

Геометрически

СМЫСЛ

производной

Учитель :

Потеряйкина О.Н.

МОУ СОШ №68

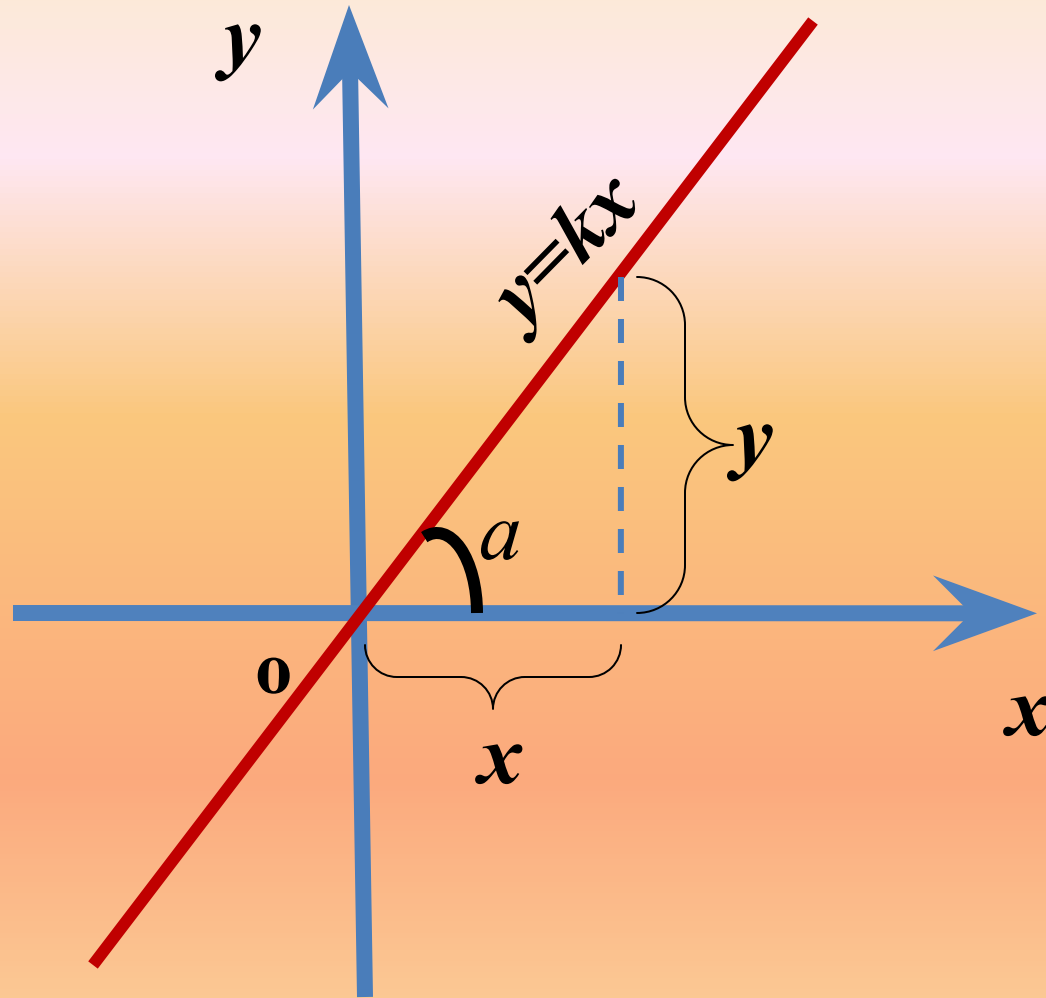
г.Хабаровск

Готфрид Вильгельм фон Лейбниц



1646Г – 1716Г

**Геометрическая
интерпретация
производной,
впервые данная в
конце *XVII* в.
Лейбницем, который
основываясь на
результатах Ферма и
некоторых других
выводах, значительно
полнее своих
предшественников**

