

# Теорема о трех

---

# перпендикулярах

---

Нас мало. Нас может быть трое...

Б. Пастернак.

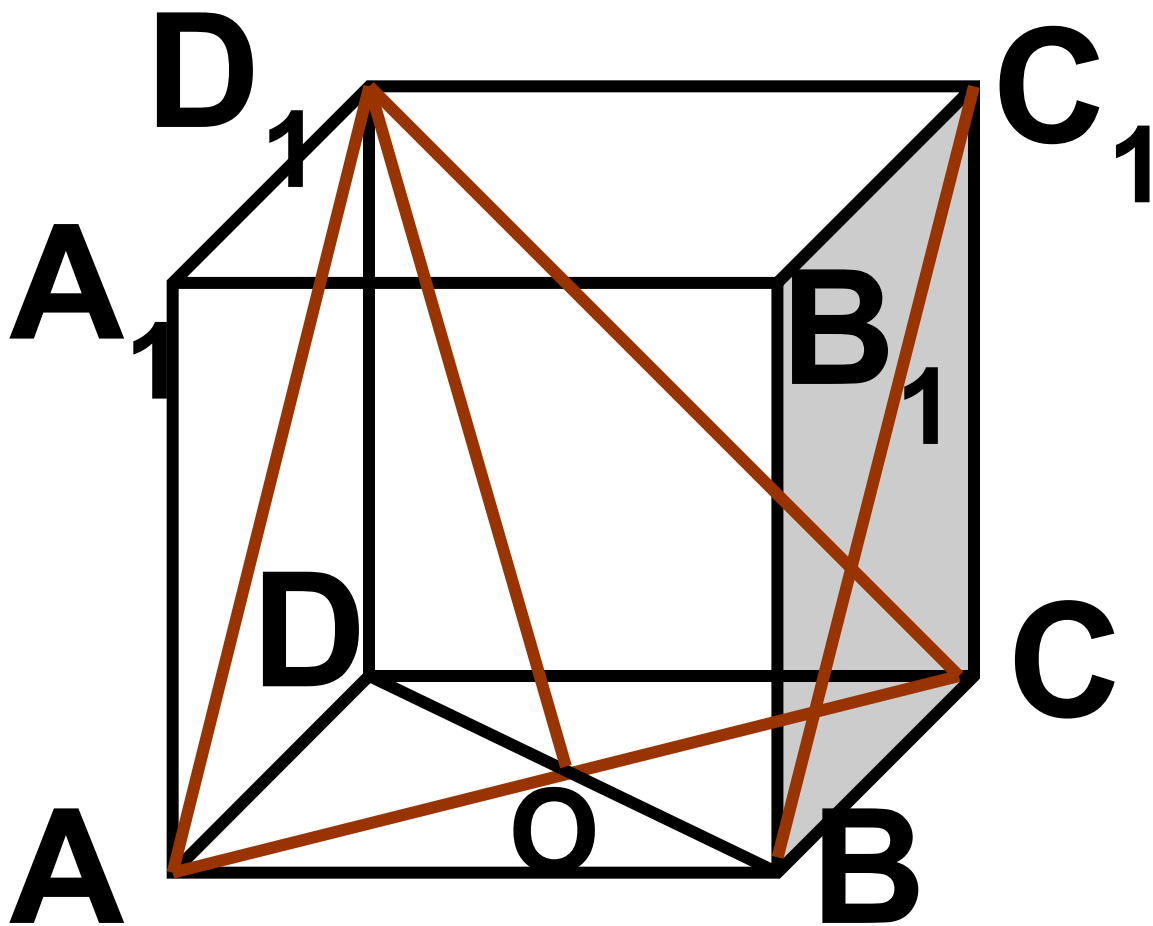
Из цикла «Я их мог позабыть»

