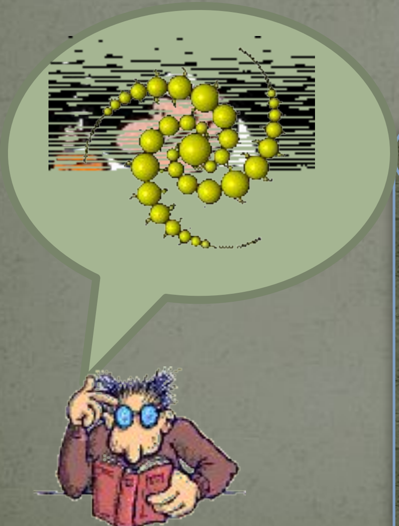
Теория вероятностей. Треугольник Паскаля.



Предмет математики столь серьезен, что не следует упускать ни одной возможности сделать его более занимательным.
Б. Паскаль

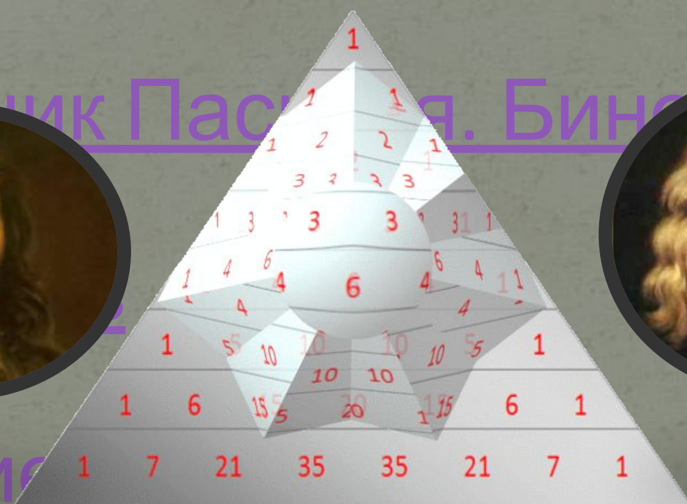
Уманец П. А.

Хочешь быть умным, научись
разумно спрашивать,
внимательно слушать,
спокойно отвечать и
переставать говорить,
когда нечего сказать.

И. ЛАФАТЕР

Содержание

- Треуго ик Пас я. Бин ютона
- Веро е
- Блуждание



Законы математики, имеющие какое-либо отношение к реальному миру, ненадежны, а надежные математические законы не имеют отношения к реальному миру.

Альберт Эйнш

Вероятность

Буквы Б,А,Б,У,Ш,К,А складывают в мешок и вынимают оттуда в произвольном порядке. Найдите вероятность того, что снова получится слово БАБУШКА.

Найдем общее число равновозможных исходов (перестановок) 7!=5040

Мысленно раскрасим буквы следующим образом Б,А,Б,У,Ш,К,А

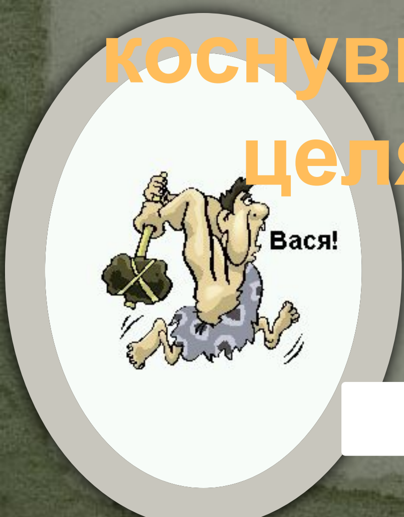
- **Слово БАБУШКА появляется в 4 случаях (благоприятные исходы):**

- Бабушка
  - **БАБУШКА**
  - **БАБУШКА**
  - **БАБУШКА**
  - **БАБУШКА**

Таким образом вероятность равна 4/5040=1/1260

Хулиган Вася

После уроков хулиган Вася решил бросать круглый камень диаметром 0,75 дм в окно защищенное сеткой с ячейками 1 дм на 1 дм. С какой вероятностью Вася разобьет окно (камень пролетит сквозь ячейку не коснувшись её краев), если он кидает не целясь и всегда по... т ...



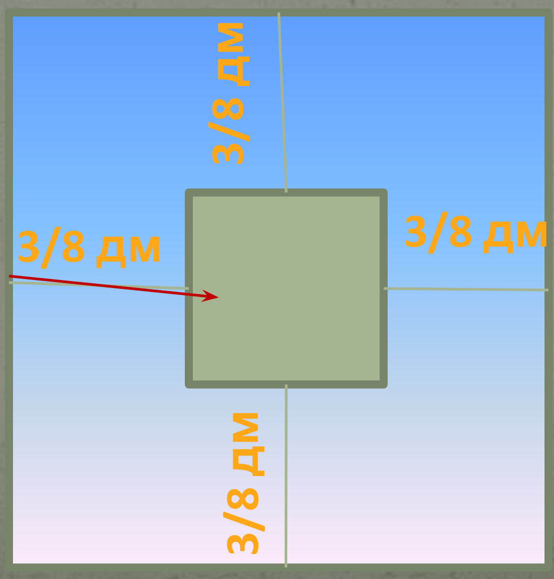
Геометрическая вероятность

Наука превыше наказания

благоприятный исход (окно разбито)

возможный исход

Для благоприятного исхода центр должен попасть в квадрат



Площадь благоприятного квадрата (1-6/8)(1-6/8)=1/16

Игральные кубики

Найдите, вероятность того, что при одновременном бросании двух кубиков сумма на их гранях будет равна 5

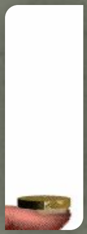
Немного истории

Найдем вероятность выпадения герба на монете:

