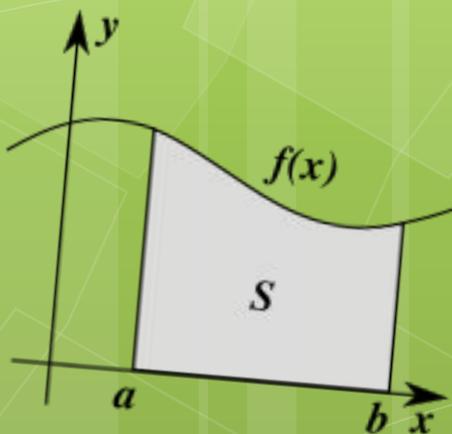


$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$



$$\iint_{\Omega} \sqrt{H(x,y)} dx dy$$



# Приложение определенного интеграла в ЭКОНОМИКЕ

ФЭУП  
13гр.  
Гога В.  
Печененко Я.

1

Определить объем  
продукции, произведенной  
рабочим за третий час  
рабочего дня, если  
производительность труда  
характеризуется функцией  
 $f(t) = 3/(3t + 1) + 4$ .

# РЕШЕНИЕ

Если  $f(t)$  характеризует производительность труда рабочего в зависимости от (времени)  $t$ , то объем продукции, за времени от  $t_1$  до  $t_2$  будет выражаться формулой:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

В нашем случае:

$$V \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt =$$

$$= \ln 10 + 12 - \ln 7 - 8 = \ln 10/7 + 4$$

2

Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией  $f(t) = 2t + 5$ .

# РЕШЕНИЕ

Имеем:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt =$$

$$\left( \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt + 5t \right) \Big|_{t_1}^{t_2} =$$

$$= 9 + 15 - 0 - 0 = 24$$

Задачи на  
определение  
излишка  
потребителя.



3

Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией  $p=4-q^2$ , где  $q$  – количество товара (в шт.),  $p$  – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при  $p^*=q^*=1$ . Определите величину потребительского излишка.

# РЕШЕНИЕ

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad v = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad v = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

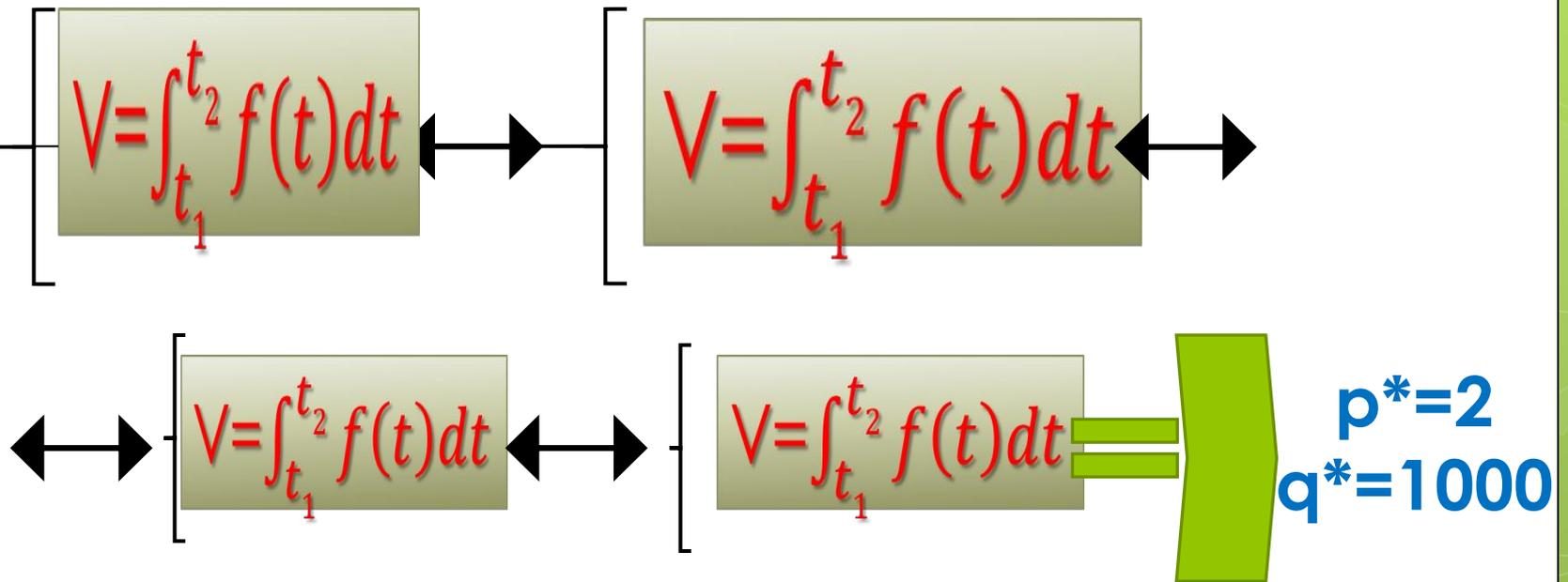
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