# Задачи на доказательство

*Доказать, что*

1)  $AC \perp D_1O$

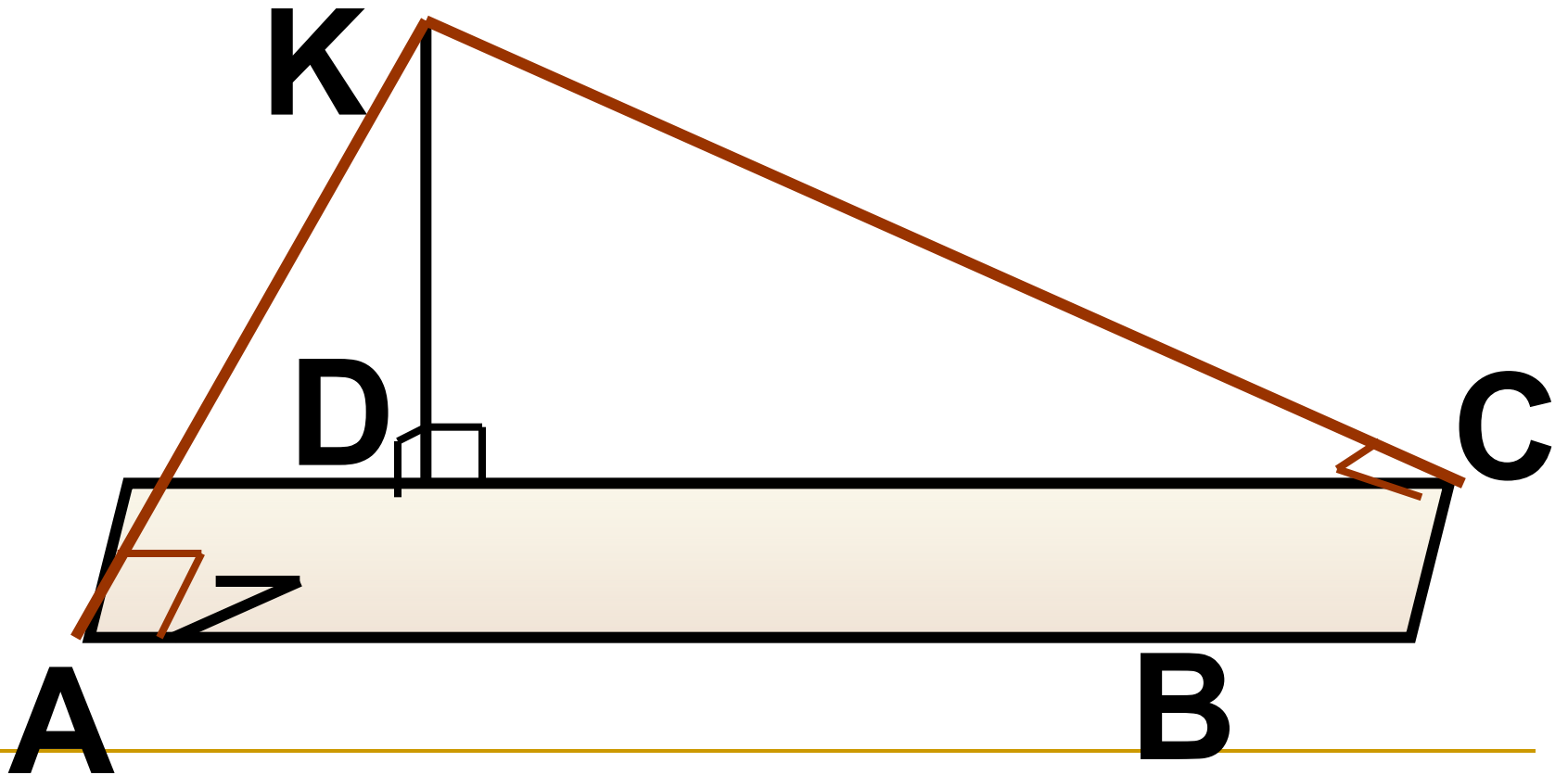
2)  $\angle ABC_1 = 90^\circ$



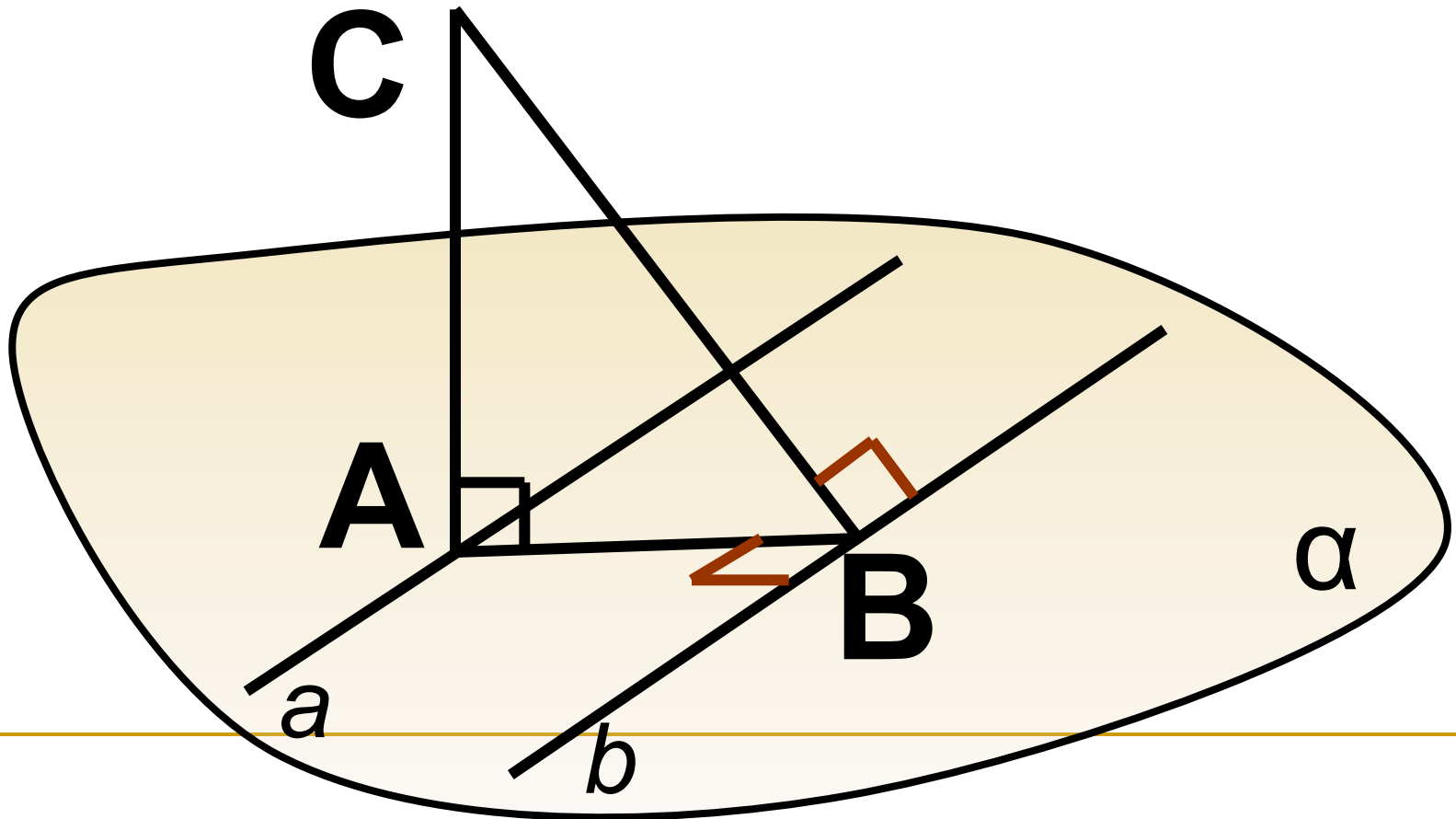
$ABCD$  – прямоугольник

$KD \perp (ABC)$

Доказать, что :  $\angle KAB = \angle KCB = 90^\circ$



*Среди точек прямой  $b$  точка  $B$  является ближайшей к точке  $A$ .  
Докажите, что она ближайшая к точке  $C$*

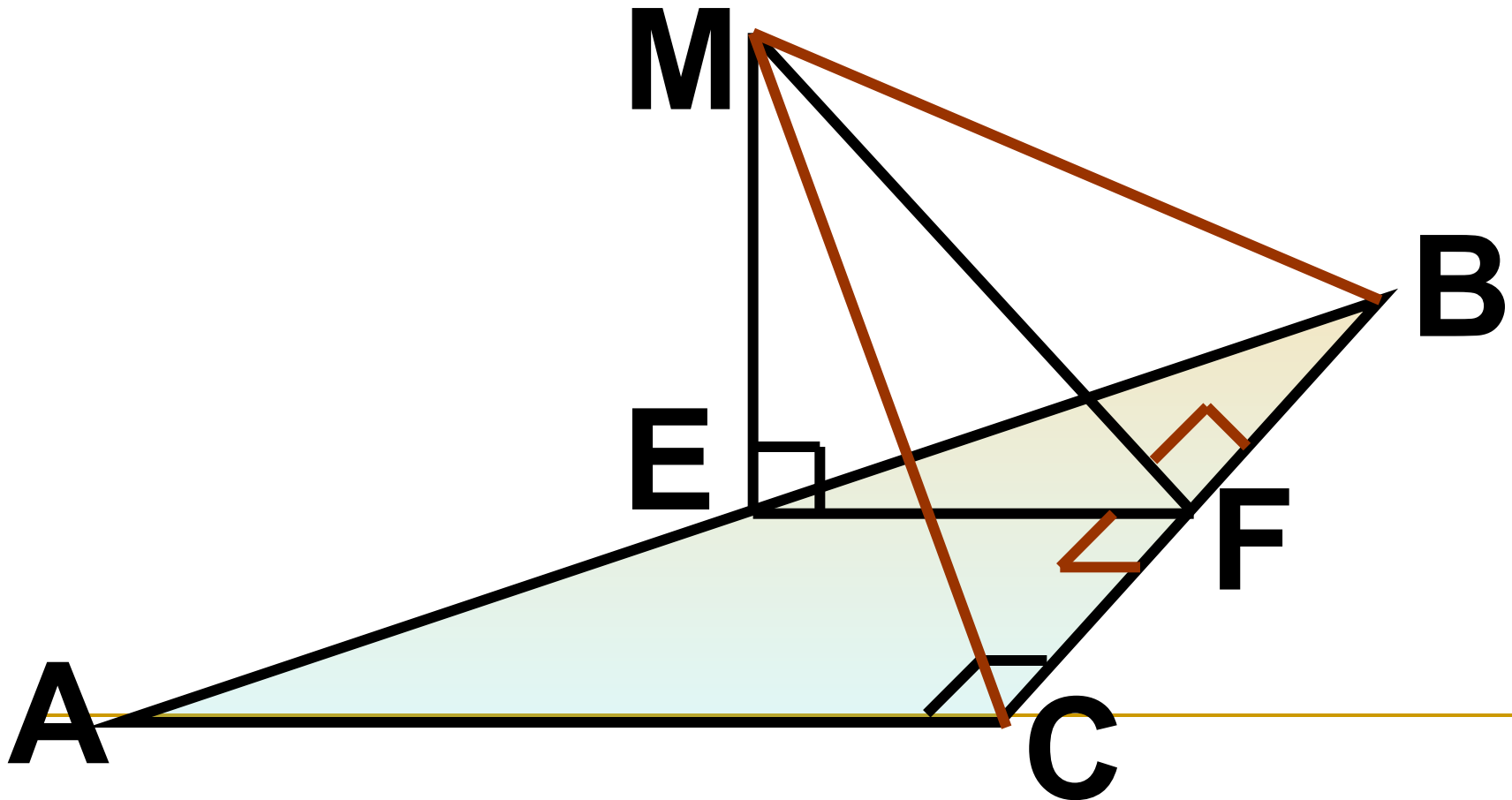


**EF** – средняя линия  
прямоугольного треугольника  
**ABC**, **ME** – перпендикуляр к  
плоскости этого треугольника

*Докажите, что*

1)  $MF \perp AC$

2)  $MC = MA$



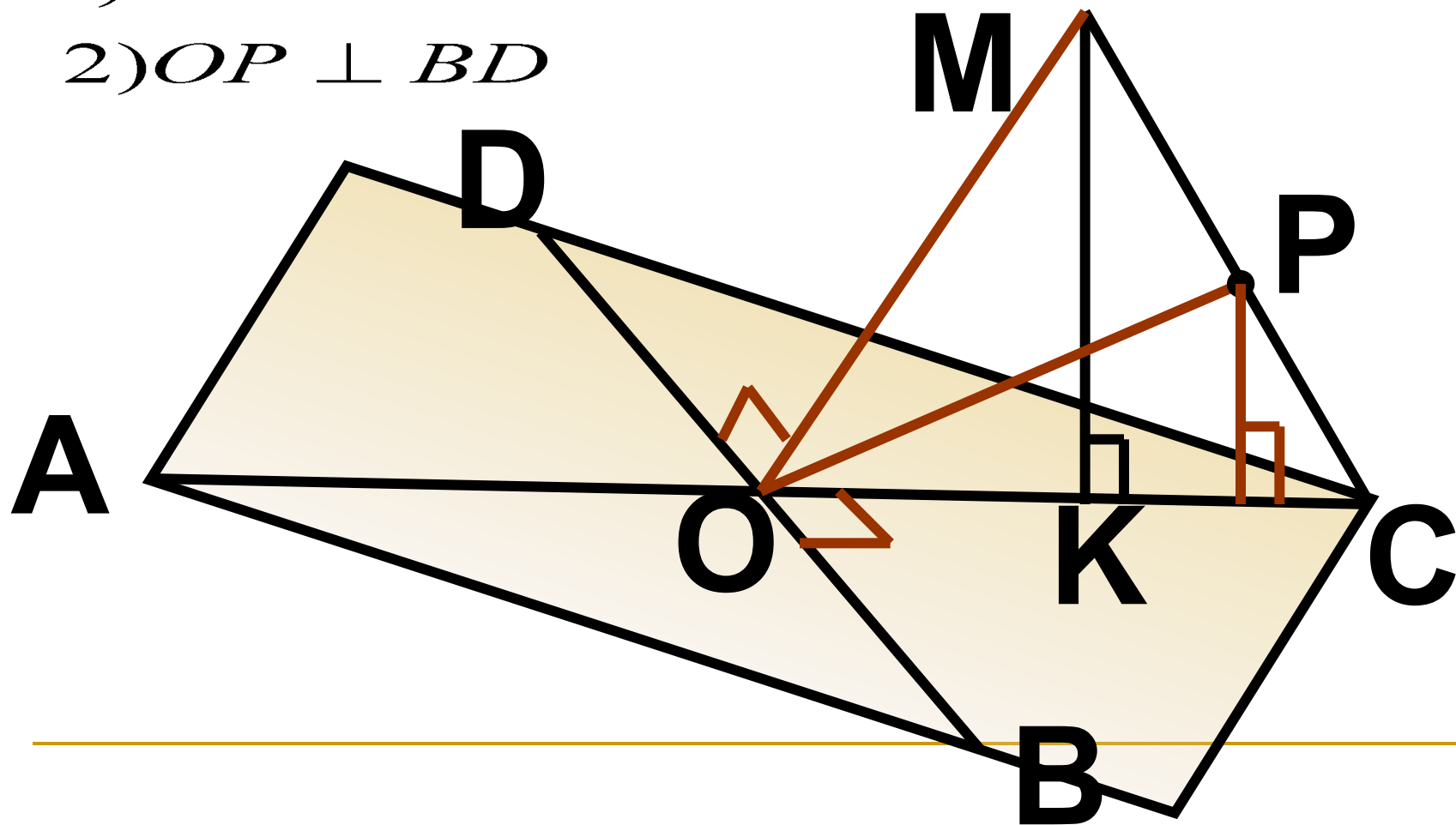
Дано :  $ABCD$  – ромб,

$MK \perp (ABC), P \in MC$

Доказать, что :