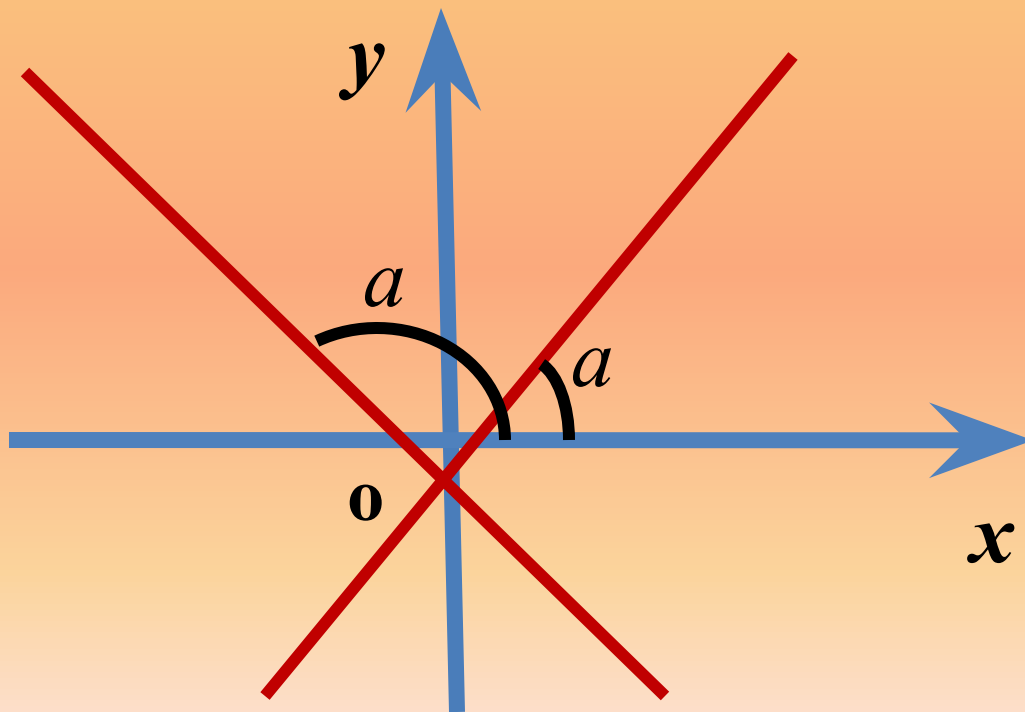


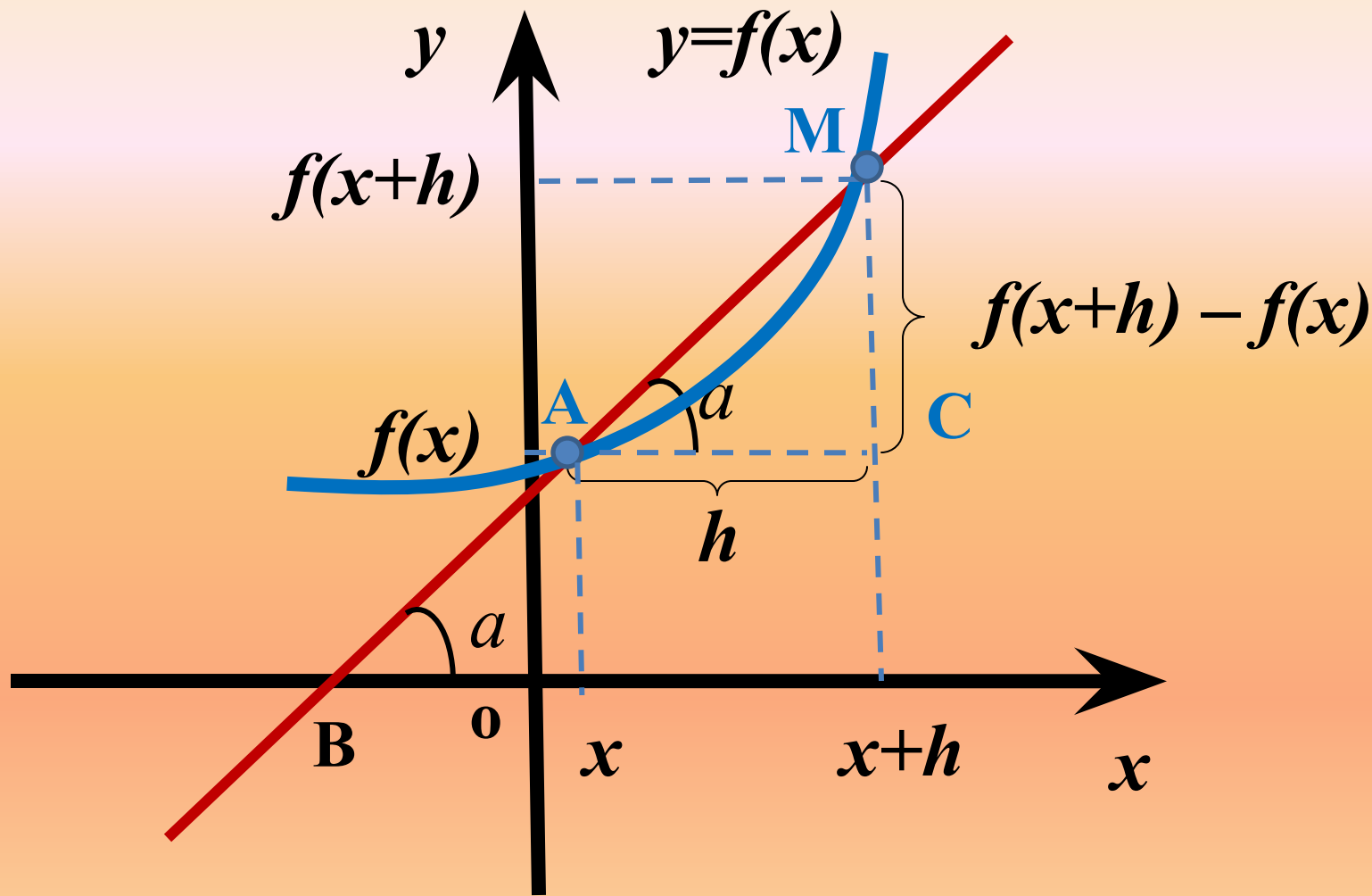
$$k = \frac{y}{x} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \text{tg } \alpha$$