Равновозможных исходов: 2

Благоприятных исходов: 1

Итого: ½



В таблице приведены результаты экспериментов частоты выпадения герба

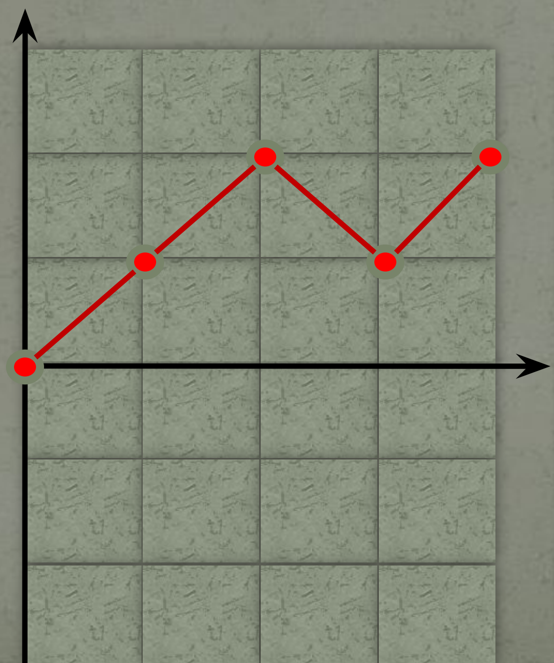
До испытаний

	Количество испытаний	
Бюффон	4040	0,507
Де Морган	4092	0,5005
Джевонс	20480	0,5068
Романовский	80640	0,4923
Пирсон	24000	0,5005
Феллер	10000	0,4979

… и после

Блуждание по прямой

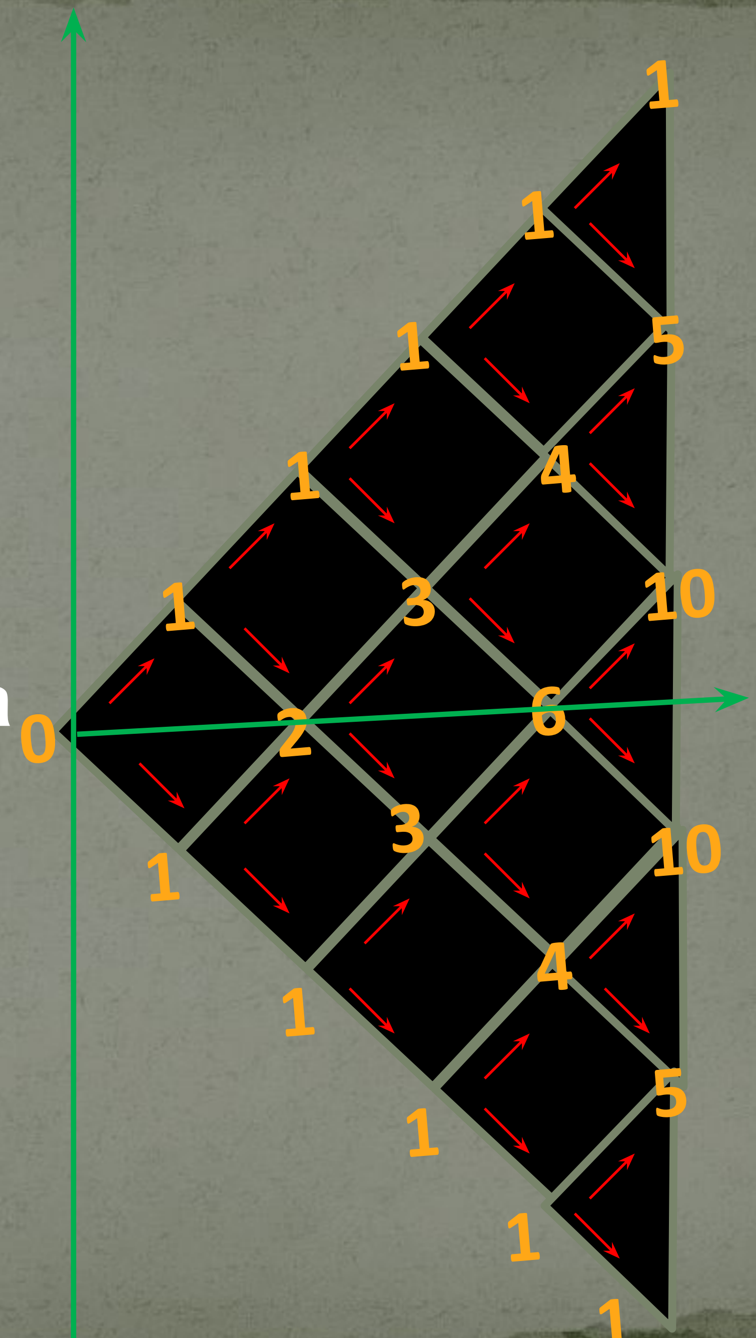
Рассмотрим задачу: за один шаг точка (частица) продвинется на 1 вниз или на 1 вверх. На горизонтальной оси будем откладывать число шагов, а на вертикальной положение точки.



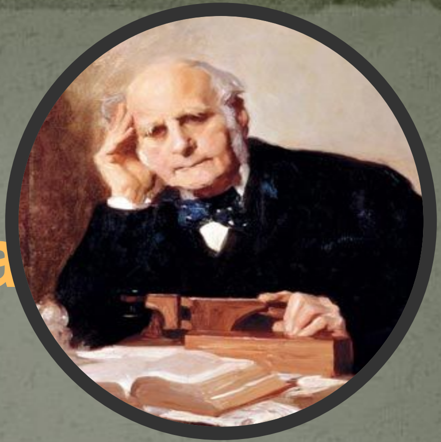
Математика может открыть определенную последовательность даже в хаосе.