1)  $OM \perp BD$

2)  $OP \perp BD$

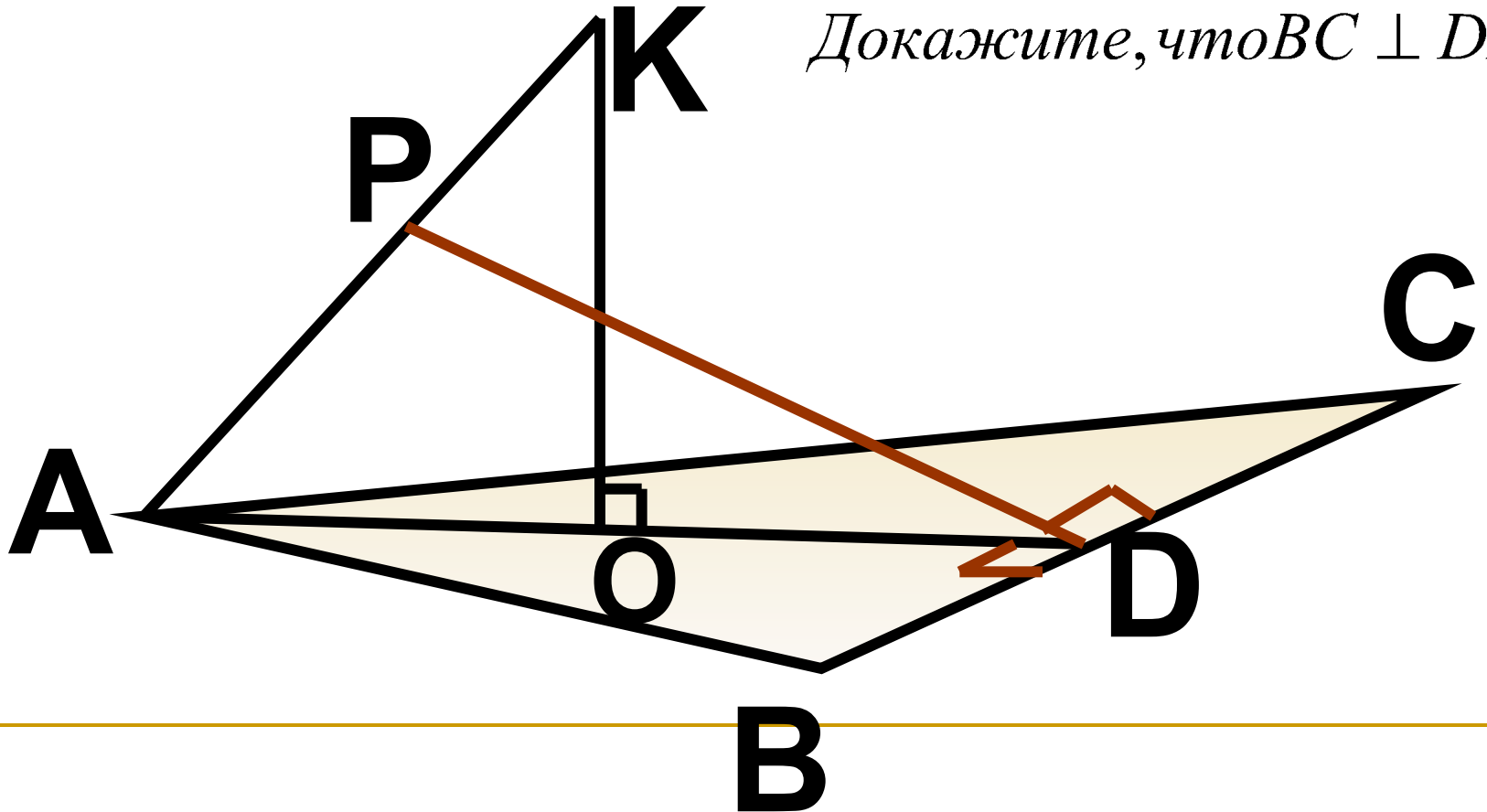


$\triangle ABC$  – равнобедренный  
( $AB = AC$ )

$AD$  – высота  $\triangle ABC$ ,

$OK \perp (ABC)$ ,  $P \in AK$

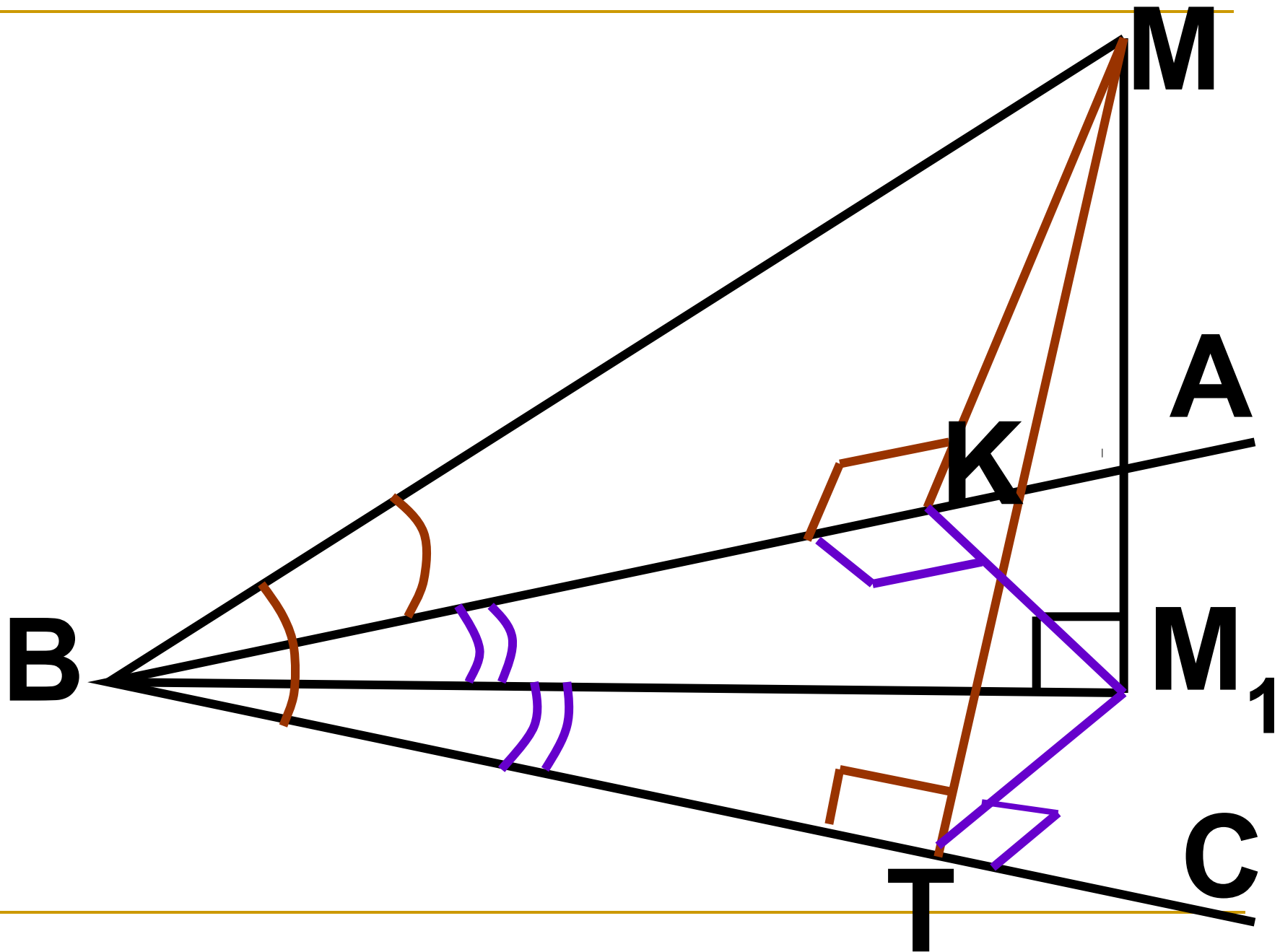
Докажите, что  $BC \perp DP$



- Через точку  $M$  проведены наклонная  $MV$  и перпендикуляр  $MM_1$  к плоскости угла  $ABC$ . Острые углы  $MAV$  и  $MVC$  равны.
- Докажите, что