$$k = \operatorname{tg} a$$

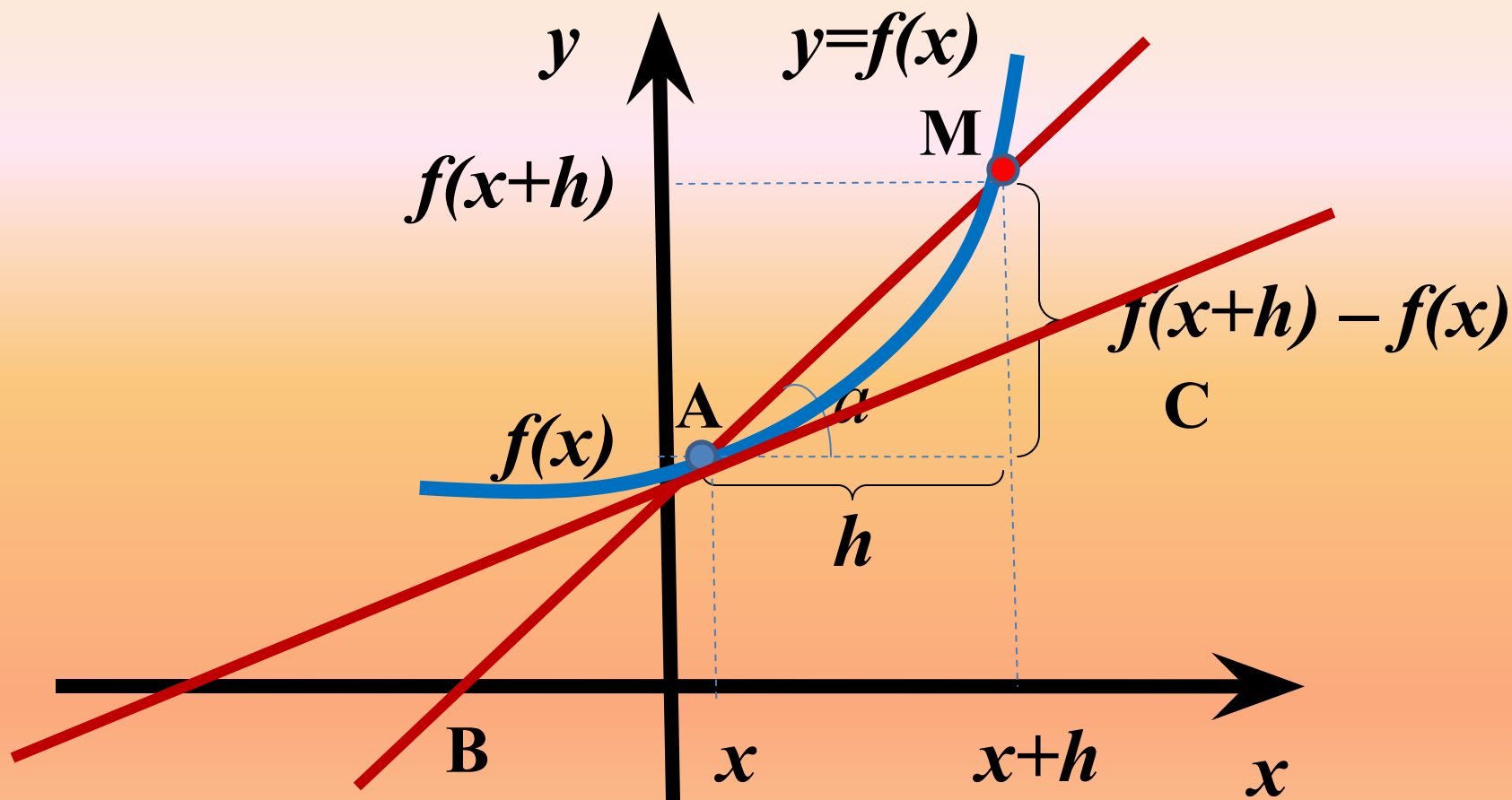
k – угловой коэффициент прямой

a – угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс





$$k(h) = \operatorname{tg} a < MAC = \frac{MC}{AC} = \frac{f(x+h) - f(x)}{x+h - x}$$



Если $h \rightarrow 0$, тогда $M \rightarrow A$

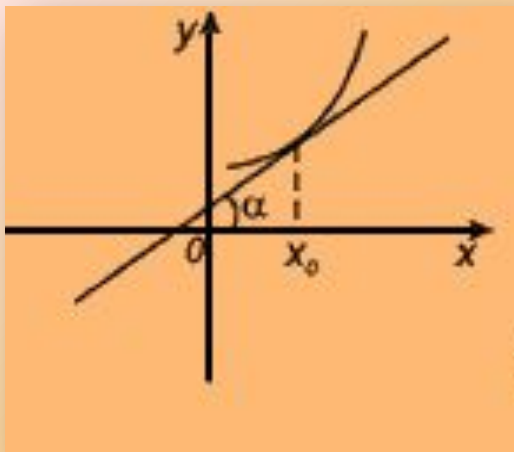