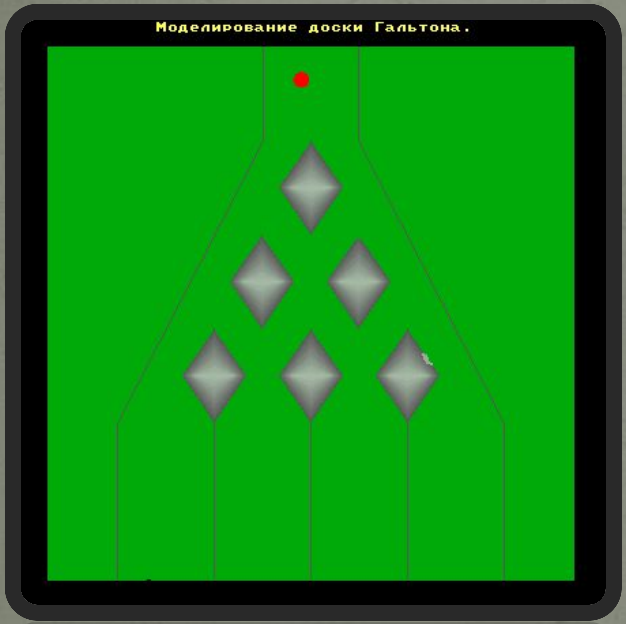
Гертруда Стайн

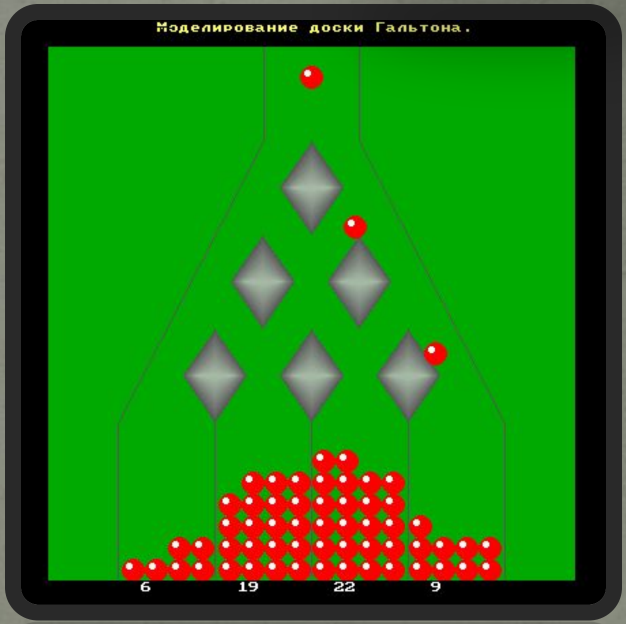
- Посчитаем число способов, которыми точка может попасть на ту или иную высоту.



Блуждание такого рода осуществляется в специальном приборе – доска Гальтона

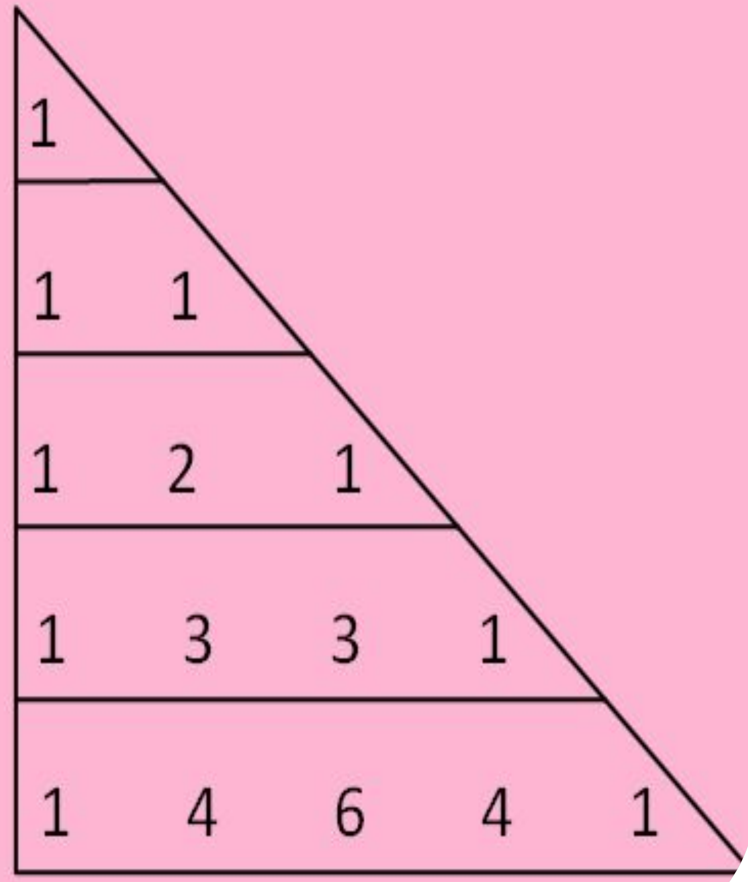






В меню

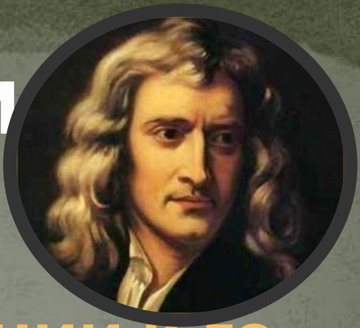
Треугольник Паскаля (прямоугольный)



Принцип построения таблицы таков: в каждой клетке стоит сумма числа над ним и над ним слева.

Треугольник Паскаля ([равнобедренный](#))

Формула бинома Ньютона и треугольник Паскаля.