$$\angle M_1VA = \angle M_1VC$$

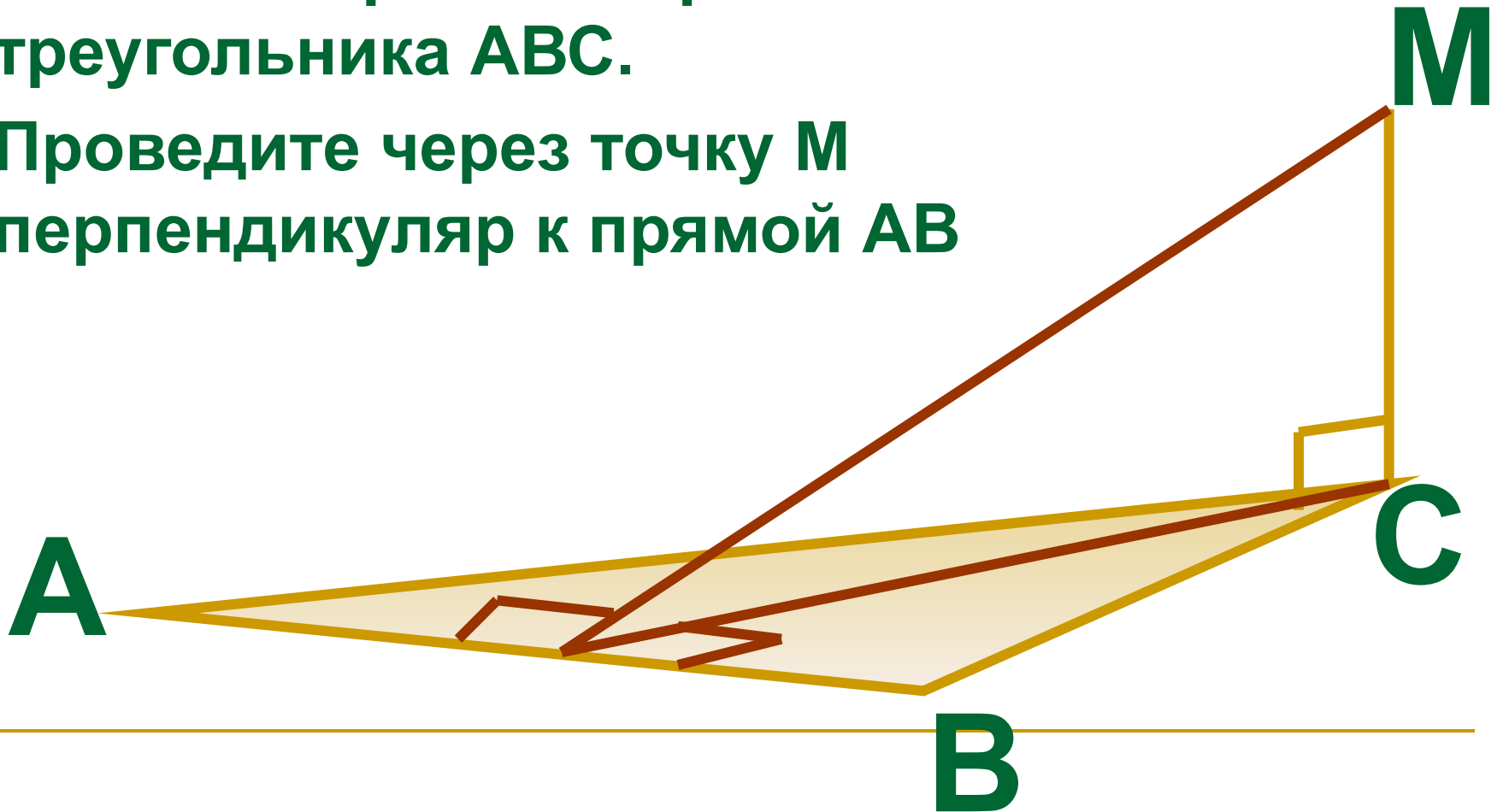




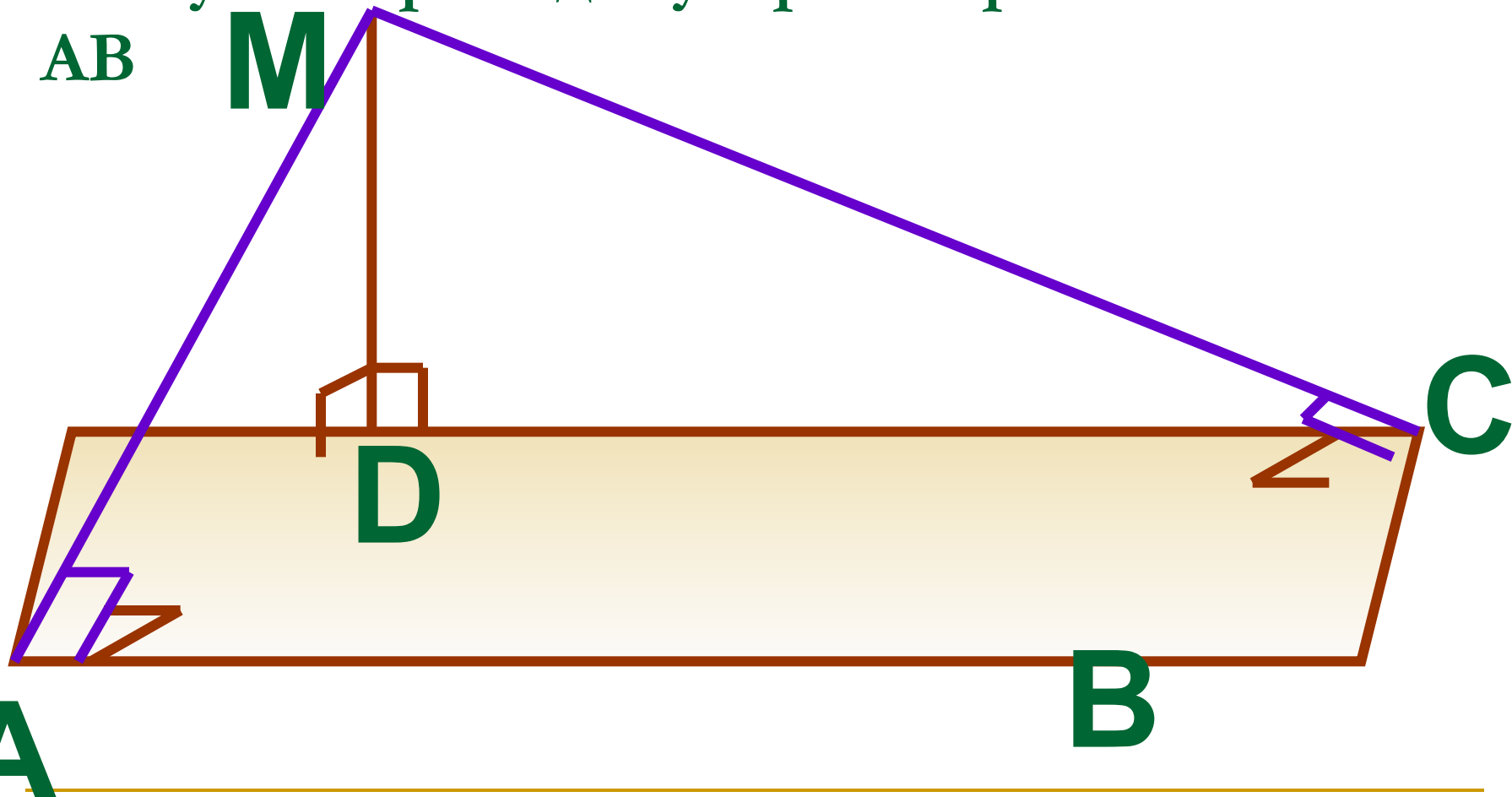
# Задачи на построение

- Отрезок  $MC$  перпендикулярен плоскости равностороннего треугольника  $ABC$ .

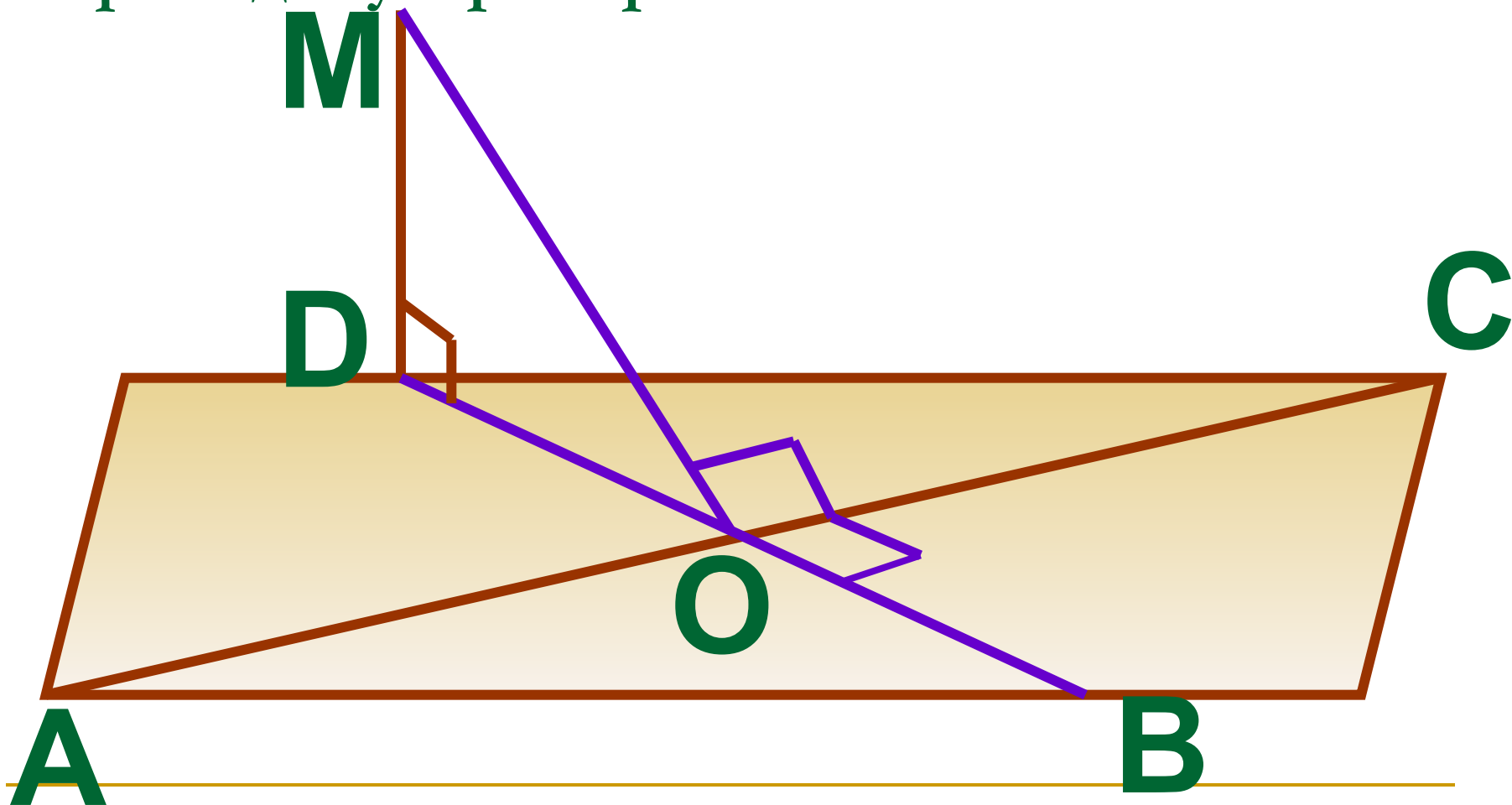
- Проведите через точку  $M$  перпендикуляр к прямой  $AB$