Прямая MA стремится занять положение некоторой прямой, которую называют касательной к графику функции $y=f(x)$

$$\lim_{h \rightarrow 0} k(h) \frac{f(x+h) - f(x)}{x+h - x} = f'(x)$$

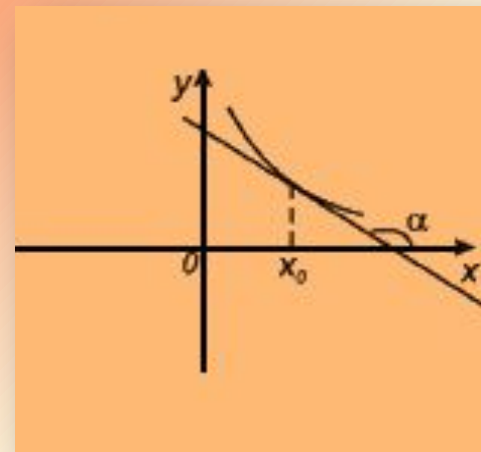


$$k = \operatorname{tg} a = f'(x)$$

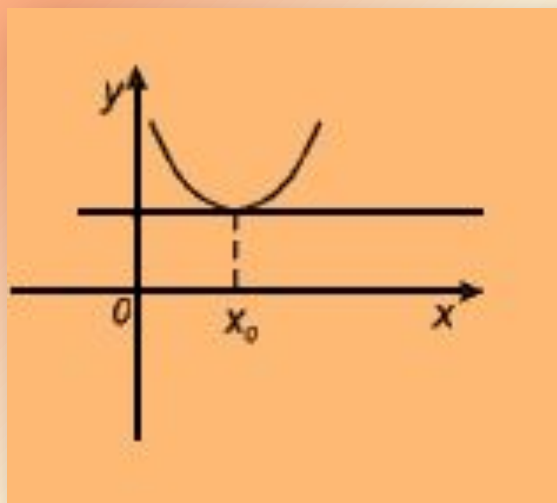
*Значение производной в точке равно
угловому коэффициенту касательной к графику
функции в этой точке*