Обозначим число, стоящее на пересечении к-го столбца и n-ой строки за C_n^k

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

Действительно,

1	1
1 1	$(a+b)^1 = 1a + 1b$
1 2 1	$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
1 3 3 1	$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
1 4 6 4 1	$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

В меню

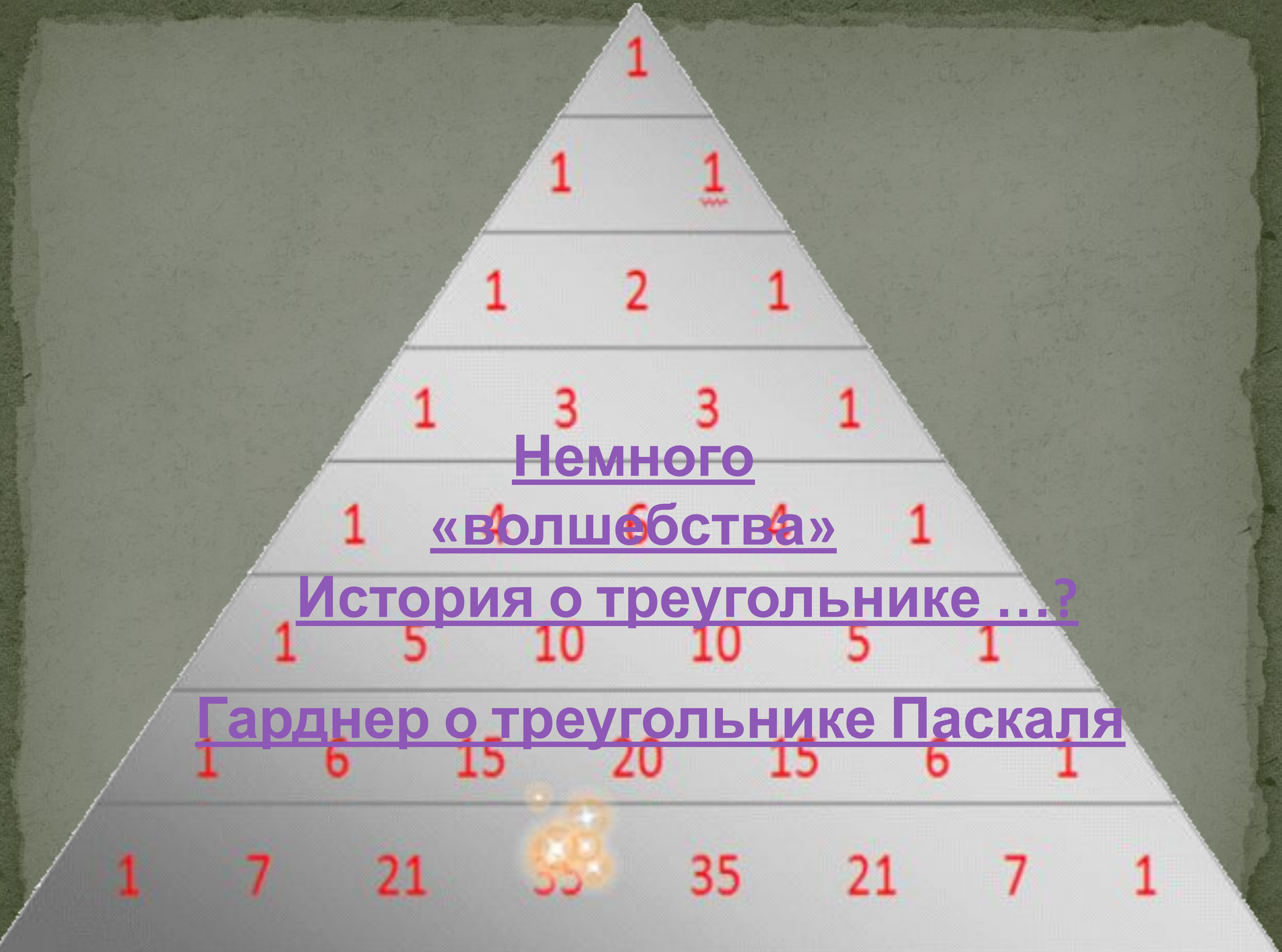
Проведем эксперимент

У нас есть 16 различных траекторий блуждания точки для 4 шагов. Пронумеруем их от **0 до 15** и представим в двоичной системе счисления. Цифра 0 означает, что точка идет на 1 вниз, а цифра 1, соответственно, на 1 вверх. В **столбце 3** показаны конечные положения точки через 4 шага.

Будем наугад вытаскивать карточки из набора и вести учет появлениям чисел из 3 столбика. Подсчитаем относительную частоту и сравним с расчитанной.

0	0000	-4
1	0001	-2
2	0010	-2
3	0011	0
4	0100	-2
5	0101	0
6	0110	0
7	0111	2
8	1000	-2
9	1001	0
10	1010	0
11	1011	2
12	1100	0
13	1101	2
14	1110	2
15	1111	4

000101
01010
…
Пример



Немного «волшебства»

История о треугольнике …?

Гарднер о треугольнике Паскаля

Литература

- *В.А.Успенский «Треугольник Паскаля» М. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1979*
- *А.Н.Колмогоров и др. «Введение в теорию вероятностей» М. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1982*
- *Ф. Мостеллер «50 занимательных вероятностных задач с решениями» М. «Наука».Главная редакция физико-математической литературы, 1975*
- *Я.И. Перельмана «Живая математика» М. Государственное издательство физико-математической литературы, 1962*
- *С.Ф. Фомин «Системы счисления» М. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1968*
- *Сайт http://arbuz.narod.ru*

Определения вероятност

При классическом определении вероятность события определяется равенством P(A)=m/n, где n – число равновозможных исходов, m - число благоприятных для него исходов. Например, A- на игральном кубике выпало четное число очков. Всего равновозможных исходов – 6, благоприятных-3 (выпадение 2 или 4 или 6). P(A)=3/6=1/2

Относительная частота события A определяется равенством W(A)=m/n, где n- общее число произведенных испытаний, m- число испытаний, в которых событие A наступило. При статистическом определении в качестве вероятности события принимают его относительную частоту.