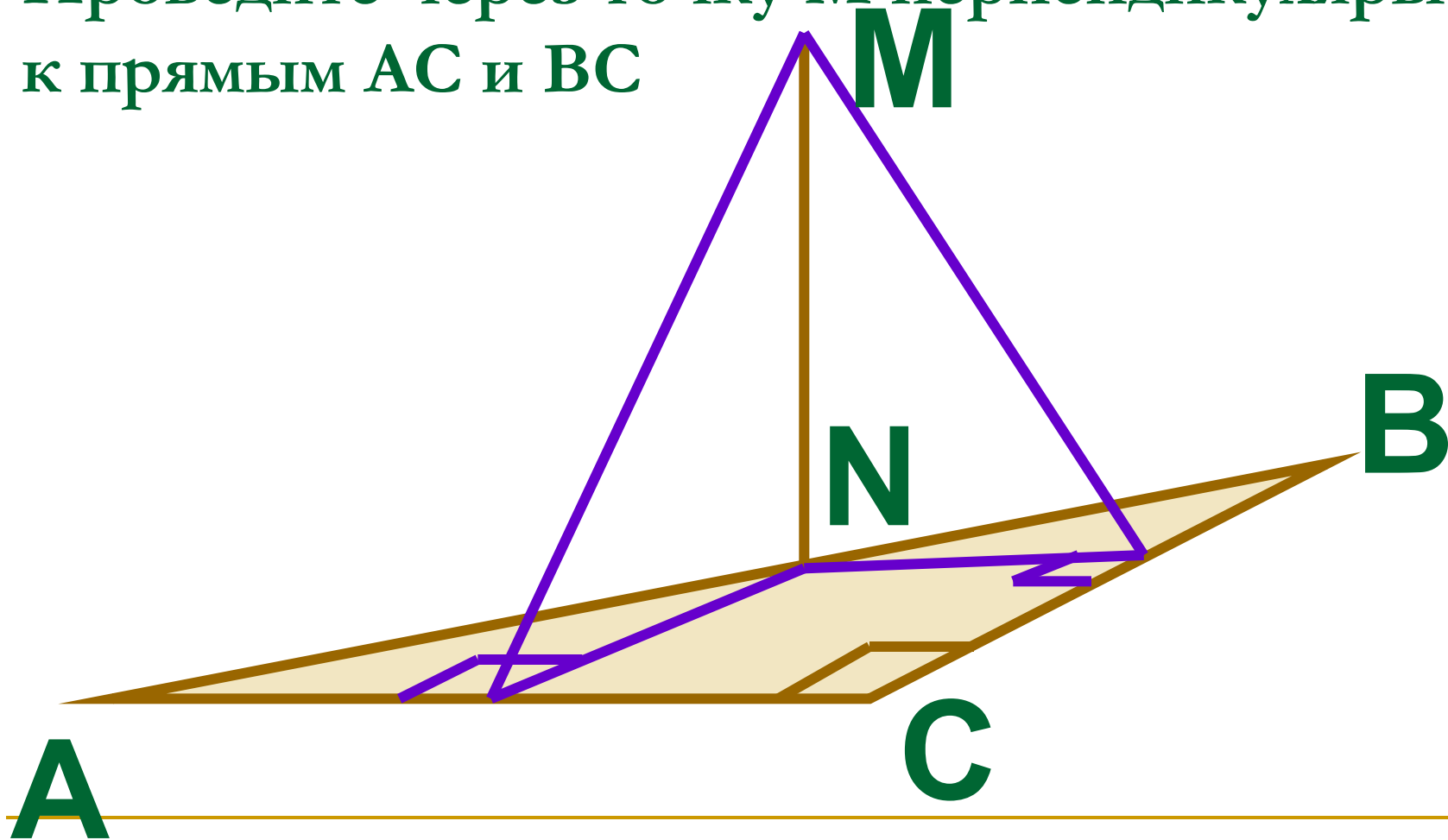
Отрезок  $MD$  перпендикулярен плоскости  
прямоугольника  $ABCD$ . Проведите через  
точку  $M$  перпендикуляры к прямым  $BC$  и  
 $AB$



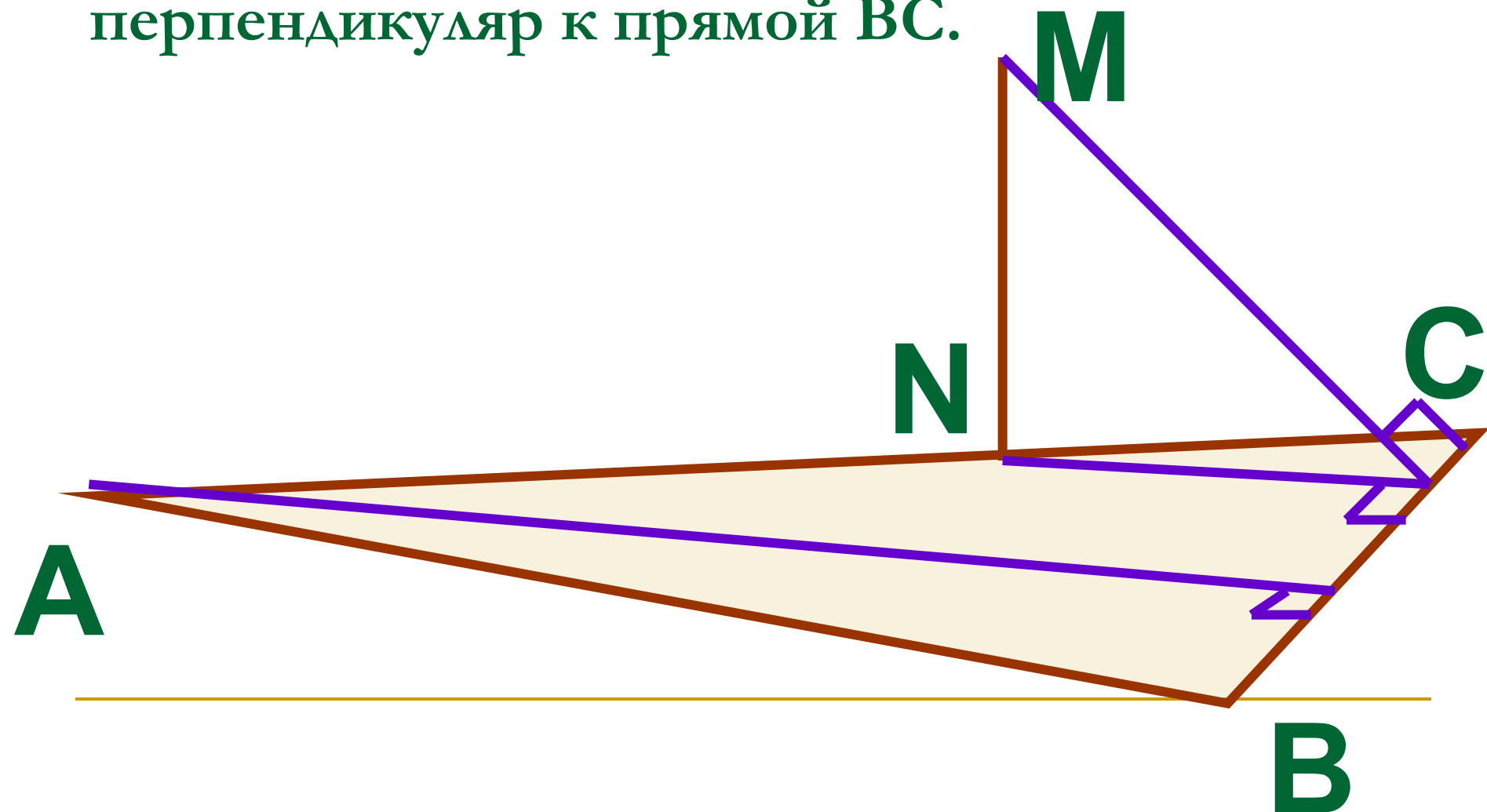
Отрезок  $MA$  перпендикулярен плоскости ромба. Проведите через точку  $M$  перпендикуляр к прямой  $AC$



Отрезок  $MN$  перпендикулярен плоскости  
прямоугольного треугольника  $ABC$ .  
Проведите через точку  $M$  перпендикуляры  
к прямым  $AC$  и  $BC$



Отрезок  $MN$  перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB=AC$ ). Проведите через точку  $M$  перпендикуляр к прямой  $BC$ .

