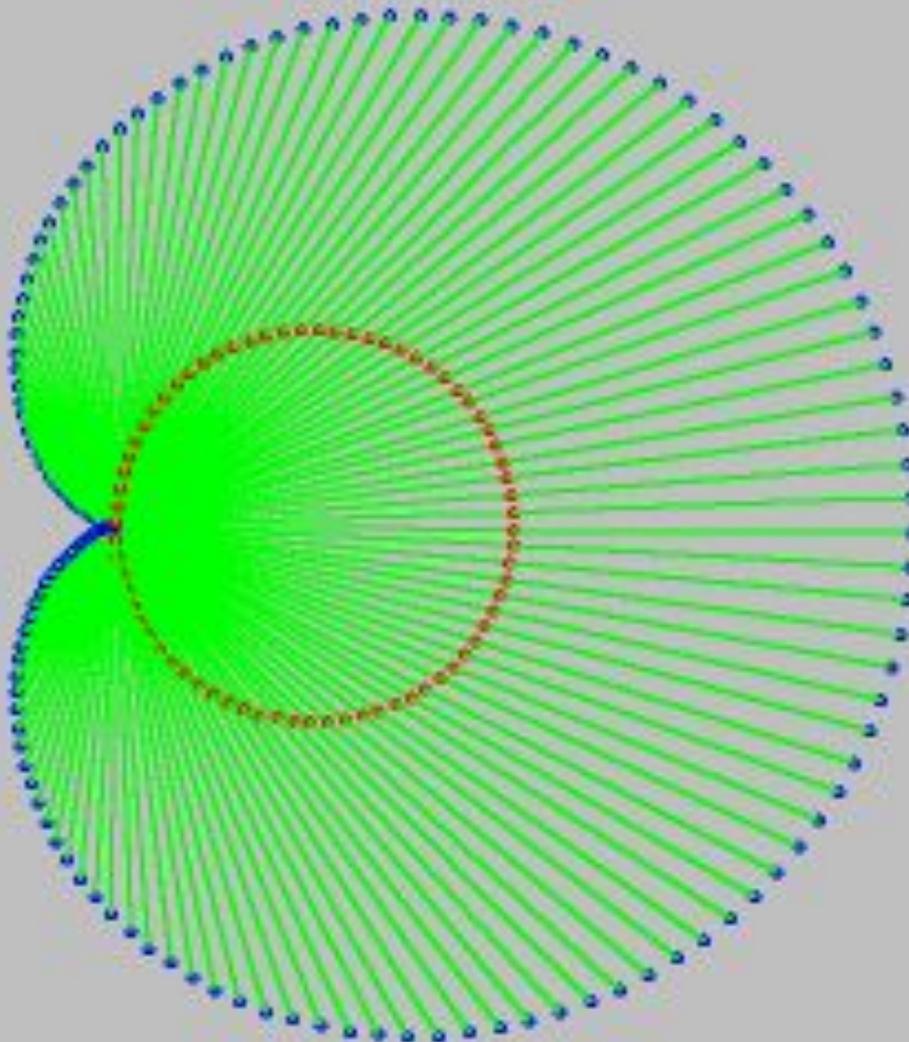
