

Лекция 5

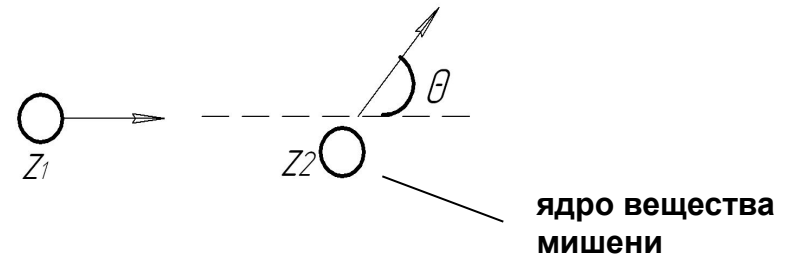
«Процесс многократного рассеяния»

1. Упругое рассеяние частиц на ядрах
2. Сопоставление рассеяние тяжелой частицы на электроне и на ядре
3. Процесс многократного рассеяния в слое вещества
4. Оценка среднего значения квадрата угла рассеяния
5. Среднеквадратичный угол многократного рассеяния
6. Движение заряженных частиц в магнитном поле
7. Влияние многократного рассеяния

Упругое рассеяние частиц на ядрах

Прохождение заряженной частицы Z_1 через вещество сопровождается электромагнитным взаимодействием не только с электронами среды, но также происходит **упругое рассеяние на ядрах**

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1 + Z_2$$

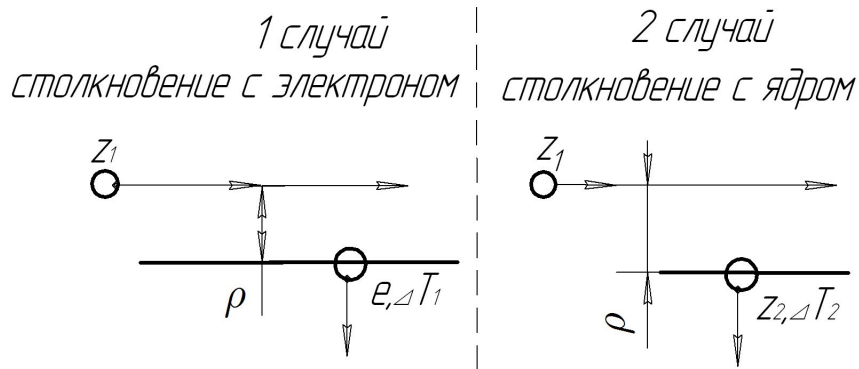


Отдельное столкновение частицы Z_1 с тяжелым ядром Z_2 вызывает небольшое рассеяние (угол θ). На толщине x постепенно накапливается заметное отклонение от первоначального направления движения за счет повторных процессов рассеяния (**многократное рассеяние**).

Сопоставим упругое взаимодействие тяжелой частицы Z_1 на электроне (m_e) и на ядре (Z_2, M_2). Определим, какая из частиц получит большую энергию от частицы Z_1 : электрон (ΔT_e) или ядро (ΔT_2). **Где потеря энергии больше ?**

Упругое рассеяние тяжелой частицы на электроне и на ядре

Сопоставим упругое взаимодействие тяжелой частицы Z_1 на электроне (m_e) и на ядре (Z_2, M_2). Определим, какая из частиц получит большую энергию от частицы Z_1 : электрон (ΔT_e) или ядро (ΔT_2).



частица Z_1 пролетает мимо электрона и ядра с одинаковым прицельным параметром ρ и с одинаковой скоростью V_1

переданный импульс $\Delta p = \Delta p_{\perp}$ и энергию $\Delta T = \frac{(\Delta p_{\perp})^2}{2m_{\text{мишень}}}$

за счет кулоновского взаимодействия можно выразить в виде:

$$\Delta p_{\perp} = F \Delta t = \left(\frac{z_1 z_2 e^2}{\rho^2} \right) \left(\frac{2\rho}{V_1} \right); \quad \Delta T = \frac{4z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{2m_{\text{мишень}}}$$

Упругого рассеяния тяжелой частицы на электроне и на ядре

В результате получим $\left[\bar{T} = \frac{4z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{2m_{\text{мишень}}} \right]$:

для электрона - $\bar{T}_e = \frac{2z_1^2 \cdot 1 \cdot e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{m_e}$, для ядра - $\bar{T}_2 = \frac{2z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{M_2}$

Отношение приобретенных энергий равно $\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_e} = \frac{z_2^2}{M_2} / \frac{1}{m_e}$.