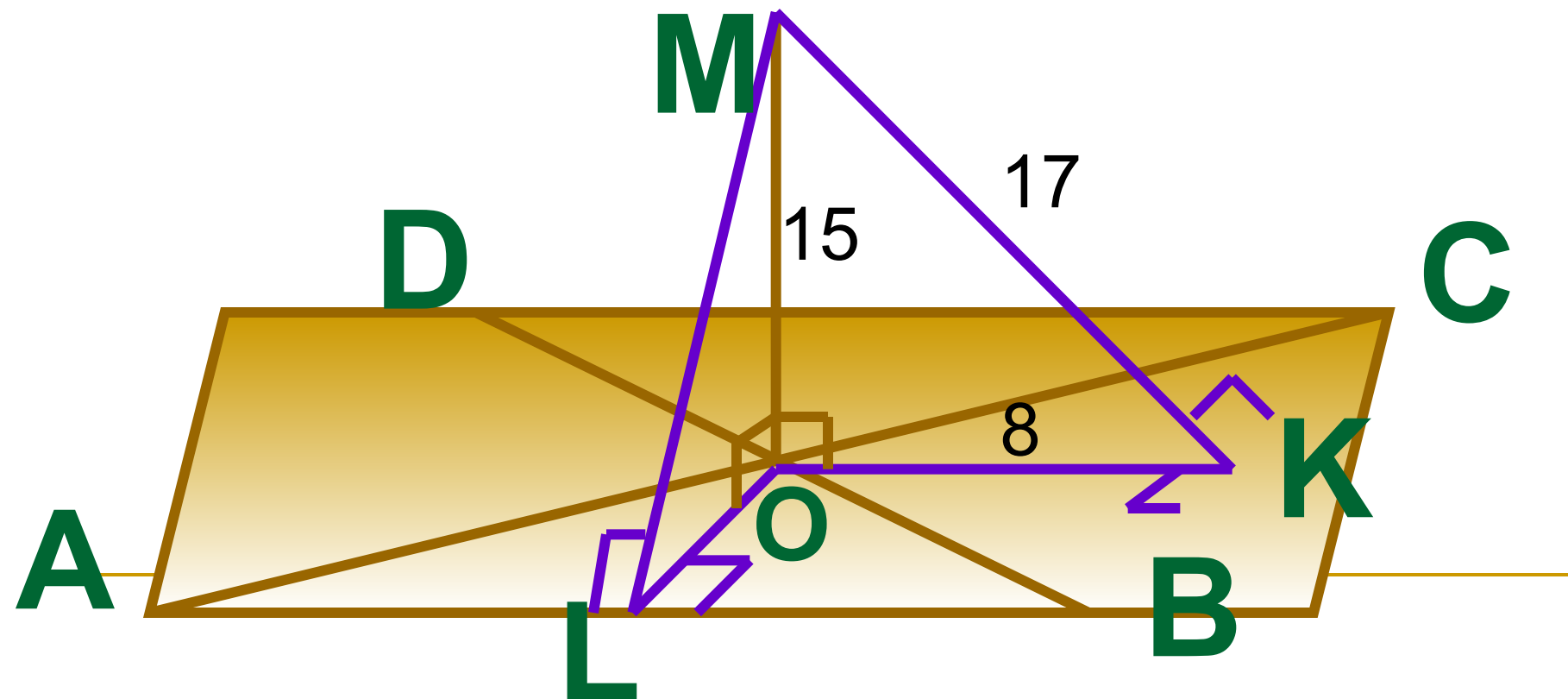


# Задачи на вычисление

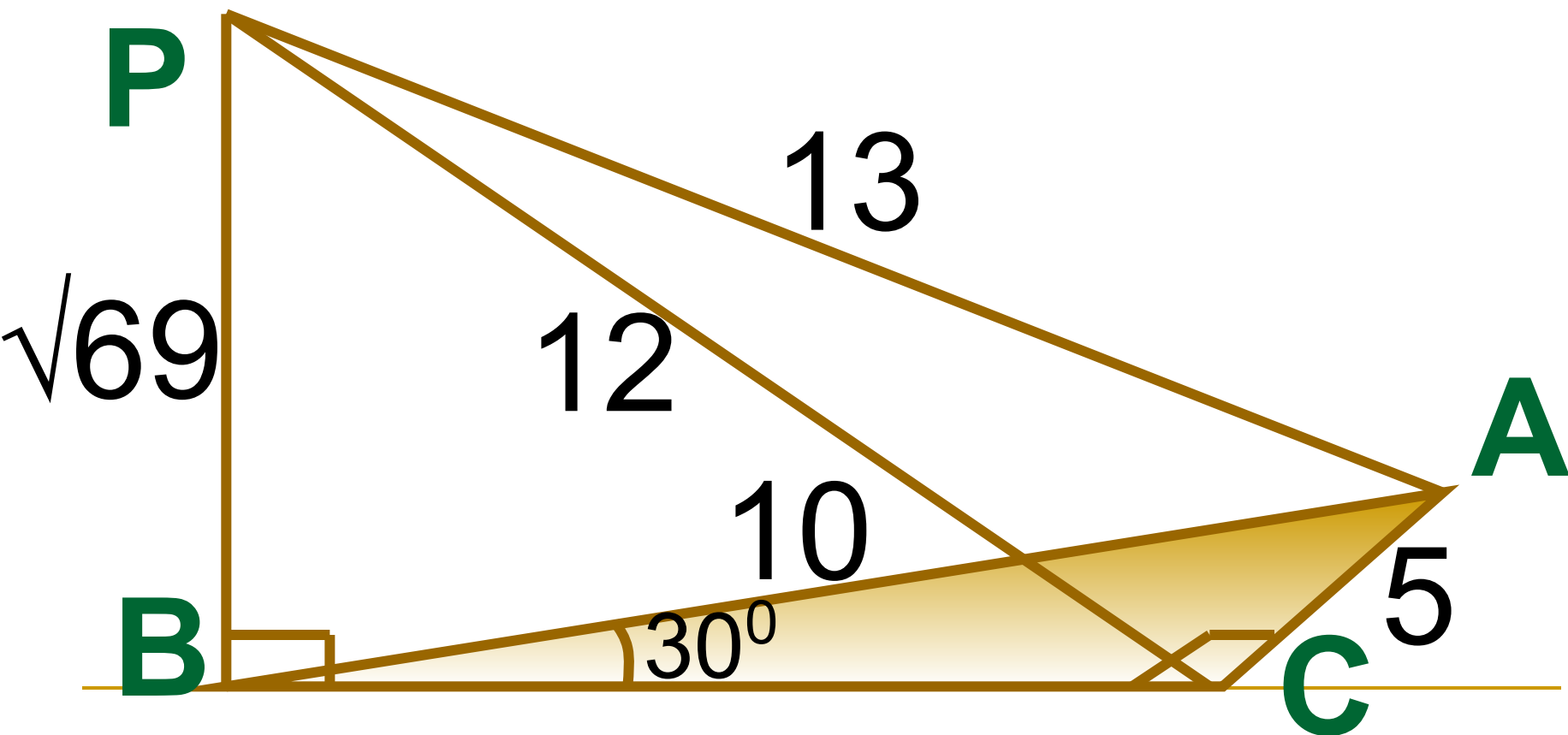
$ABCD$  – квадрат

$MO \perp (ABC)$ ,  $MO = 15$  см,  $AB = 16$  см

Найти :  $\rho(M, AB)$ ;  $\rho(M, AD)$ ;  $\rho(M, DC)$ ;  $\rho(M, BC)$



$\Delta ABC, \angle C = 90^\circ, PB \perp (ABC),$   
 $PA = 13 \text{ см}, \angle B = 30^\circ, AC = 5 \text{ см}$   
 Найдите:  $\rho(P, AC); \rho(P, (ABC))$