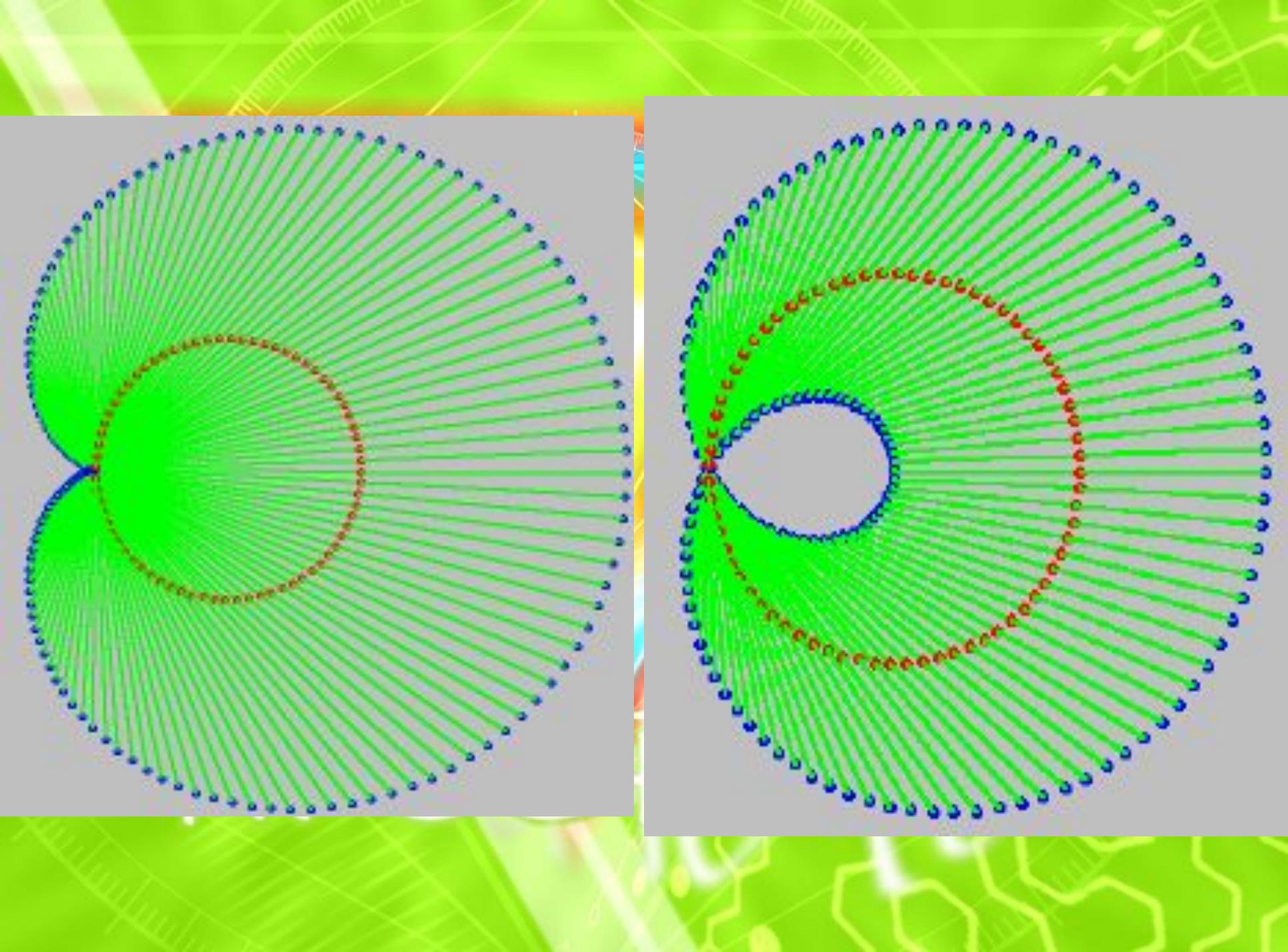
ПРОСТИМСЯ!

