

# ПРОЕКТ ПО АЛГЕБРЕ НА ТЕМУ: «ЛОГАРИФМЫ С ПАРАМЕТРАМИ»

Авторы:

Балаев Игорь, Калашников Иван,  
Редькин Александр.

# Введение

- Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению уравнений, содержащих параметр. Решение задач с параметрами вызывает большие трудности у учащихся, так как их изучение не является отдельной составляющей школьного курса математики, и рассматривается только на немногочисленных факультативных занятиях. Между тем, параметрические уравнения, в том числе и логарифмические, входят в состав сборников ЕГЭ. А ЕГЭ сдавать придется каждому.
- Данный проект должен помочь в изучении таких интересных тем, как «Логарифмы» и «Параметры», а так же должен помочь при подготовке к единому государственному экзамену.

# Анализ ситуации

- Логарифмы, а тем более с параметрами – вещь очень сложная. Поэтому перед началом проекта был проведен опрос в нашем классе (22 человека, 3 не участвовали в опросе) : «Можете ли вы решать логарифмы с параметрами?».
- Результаты (представлены в диаграмме) оказались очень интересными:

# Результаты опроса



- ▣ Как мы видим из результатов опроса, логарифмические уравнения с параметрами особой популярностью не пользуются. Но это и не удивительно: чтобы их решать, нужно знать все о логарифмах.

# Определение логарифма

- ▣ Логарифмом положительного числа  $b$  по основанию  $a$ , где  $a > 0, a \neq 1$ , называется показатель степени  $c$ , в которую нужно возвести число  $a$ , чтобы получилось  $b$ .

$$\log_a b = c, \quad b > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

$$a^x = b$$

# Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

# Свойства логарифмов

*Пусть  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ,  $r$ ,  $p$  — любые действительные числа.*

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$$



# Параметры

- ▣ С логарифмами и его свойствами разобрались, теперь приступим к параметрам.
- ▣ Определение: Параметрами называются переменные  $a, b, c, \dots, k$ , которые при решении данного уравнения считаются постоянными.
- ▣ Решить уравнение, содержащее параметры, это значит, для каждой допустимой системы значений параметров найти множество всех решений данного уравнения

# *Виды логарифмических уравнений с параметрами*

Логарифмические уравнения с параметрами можно разделить на три вида в зависимости от местоположения параметра:

- ▣ Уравнения, содержащие параметры в логарифмируемом выражении.
- ▣ Уравнения, содержащие параметры в основании.
- ▣ Уравнения, содержащие параметры и в основании и в логарифмируемом выражении.

# Уравнения, содержащие параметры в логарифмируемом выражении

Решить при всех  $a$ :  $\log_{x+1}(x^2 + a) = 2$ .

Решение:

Из определения логарифма следует, что  $x + 1 > 0$ ,  $x + 1 \neq 1$  и  $x^2 + a > 0$ . Получаем уравнение  $x^2 + a = (x + 1)^2$ . Из ограничения  $x + 1 > 0$  следует, что  $x^2 + a > 0$ .

Следовательно, нужно найти решения уравнения  $x^2 + a = (x + 1)^2$ , удовлетворяющие неравенствам  $x + 1 > 0$  и  $x \neq 0$ .

Раскроем скобки в правой части уравнения:  $x^2 + a = x^2 + 2x + 1$ .

Вычитая  $x^2 + 2x + a$  из обеих частей уравнения, находим  $-2x = 1 - a$ , откуда получаем:  $x = \frac{a-1}{2}$ .

Из ограничения  $x + 1 > 0$  следует  $\frac{a-1}{2} > -1$ , откуда  $a - 1 > -2$ .

Значит,  $a > -1$ . Из ограничения  $x \neq 0$  находим  $\frac{a-1}{2} \neq 0$ , что влечет  $a \neq 1$ .

**Ответ:** Если  $a > -1$ ,  $a \neq 1$ , то одно решение  $x = \frac{a-1}{2}$ .

Если  $a \leq -1$  или  $a = 1$ , то решений нет.

# Уравнения, содержащие параметры в основании

Решить при всех  $a$ :  $\log_a(x^2+2x-8)=2$

Решение:

Из определения логарифма следует, что  $a \neq 1$ ,  $a > 0$ ,  $x^2+2x-8 > 0$  ( $x < -4$ ;  $x > 2$ ). Значит, требуется решить уравнение  $a^2 = x^2 + 2x - 8$ .

Решая это уравнение, получаем  $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32 + 4a^2}}{2}$  или  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{9 + a^2}}{2}$ . Подкоренное выражение положительно при всех значениях  $a$ , поэтому дальнейших ограничений не последует.

Ответ: Если  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , то  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{9 + a^2}}{2}$ .

Если  $a \leq 0$  или  $a = 1$ , то решений нет.

# Уравнения, содержащие параметры и в основании и в логарифмируемом выражении

Решить при всех  $a$  уравнение  $\log_a(ax + 1) = 1$ .

Решение

Из определения логарифма следует, что  $a > 0, a \neq 1, ax + 1 > 0$ . Получаем уравнение  $ax + 1 = a$ . Заметим, что так как  $a > 0$ , то  $ax + 1 = a > 0$ . Следовательно, надо решить уравнение  $ax + 1 = a$  при ограничениях на параметр  $a$ :  $a > 0, a \neq 1$ . Вычитая из обеих частей уравнения единицу, получим  $ax = a - 1$ . Так как  $a > 0$ , то уравнение имеет единственное решение  $x = \frac{a-1}{a}$ .

Ответ: При  $a \leq 0$  и  $a = 1$  решений нет.

При  $a > 0$  и  $a \neq 1$  одно решение  $x = \frac{a-1}{a}$ .

# Что дал этот проект?

В процессе работы мы овладели начальными навыками решений параметрических уравнений, научились решать логарифмические уравнения с параметрами. Эта работа позволила нам лучше изучить и запомнить все свойства логарифмов. А главное, мы окончательно убедились в том, что **есть вещи похуже проектной по технологии.**

# Результаты повторного опроса

По окончании данного проекта был проведен повторный опрос на тему «Можете ли вы решать логарифмические уравнения с параметрами?». Результаты оказались намного лучше предыдущих: теперь все 100% (19 человек) ответили «не могу».



# Над проектом работали:

Редькин Александр



(каЗак)

Балаев Игорь



(STiCiER)

Калашников Иван



(kalach)

[kazak.my1.ru](http://kazak.my1.ru)