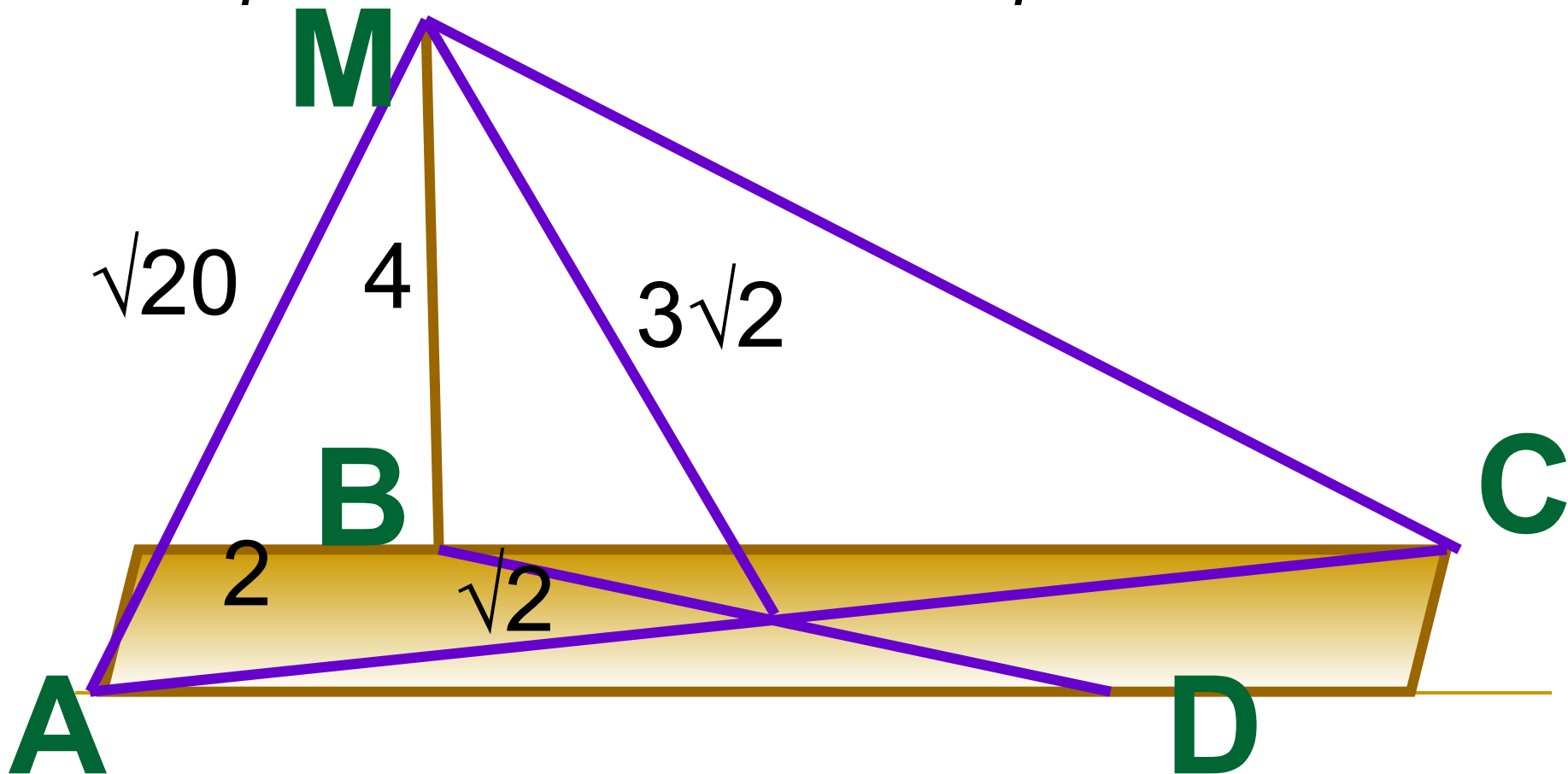




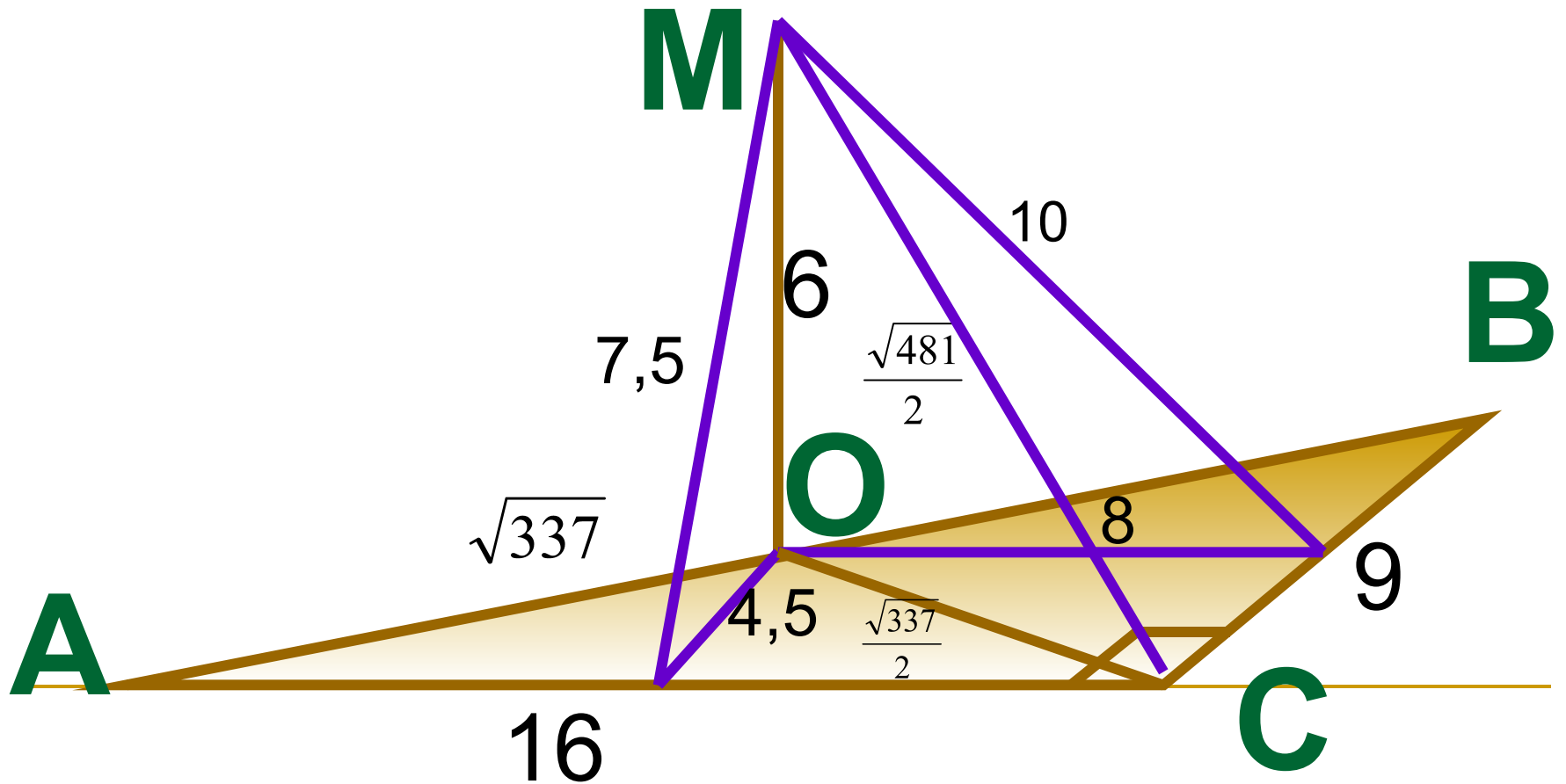
$ABCD$  – квадрат,  $BM \perp (ABC)$ ,

$BM = 4, AB = 2$

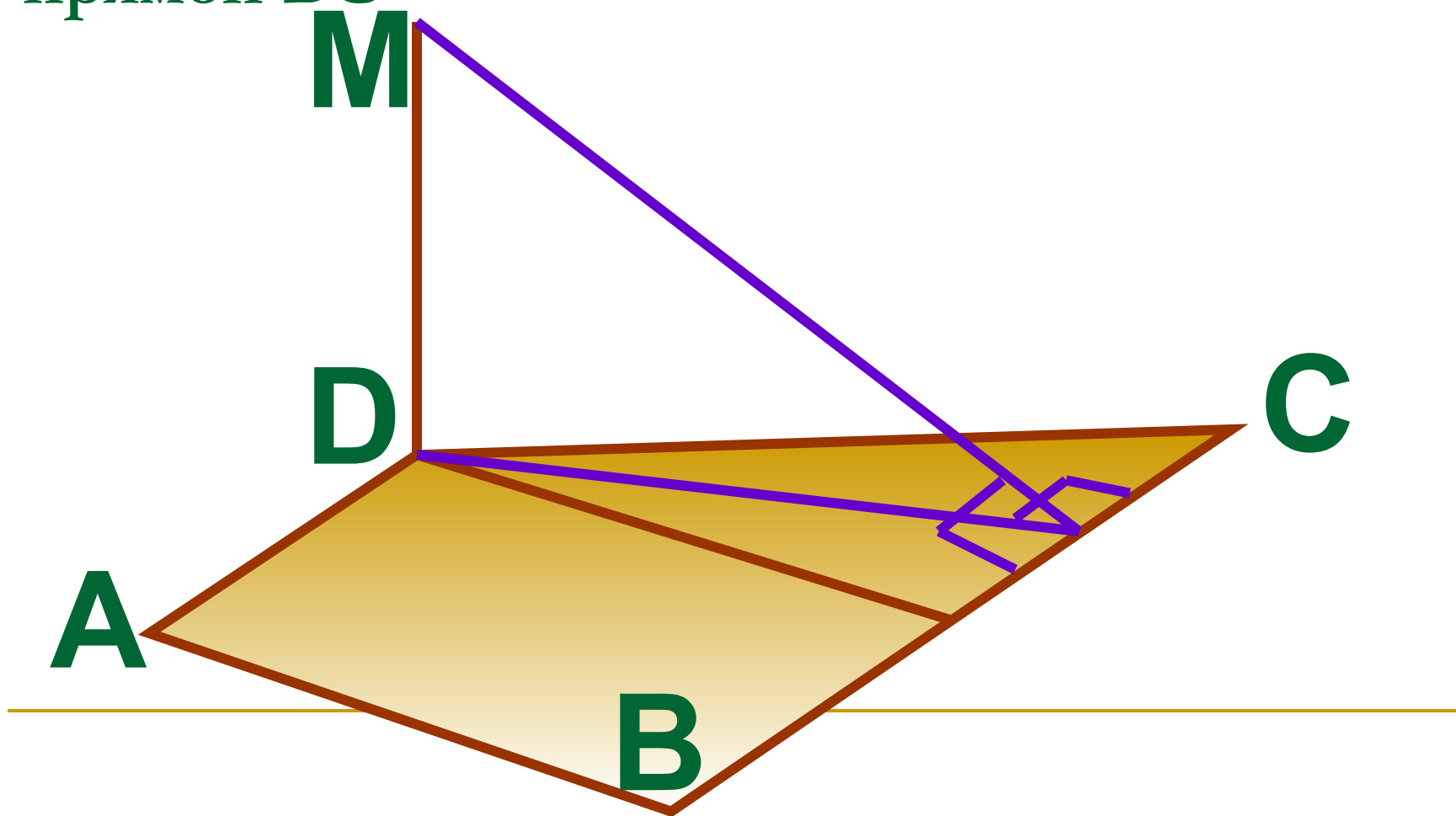
Найти: расстояние от точки  $M$  до  
сторон и диагоналей квадрата



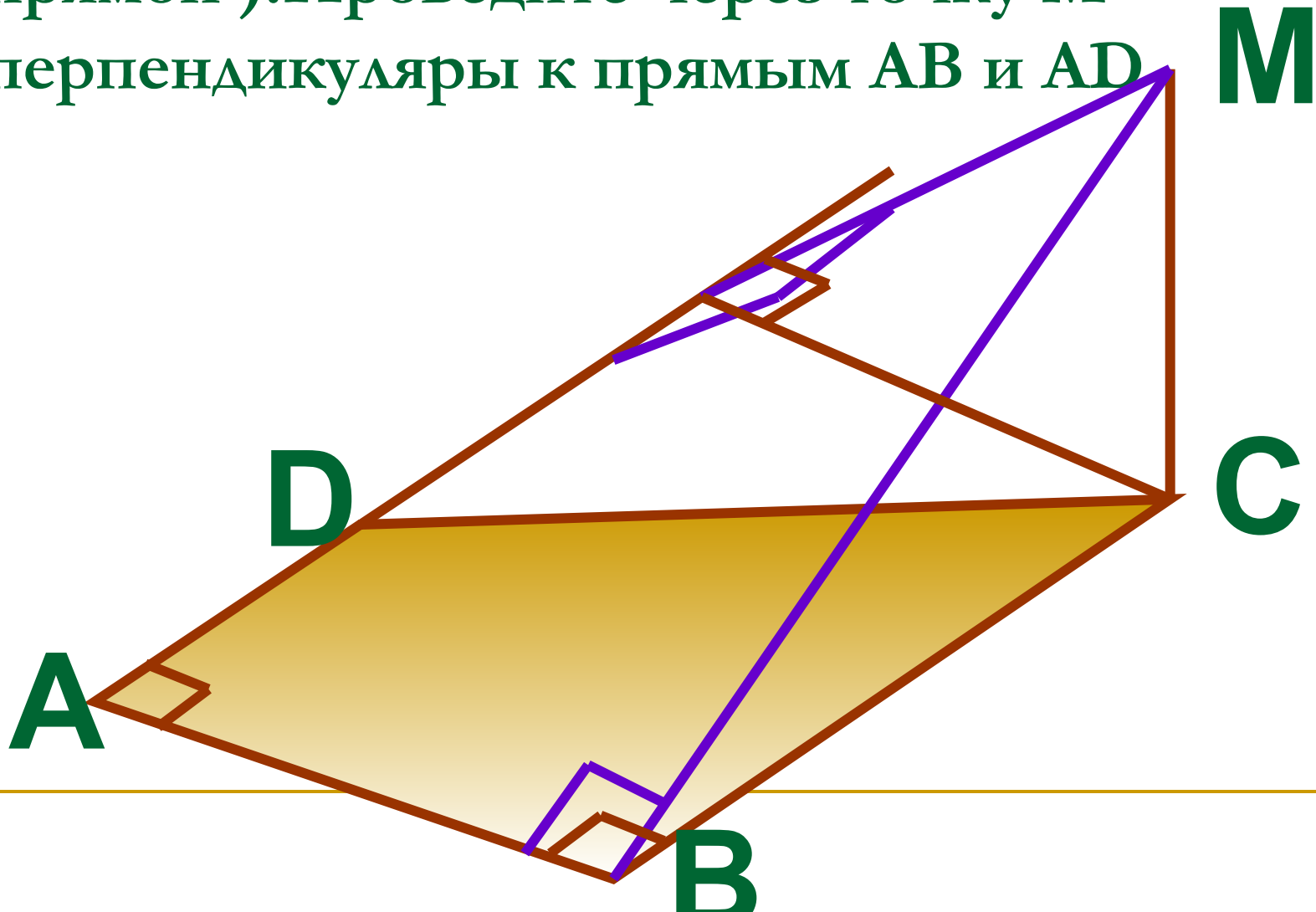
треугольника длиной 6 см. Найдите расстояние от концов перпендикуляра до катетов и вершины прямого угла.