Эффекты с кривыми

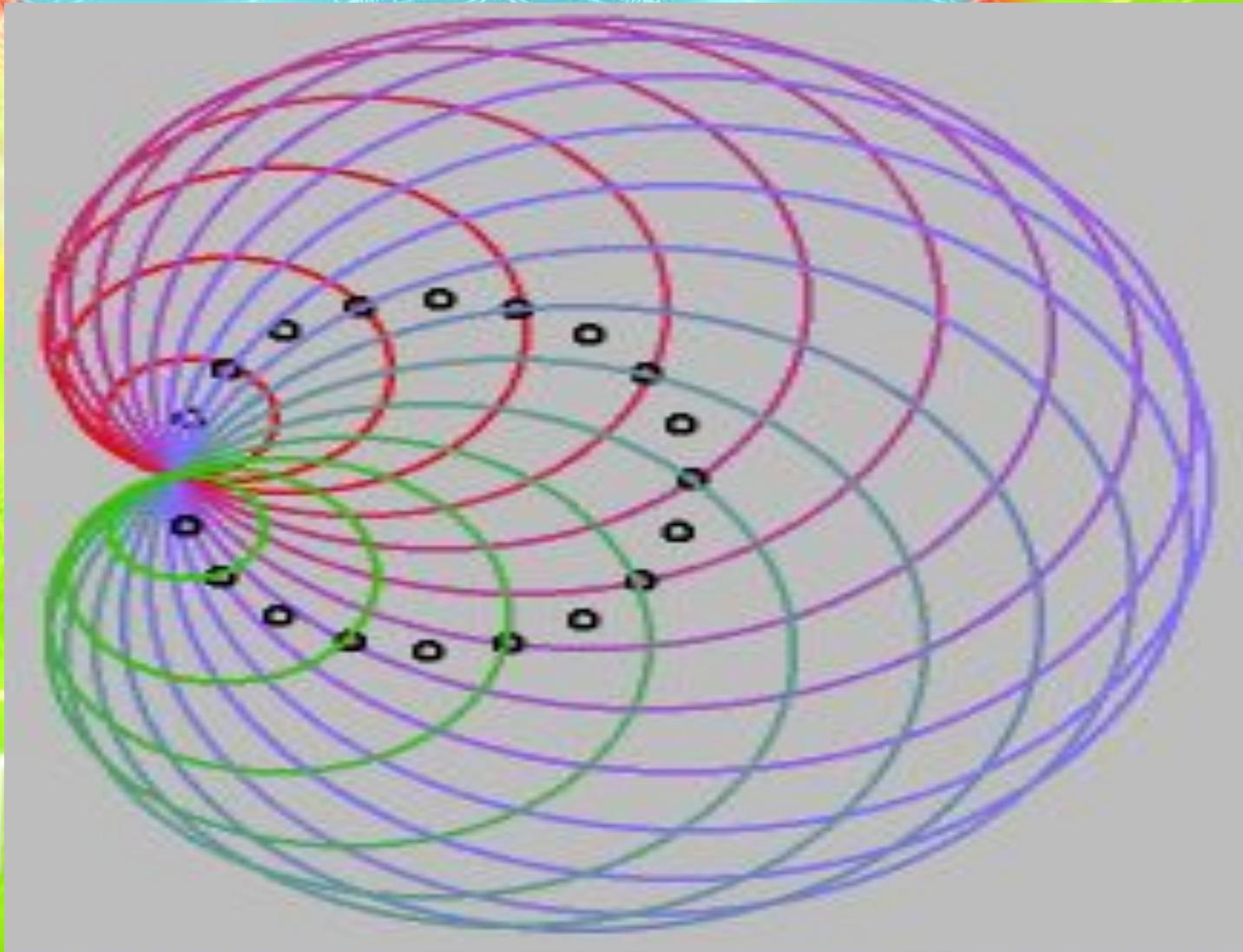
В нашем примере a - величина постоянная, а b меняется в цикле от $b=0$ до $b=8$. Вы видите, как меньшая петля вырождается в точку, а большая удваивает свой радиус, превращаясь в кардиоиду.