Назад

Назад

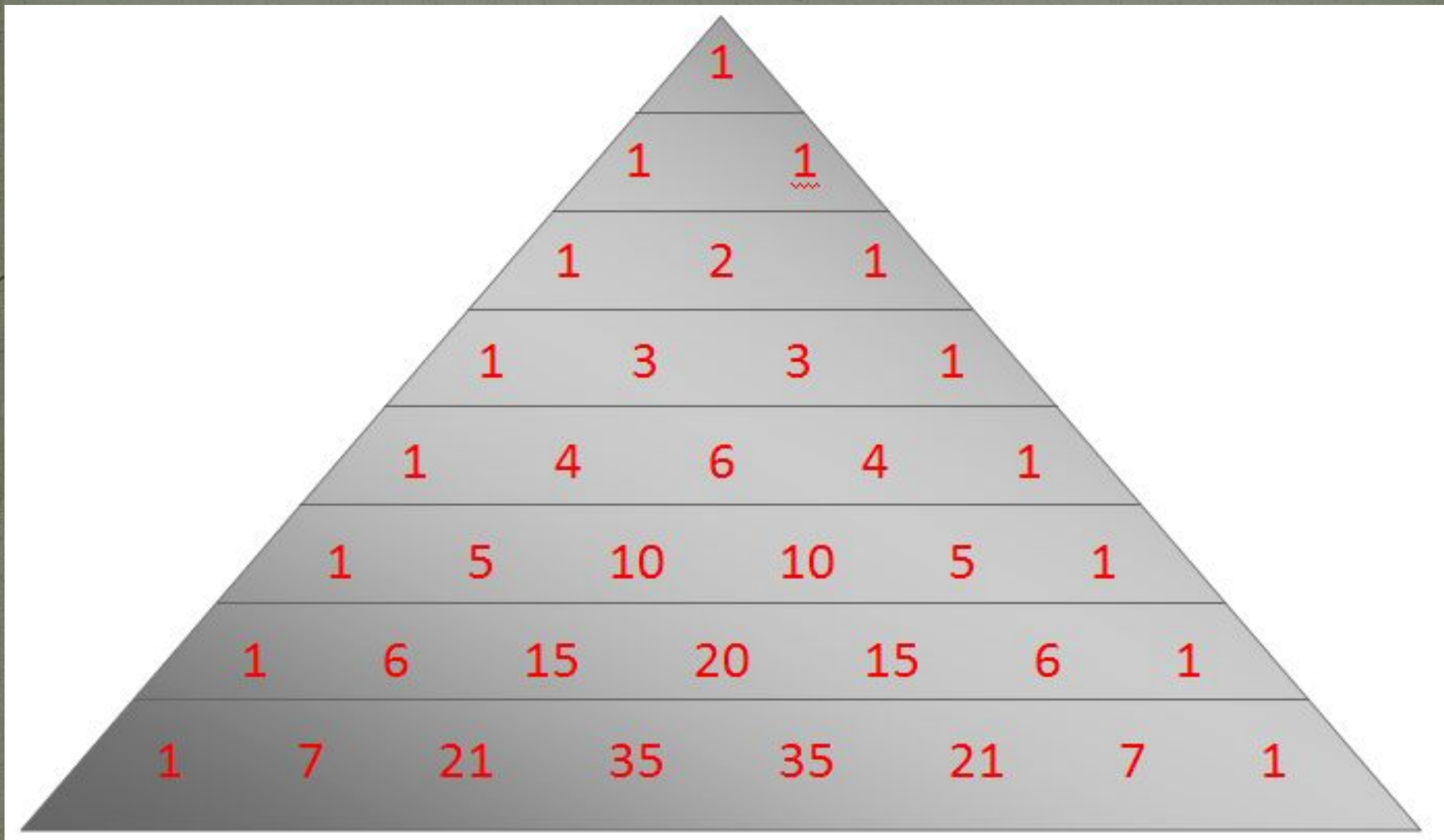
Геометрическая вероятность

Пусть плоская фигура g составляет часть плоской фигуры G. На фигуру G наугад брошена точка. Предполагая, что вероятность попадания брошенной точки на фигуру g пропорциональна площади этой фигуры и не зависит ни от её расположения относительно G, ни от формы g, то вероятность попадания точки в фигуру g определяется по формуле P=площадьg/площадьG

Назад

Назад

Треугольник Паскаля (равнобедренный)



Назад

Назад

Двоичная система счисления

Пример перевода в двоичную систему счисления числа 10:

10:2=5 (остаток 0)

5:2=2 (остаток 1)

2:2=1 (остаток 0)

1:2=0 (остаток 1)

1	0	1	0

Назад

Назад

Мартин Гарднер:

Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок. В тоже время он таит в себе неисчерпаемые сокровища и связывает воедино различные аспекты математики, не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего. Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля одной из наиболее изящных схем во всей математике.