$$k = \operatorname{tga} = f'(x) > 0$$



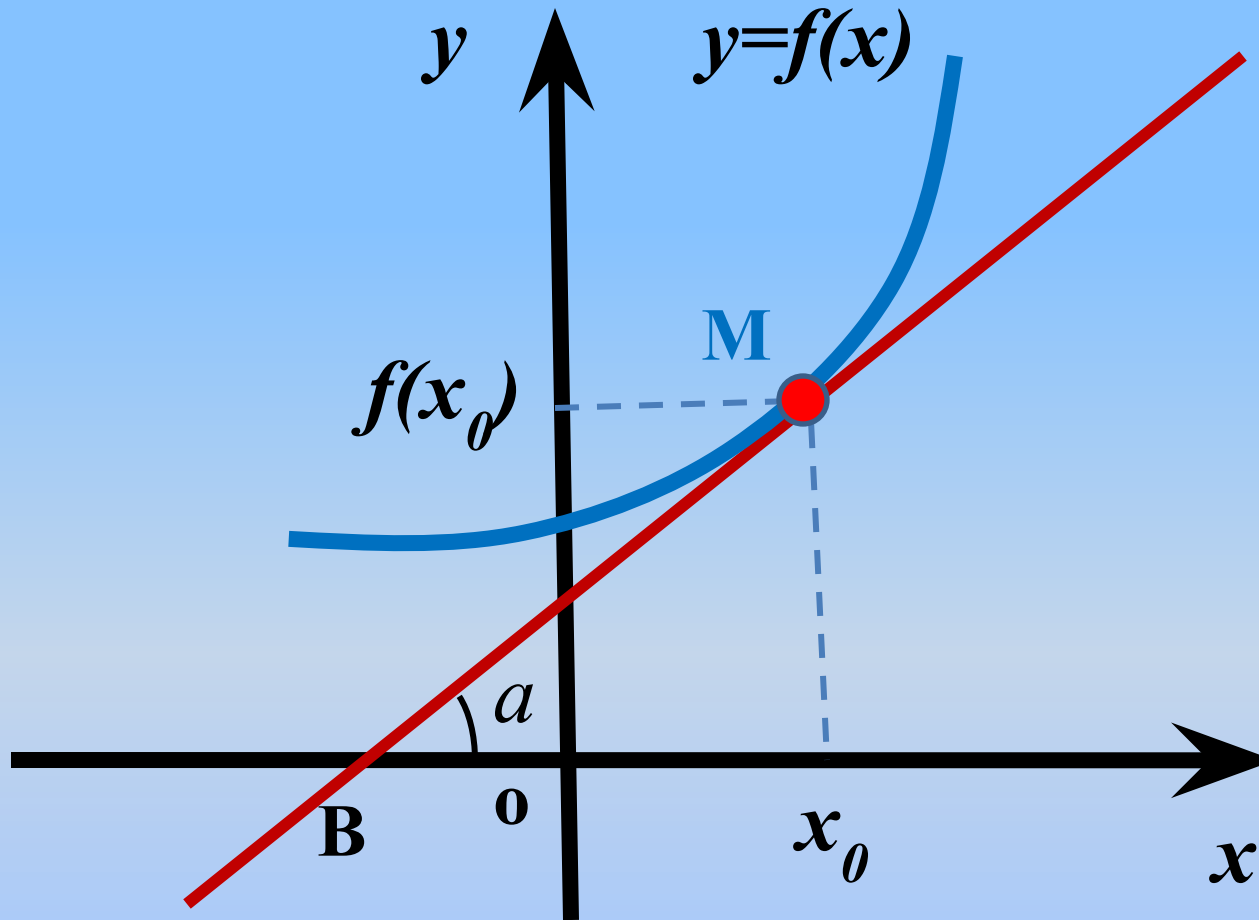
$$k = \operatorname{tga} = f'(x) < 0$$



$$k = \operatorname{tga} = f'(x) = 0$$

Если угол наклона прямой, то тангенс не существует, а значит, производная не существует.

Выведем уравнение касательной к графику дифференцированной функции в точке $(x_0; f(x_0))$



$$y = kx + b \quad (1)$$

$$k = \operatorname{tg} a = f'(x)$$



$$y = f'(x_0)x + b \quad (2)$$

Т.к. касательная проходит через точку с координатами $(x_0; f(x_0))$, подставим ее координаты в уравнение (2) и найдем b

$$f(x_0) = f'(x_0)x_0 + b \quad \longrightarrow \quad b = f(x_0) - f'(x_0)x_0$$

Подставьте в уравнение (2) значение b и сделав соответствующие преобразования получите:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Алгоритм

нахождения уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0

1. $f(x_0)$ – находим значение функции в данной точке
2. $f'(x)$ – находим производную данной функции
3. $f'(x_0)$ – находим значение производной функции в данной точке
4. Подставляем данные в уравнение касательной к графику функции

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$