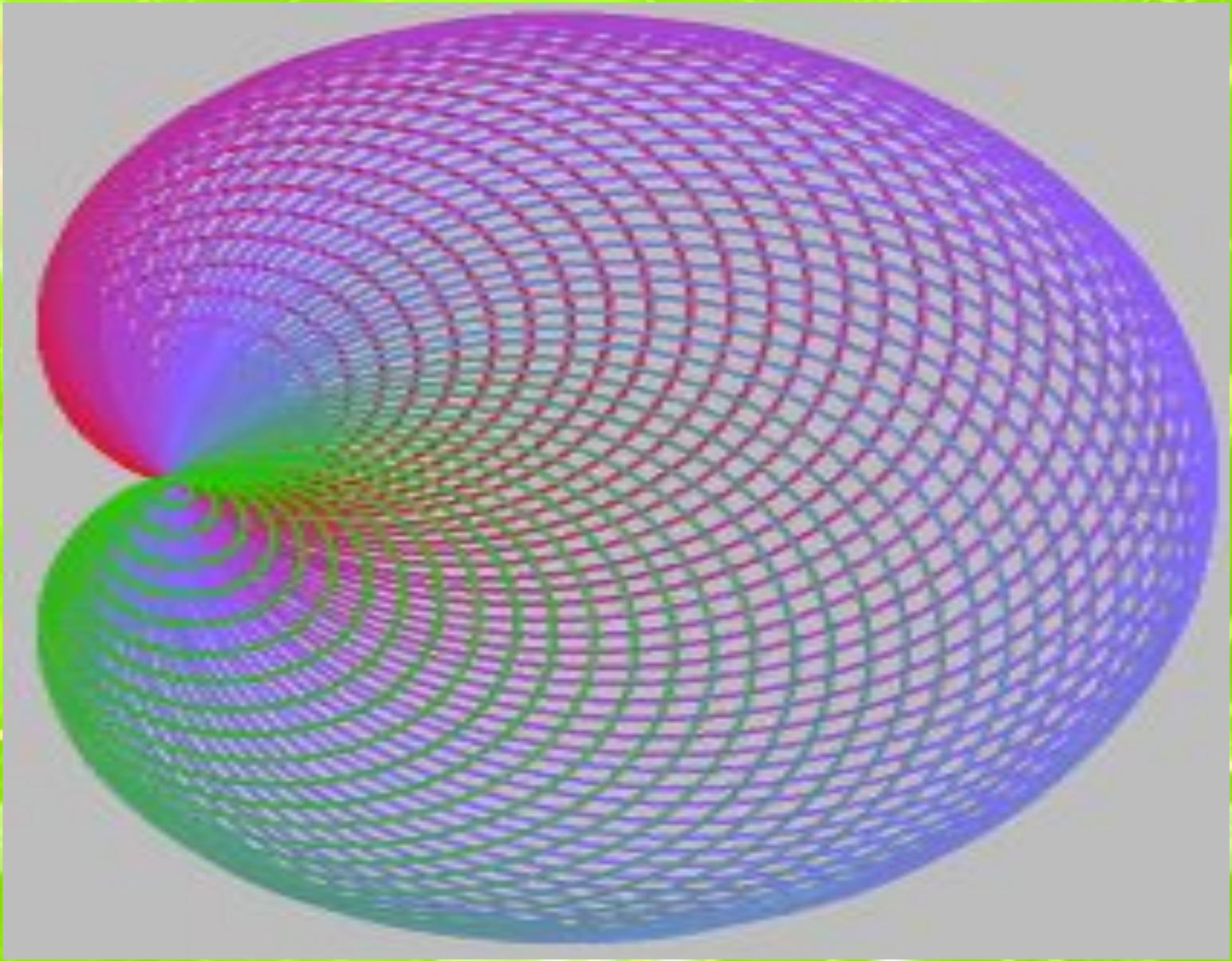






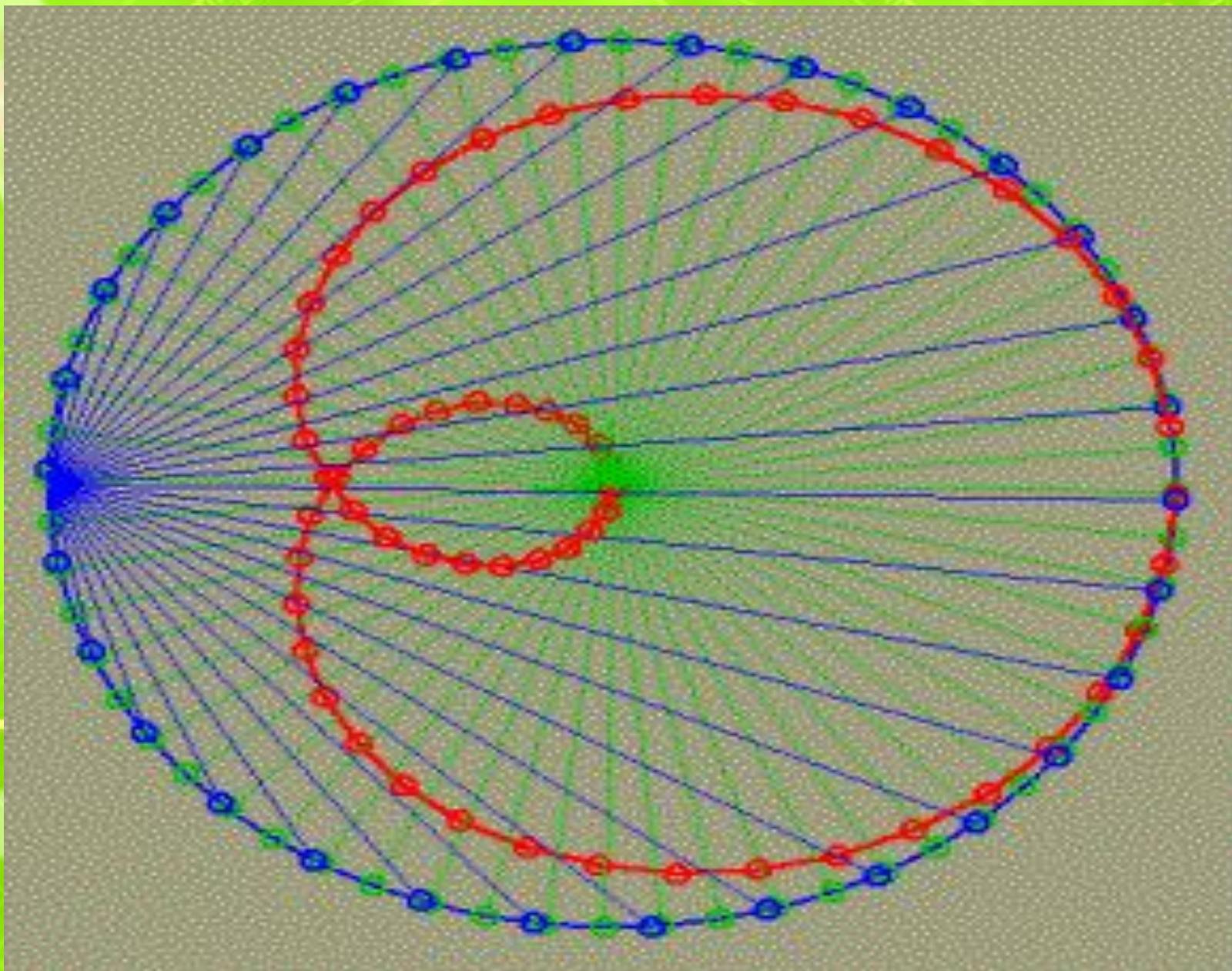
Создание шедевров

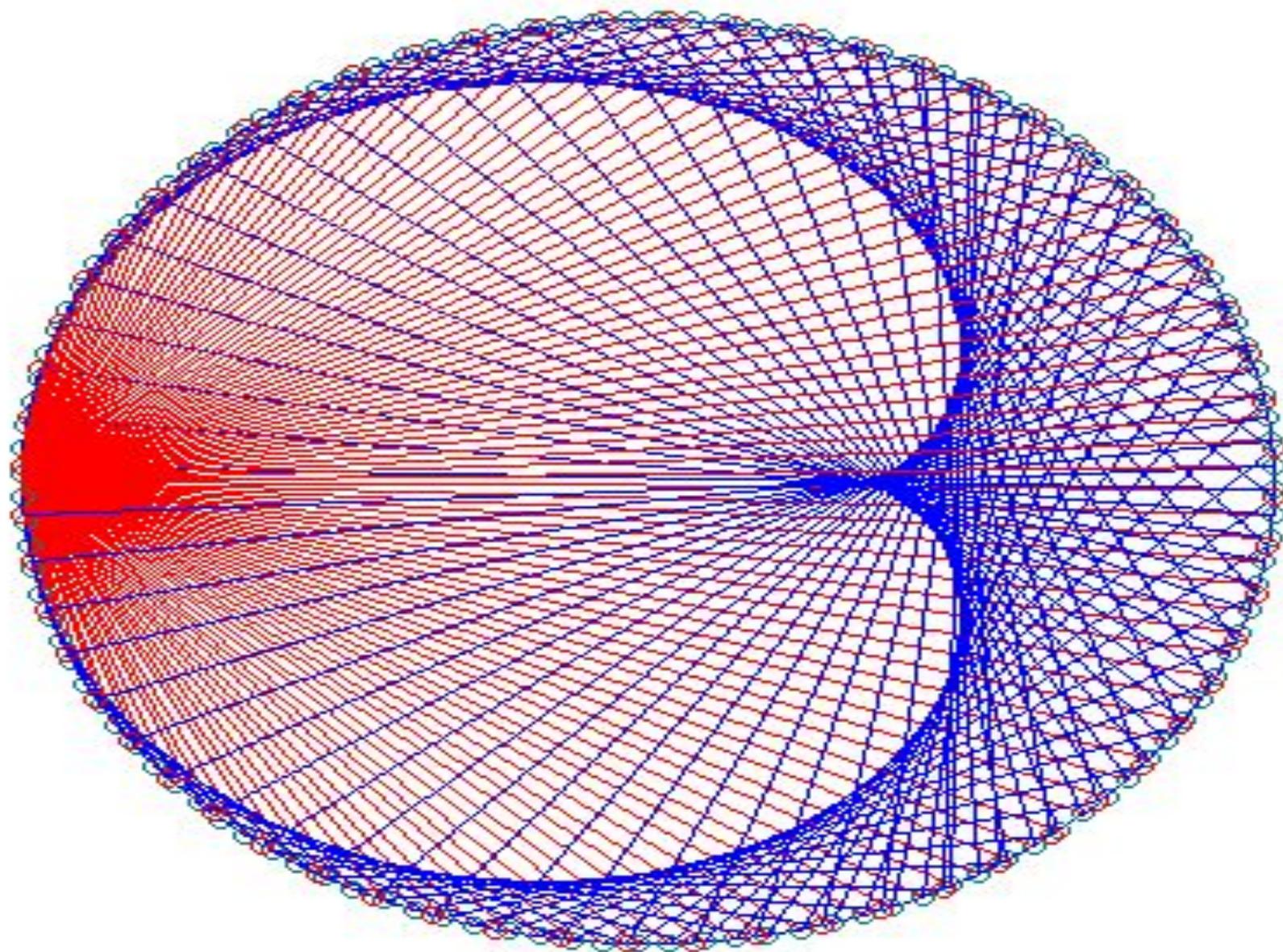




- Теперь нас отделяет от создания шедевра один маленький шаг делаем толщину линии побольше (например, 55 пикселей) и раскрашиваем каждый четный круг в желтый цвет, а нечетный в черный. И получаем шедевр поп-арта, которому позавидовал бы сам Малевич.