Масса ядра $M_2 \approx A_2 m_{\text{вязи}} - E$; величиной $E_{\text{связи}}$ можно пренебречь (менее 1% от массы ядра). Число протонов и нейтронов в ядре почти одинаково, то $A_2 \approx 2z_2$.

Отношение энергий получается в виде $\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_e} \approx \frac{z_2^2}{2z_2} \frac{m_e}{m_N} = \frac{z_2 m_e}{2m_N}$; $\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_e} = \frac{1}{2} \frac{1}{2000} z_2$

Величина z лежит в диапазоне $1 < z_2 < 100$.

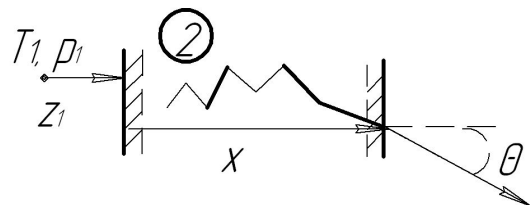
Окончательно получаем $\bar{T}_2 \ll \bar{T}_e$; $\frac{1}{4000} < \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_e} < \frac{1}{40}$

Процесс многократного рассеяния в слое вещества

Условия расчета:

Частица, проходя толстый слой, не должна заметно терять энергию: $T_1(x=0) \approx T_1(x)$.
Импульс частицы p_1 при этом остается практически постоянным по глубине.

Это ограничивает верхнее значение толщины вещества и применимость используемых приближений.



Суммарный угол $\theta = \sum \theta_i$, где θ_i – рассеяние в i -ом взаимодействии, не может служить мерой рассеяния. Его величина, с учетом знака углов отклонений θ_i , равна нулю.

Принято оценивать квадратичный угол: $\bar{\theta}^2 = \sum \theta_i^2$

Для учета взаимодействия частицы Z_1 с отдельным ядром i можно использовать формулу Резерфорда

$$f(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{z_1 z_2 e^2}{4T_1 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \quad \boxtimes \quad \frac{z_1^2 z_2^2}{4p_1^2 V_1^2 \sin^4(\theta/2)} \quad \text{где } T_1 = m_1 V_1^2 / 2 = p_1 V_1 / 2$$

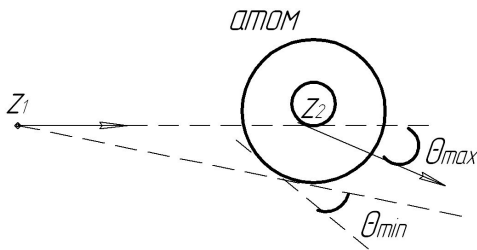
Оценка среднего значения квадрата угла рассеяния

Для отдельного столкновения с ядром $\overline{\theta_i^2} = \int \theta^2 f(\theta) d\Omega$

Расчет в приближении малых углов - в расчетах взято $\sin \theta \approx \theta$.

$$\overline{\theta_i^2} \approx \frac{z_1^2 z_2^2}{p_1^2 V_1^2} \frac{\int \frac{\theta^2 d\Omega}{\sin^4(\theta/2)}}{\int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega} \sim \left[\frac{z_1^2 z_2^2}{\sigma p_1^2 V_1^2} \right] \int \frac{\theta^2 \sin \theta d\theta \cdot 2\pi}{\left(\frac{\theta^4}{2}\right)} = \left[\int \frac{\theta^2 \theta d\theta}{\theta^4} \right] = \left[\int \frac{d\theta}{\theta} \right] = \left[\ln \frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}} \right]$$