4

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

# РЕШЕНИЕ

1) Для расчета излишка потребителя сначала определим параметры рыночного равновесия ( $p^*$ ;  $q^*$ ):



2) Формула для вычисления потребительского излишка:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

5

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

# РЕШЕНИЕ

1) Выигрыш потребителя это потребительский излишек. Для того, чтобы найти его, определим равновесные значения количества товара и его цены:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

2) Посчитаем потребительский излишек:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

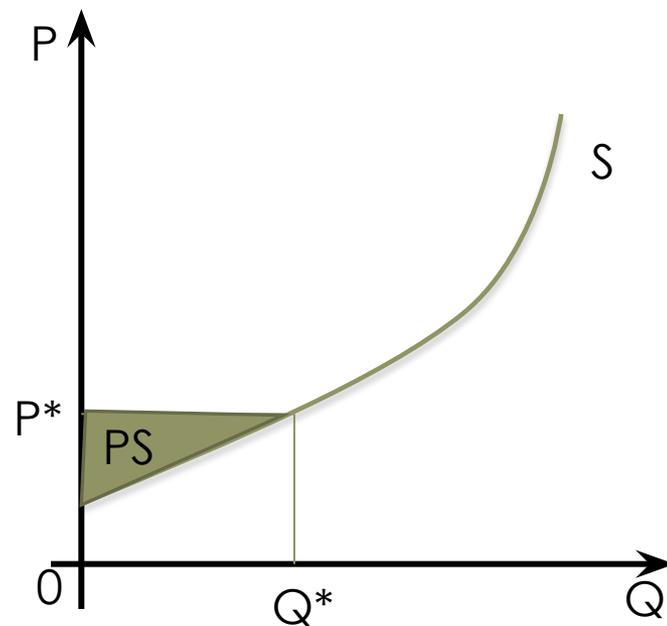
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

# Выведем формулу:

Излишек производителя представляет собой разницу между той денежной суммой, за которую он был бы готов продать  $Q^*$  единиц товара, и той суммой, которую он реально получает при продаже этого количества товара.



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

6

Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид  $p = 4q^3 + 2$ , а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж  $Q^* = 3$ . Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

# РЕШЕНИЕ

1) Найдем равновесное значение цены:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = 110$$

2) Подставим полученное значение в формулу:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

Сумма двух излишков – площадь заштрихованной фигуры на рисунке – характеризует общий эффект производства и потребления на рассматриваемом рынке.