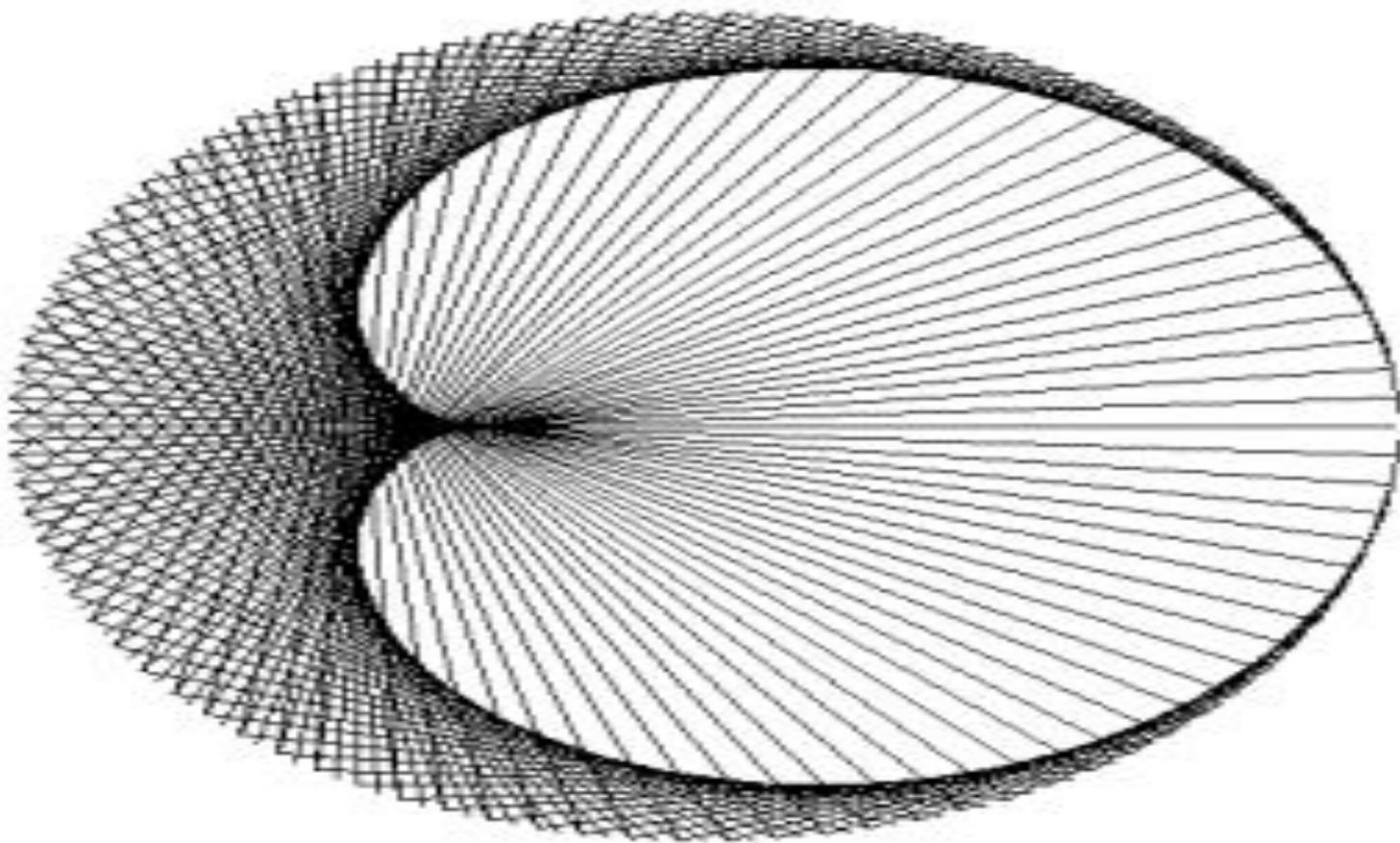


Паутина

На окружности берутся точки с определенным шагом, и каждая из них соединяется с такой же точкой, но сдвинутой по фазе в какое-то число раз (n). Это число можно задавать или брать случайным образом. Точки пересечения хорд сливаются в муаровый узор самых замысловатых форм. При $n=1$ не нарисуеться ничего, так как начальные и конечные точки линий совпадают, зато при увеличении n будут появляться фигуры с узлами, причем количество узлов равно $n-1$. Нас же особенно интересует случай для $n=2$, при этом нарисуеться фигура, хорошо уже изученная нами кардиоида. При $n=3$ так называемая нефроида с двумя узлами. Если $n-1$ делитель числа 360, то картинка проявляет

н
л

ла



Список литературы:

Прохоров «Большая энциклопедия»

Угринович Н.Д. «Информатика и
информационные Технологии»

Учеб. для 10-11 классов – М.:БИНОМ, 2005г.

Интернет-ресурсы:

www.rubricon.com

Программное обеспечение:

Adobe Photoshop

MS Power Point