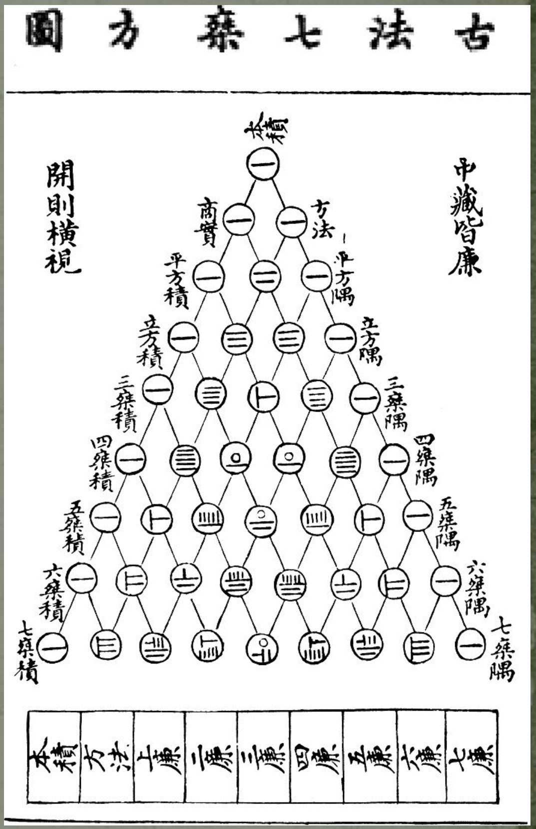
Назад

Назад

Немного истории:

В 1655 году вышла книга Блеза Паскаля о треугольнике Паскаля, однако:

- Первое упоминание треугольной последовательности биномиальных коэффициентов встречается в комментарии индийского математика X в. Халаюдхи.
- Около 1100 года треугольник исследовал Омар Хайям и в Иране это «треугольник Хайяма».
- В Китае считают что изобрёл его китайский математик, Ян Хуэй (поэтому китайцы называют его треугольником Яна Хуэя).



Назад

Назад

Сумма

Давайте вычислим сумму натуральных чисел от 1 до 6

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

…

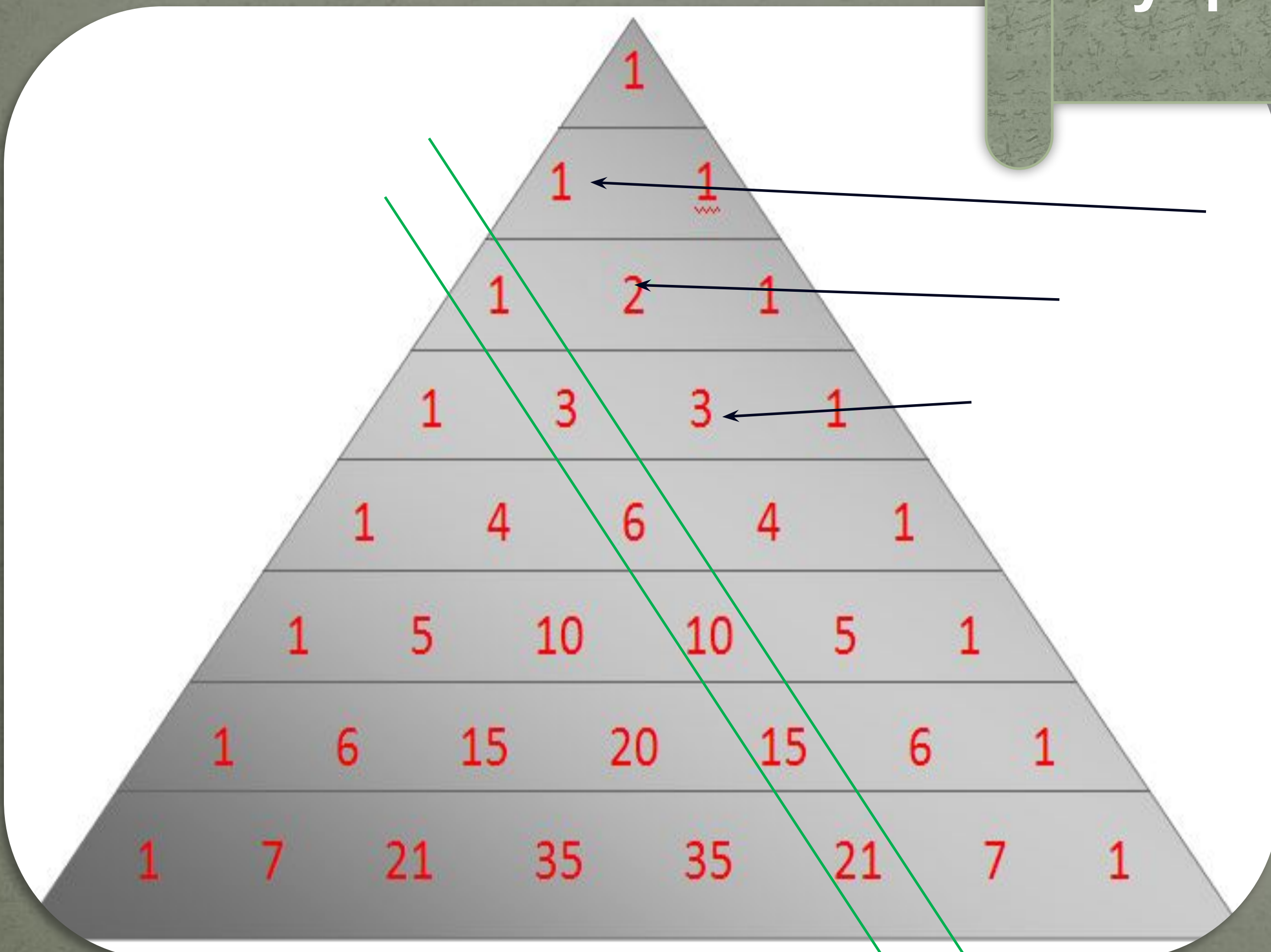
Спускаемся вниз до 6

Назад

Треугольные числ

Цифры (числа) не управляют миром, но они показывают, как управляется мир.

И. Гете



Назад

В классе 7 человек хорошо бегают, из них нужно выбрать 2 на соревнования. Сколькими способами это можно сделать?

