

ПРОГРЕССИИ

*МБОУ Полх-Майданская СОШ
учитель физики и
математики Козина Т.И.*

ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ:

- **Формирование:** понятий последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, умений работать с формулами. Формирование умений видеть связь математики с жизнью.
- Развитие у учащихся познавательного интереса, памяти, речи, мышления, внимания, навыков самостоятельной работы, умения проводить аналогию, сравнивать.
- Воспитание у учащихся ответственности, добросовестности, дисциплины, самостоятельности, навыков общения со сверстниками, интерес к истории математики, инициативу и творчество.

Требования к математической подготовке

Учащиеся должны знать: определение арифметической, геометрической, бесконечно убывающей геометрической прогрессий, формулы n -го члена, суммы n -первых членов прогрессий, знать, что такое числовая последовательность и способы её задания.

Учащиеся должны уметь: распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии, применять формулы n -го члена, суммы n -первых членов прогрессий к решению задач.

Числовая последовательность

Числовая последовательность - одно из основных понятий математики.

В математике изучаются бесконечные числовые последовательности:

$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots a_n; \dots$

Число a_1 называют первым членом последовательности, a_2 называют вторым членом последовательности и т.д. a_n называют n -м членом последовательности.

Прогрессии



Глиняная табличка из Древнего Вавилона (VI век до нашей эры)

Прогрессии как частные виды последовательностей встречаются в древних египетских папирусах и в клинописных табличках вавилонян.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Прогрессии	Арифметическая	Геометрическая
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n q$
Формула n -го члена.	$a_n = a_1 + d(n - 1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма n -первых членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$
Свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$

***Зная эти формулы,
можно решить много
интересных задач
исторического,
литературного и
практического
содержания.***





Старинные задачи через века и страны.



Прогрессии в древности

- Задачи на прогрессии – сии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов.



Древний Египет

- Задача из египетского папируса Ахмеса: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равна одной восьмой меры.



$$a = \frac{s}{n} - (n-1) \frac{d}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

Германия



*Карл Гаусс
(1777-1855).*

*Нашёл моментально
сумму всех натураль-
ных чисел от 1 до 100
будучи ещё учеником
начальной школы.*

*Решение: $1+2+3+4+\dots+$
 $99+100=(1+100)+(2+99)+$
 $(3+98)+\dots=101*50=5050$*

									128
756	853	1024	3040	4096	8820	16384	32768		
680	1314	3636	5244	54	24	48	84		
168	336	672	1344	2688	5376	10752	21504		
48	96	192	384	768	1536	3072	6144		

Задача-легенда

Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку.



Сета, издеваясь над царём, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую 2 зерна, за третью 4 зерна и т.д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой, и приказал выдать ему такую награду. Решение : Геометрическая прогрессия $1; 2; 4; 8; \dots$ $b_1=1; q=2; n=64. S_{64}=?$

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Прогрессии в нашей жизни.



Прогрессии в литературе

- *А.С Пушкин «Евгений Онегин».*
- *....Не мог он ямба от хорея,*
- *Как мы не бились отличить.....*
- *Ямб-это стихотворный размер с ударением на чётных слогах 2;4;6;8*
- *Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию.*
- *Хорей-это стихотворный размер с ударением на нечётных слогах стиха.*
- *Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию:1;3;5;7*



Ямб:

**«Мой дядя самых честных
правил...»**

Арифметическая прогрессия

2;4;6;8;.....

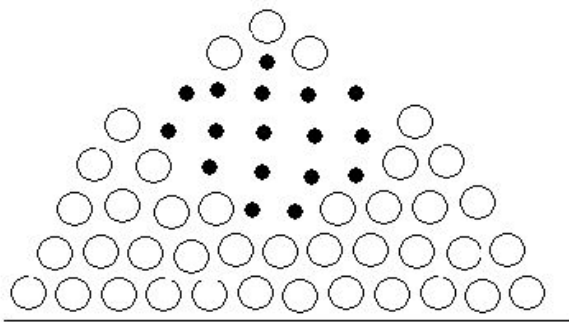
**Хорей: «Я пропал как зверь в
загоне .» Б.Л.Пастернак.**

Арифметическая прогрессия:

1;3;5;7;...

Строительство

- При хранении брёвен строевого леса, их укладывают так, как показано на рисунке.



Дано: арифметическая прогрессия: $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$

Найти: S_n - ?

Сколько брёвен находится в одной кладке, если в её основании положить 12 брёвен

Решение: $a_1 = 12; a_2 = 11; a_n = 1$
 $d = 1; a_n = a_1 + (n-1)d; n = 12.$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$; S_{12} = 78.$$

Прогрессии в биологии

- В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут. Решение: Геометрическая прогрессия $b_1=1; q=2; n=7$.

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

$$S_7 = 127.$$



Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

- Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы.
- Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии называют число, к которому стремится сумма её первых n членов при $n \rightarrow \infty$.

$$S = \frac{b_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$

Спасибо

за внимание