Отрезок  $MD$  перпендикулярен плоскости равнобокой трапеции  $ABCD$  ( $AB=CD$ ).  
Проведите через точку  $M$  перпендикуляр к прямой  $BC$



Отрезок  $MC$  перпендикулярен плоскости прямоугольной трапеции  $ABCD$  (угол  $B$  – прямой). Проведите через точку  $M$  перпендикуляры к прямым  $AB$  и  $AD$ .



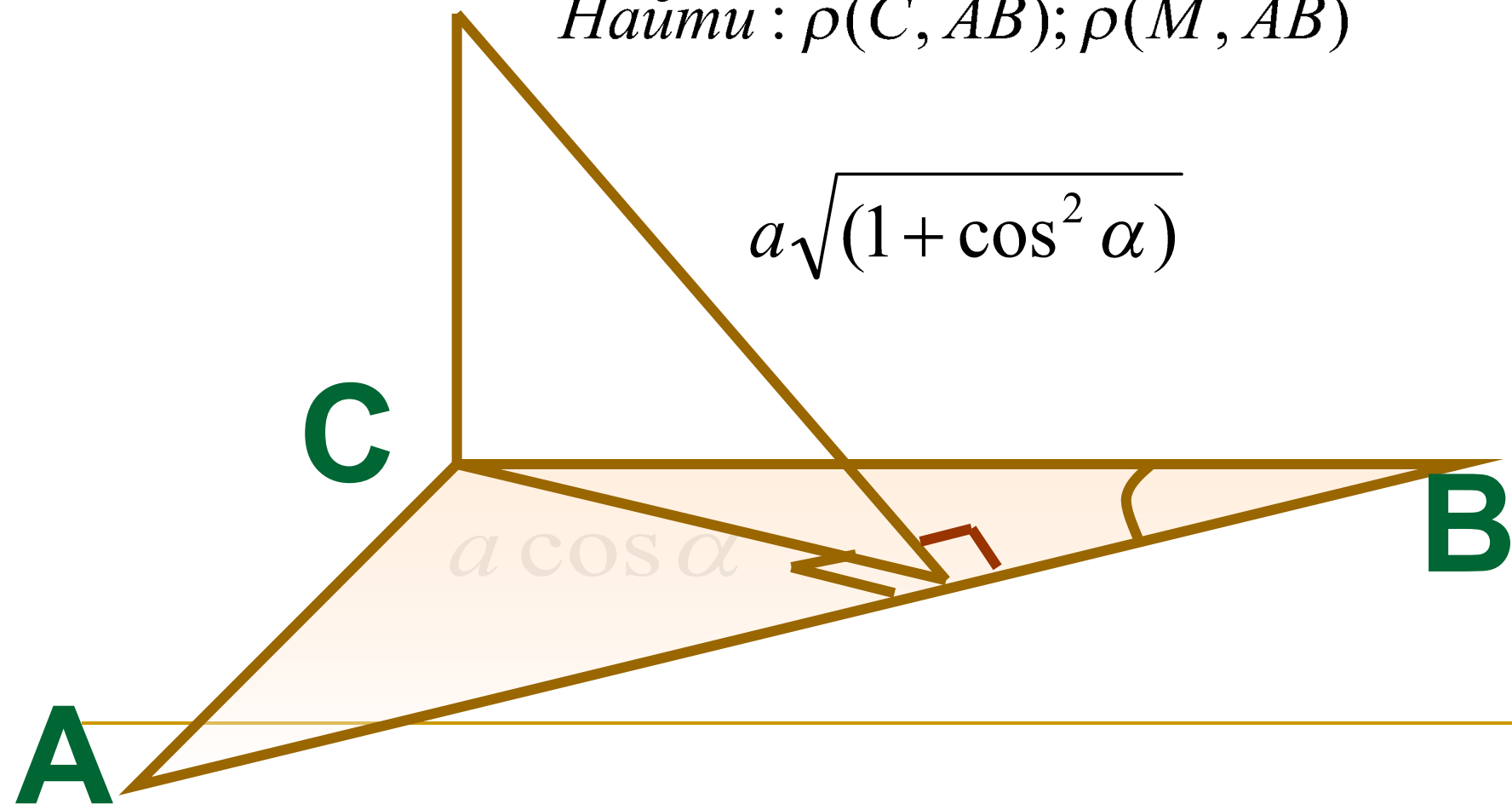
$\Delta ABC$  – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,

$AC = a$ ,  $\angle B = \alpha$

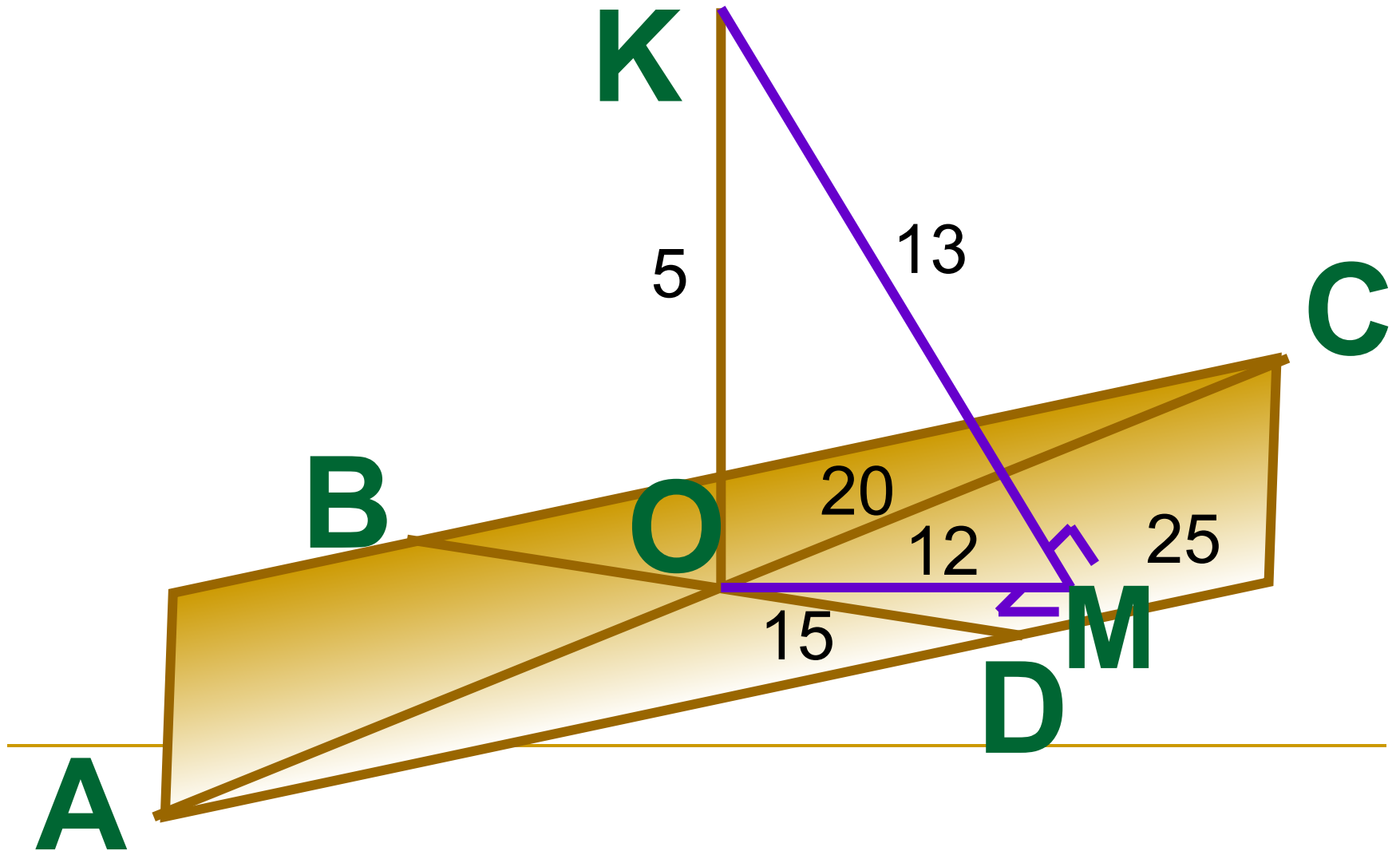
**M**

$MC \perp (ABC)$ ,  $MC = a$

Найти :  $\rho(C, AB)$ ;  $\rho(M, AB)$



ABCD – ромб, ОК – перпендикуляр к плоскости ромба.  
ОК=5см. Найти расстояние от точки К до сторон ромба,  
если его диагонали равны 40см и 30см.



$ABCD$  – квадрат.  $AB=2a$ .  $DD_1=a$ . Постройте проекцию  $DC$  на плоскость  $\alpha$ . Найдите расстояние между прямой  $AB$  и проекцией  $DC$  на плоскость  $\alpha$ .