2-я диагональ

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

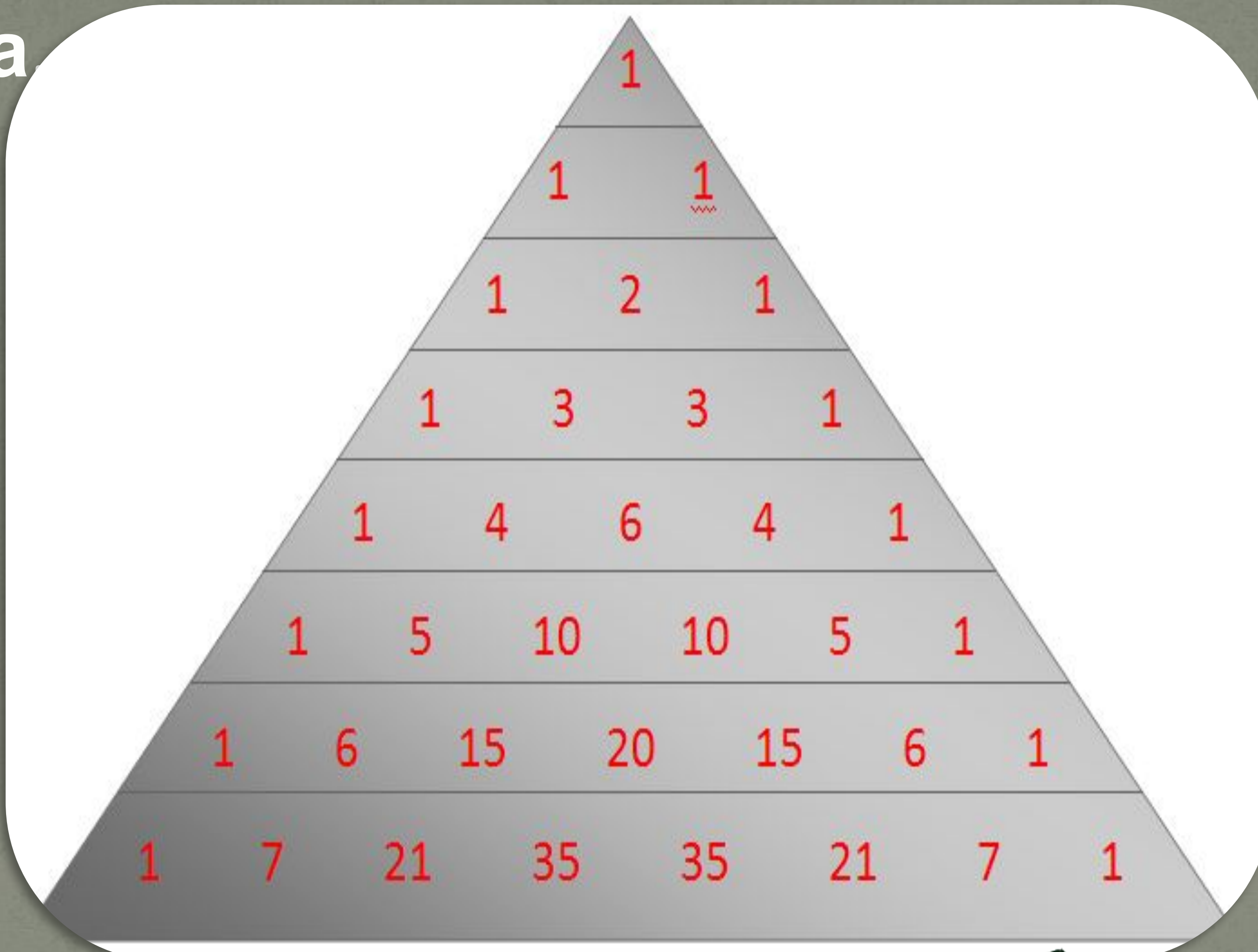
…

ответ

7-я строка

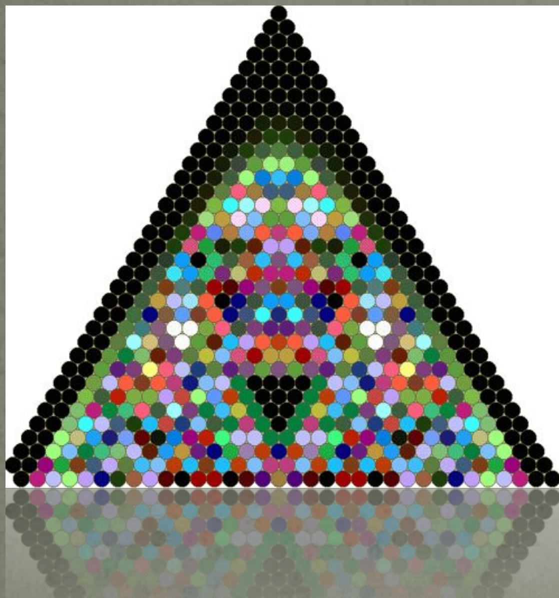
Назад

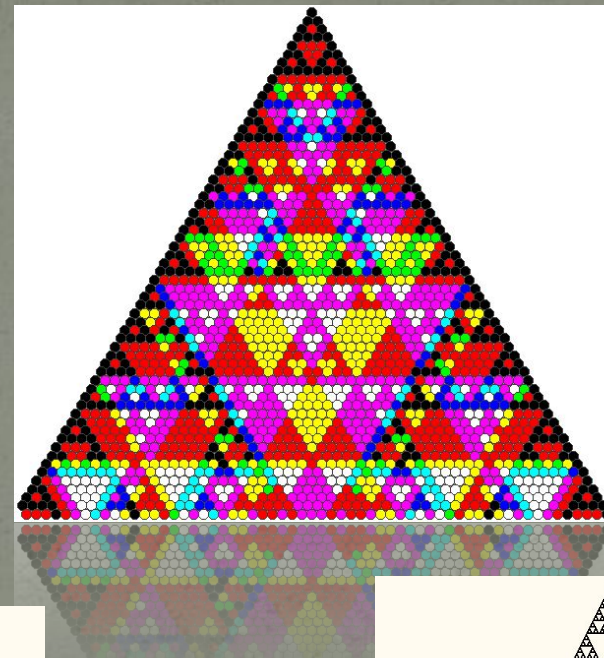
Все внутренние члены *m*-й строки Паскаля делятся на *m* тогда и только тогда.