Значения предельных углов связаны с размерами ядра ($R_{яд}$) и атома ($R_{ам}$) и зависят от материала вещества-мишени



$$\theta^{\min} \sim \frac{1}{R_{am}} = \varphi_{am}(z_2)$$

$$\theta^{\max} \sim \frac{1}{R_{яд}} = \varphi_{яд}(z_2)$$

Среднеквадратичный угол многократного рассеяния

$$\overline{\theta^2} = \sum_i \overline{\theta_i^2} \approx m \overline{\theta_i^2}$$

$$m = \sigma \cdot n \cdot X$$

$$[m] = \text{см}^2 \cdot \frac{1}{\text{см}^3} \cdot \text{см}$$

$$m = x / L; L = 1 / \sigma n$$

Суммарный среднеквадратичный угол многократного рассеяния получается как сумма значений по полному числу отдельных i независимых столкновений m на толщине x .

$\sigma(\text{см}^2)$ – полное резерфордское сечение рассеяния

$n(1/\text{см}^3)$ – концентрация ядер мишени

$X(\text{см})$ – толщина мишени

L - длина взаимодействия

Получается функциональная зависимость вида:

$$\overline{\theta^2} = \frac{z_1^2 z_2^2 n_2 x}{p_1^2 V_1^2} \varphi(z_2)$$

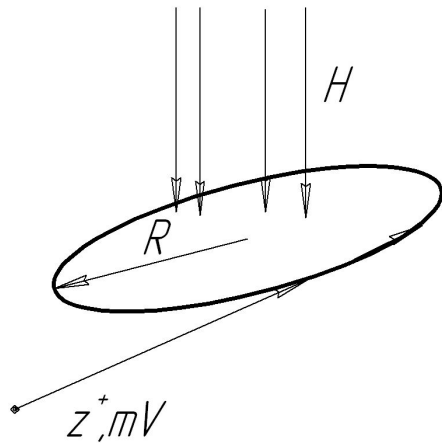
Заряженная частица (Z_1), движущаяся с импульсом p_1 (скорость v_1) через вещество толщиной x , приобретает среднеквадратичный угол

$$\Theta = \sqrt{\overline{\theta^2}} \approx \frac{z_1 \sqrt{x}}{p_1 V_1}$$

Точные расчеты дают подобную зависимость:

$$\Theta = \frac{z_1 E_s \sqrt{x/x_0}}{p_1 V_1} \quad M_s \approx B 21$$

Движение заряженных частиц в магнитном поле



Заряженная частица q с импульсом p_1 , попадает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору H . Частица будет двигаться равномерно по окружности с радиусом R . На эту частицу действует сила Лоренца (запись в системе единиц CGSE) и центробежная сила

$$F = \frac{q}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \qquad F_{\text{цент}} = \frac{mV^2}{R}$$

$pc = ze \cdot H \cdot R$ Их равенство позволяет вычислить величину радиуса вращения в магнитном поле

Эта запись справедлива и для релятивистского случая $pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$

Получаем: $pc = 300zHR$ $[pB] = z \text{ см} [H]$; $[Гс] = R$; $[] =$

Влияние многократного рассеяния



$$\chi = \frac{d}{R} = \frac{300HR}{pc}$$

Пусть, например заряженная частица попадает в магнитный спектрометр (заполненный веществом) и проходит расстояние d перпендикулярно направлению поля H по дуге окружности. При этом она поворачивается на угол χ

На толщине спектрометра d отношение угла многократного рассеяния Θ к углу поворота в магнитном поле χ запишется в виде

$$\frac{\Theta}{\chi} = \frac{21}{300} \cdot \frac{z}{H\beta\sqrt{x_0d}}$$

Скорость частицы β выражается через импульс

$$\beta = \frac{V}{c} = \frac{pc}{E} = \frac{pc}{\sqrt{p^2c^2 + (mc^2)^2}}$$

При определенных сочетаниях параметров частицы, поля и характеристик среды искажающее влияние многократного рассеяния может быть минимизировано.