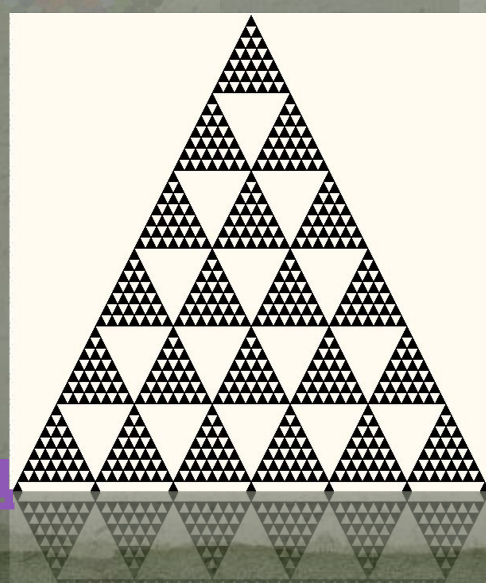


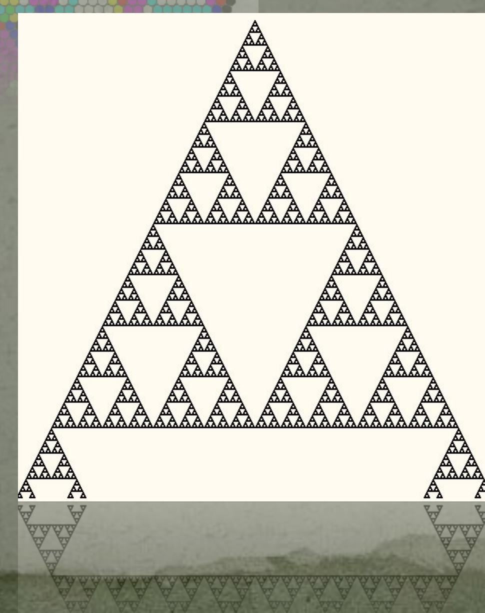
Назад

Узоры треугольника Паскаля









Назад

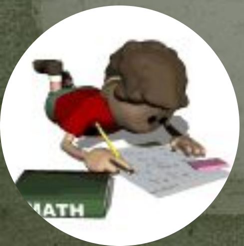
Назад

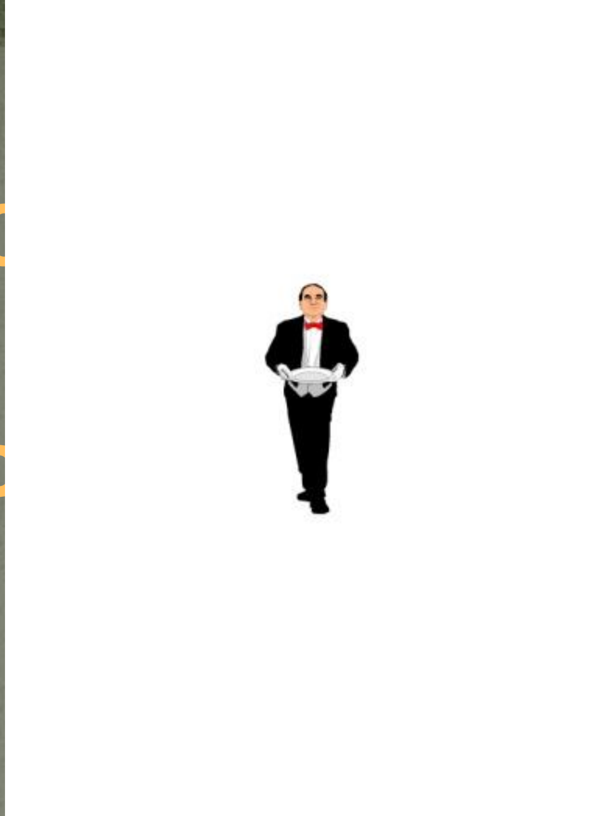
Перестановки

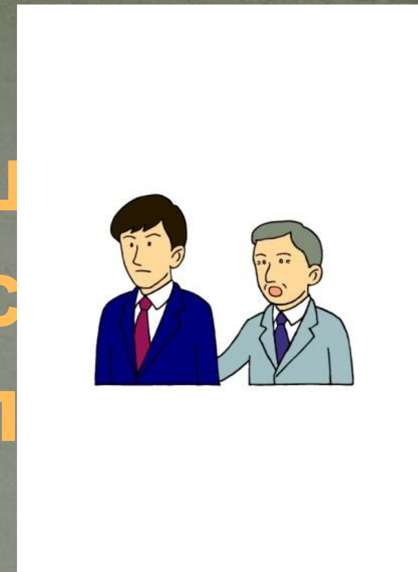
Перестановкой из n элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

Число возможных перестановок из n элементов вычисляется по формуле

$$P_n=n!=1\bullet2\bullet3\bullet\ldots\bullet(n-2)(n-1)n$$







10 … юдей приш… торан,
… могли усес… руг
… фициант п… л им
… пало, но в … щий
… сторан сесть в другом
… рядке и после того, как будут
перепробован… анты – обеды
станут беспл… гда же обед
стане… ым?

…йдется 10! = 3628800
дней… (пр… 10000 лет)

Назад