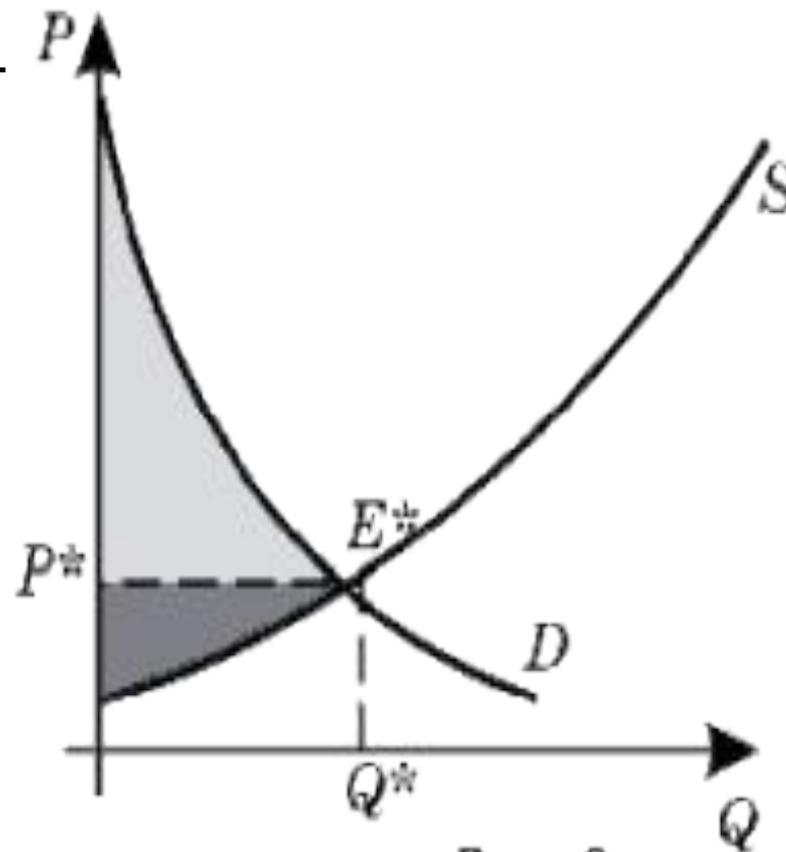


Рис. 9

7

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

## I СПОСОБ

Для определения потребительских потерь при увеличении равновесной цены товара с 2 руб. до 3 руб. посмотрим, как при этом меняется объем продаж:

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

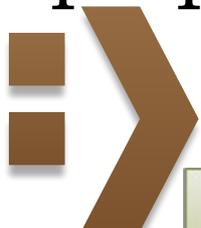
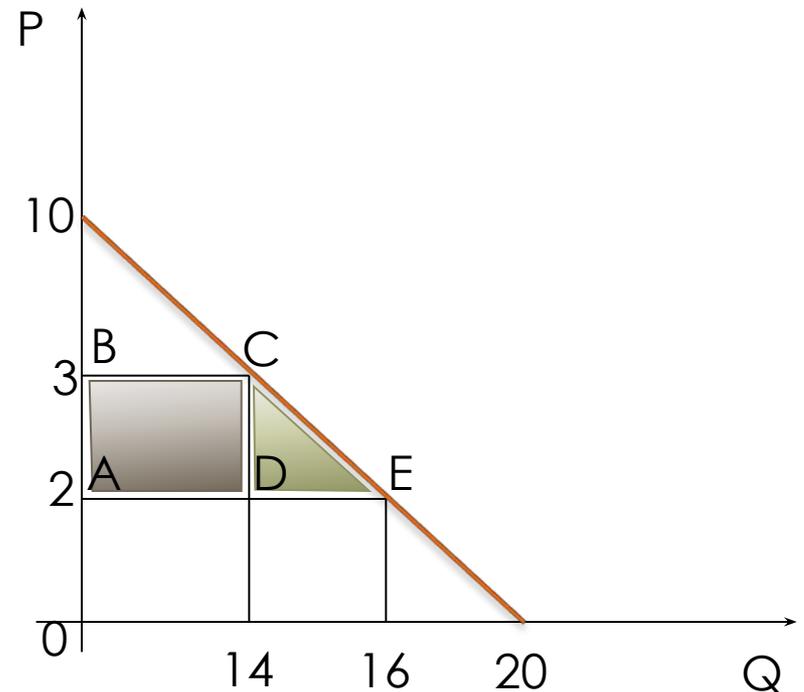
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

= 15 (руб.)

## II СПОСОБ

Так как в данном случае функция спроса линейна, то рассматриваемую ситуацию легко представить графически:



$$V = \int_t^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

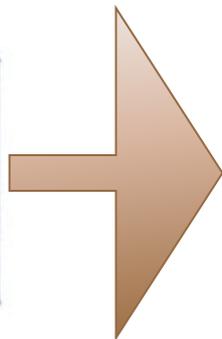
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = 15 \text{ (руб.)}$$

8

Найти объем продукции, произведенной за 4 года, если функция Кобба - Дугласа имеет вид:  $z(t) = (1 + t) \cdot e^{3t}$ .

# РЕШЕНИЕ

$$Q = \int_0^T (\alpha t + \beta) \cdot e^{\gamma t} dt$$



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad \left| \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \right.$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad \left| \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \right.$$

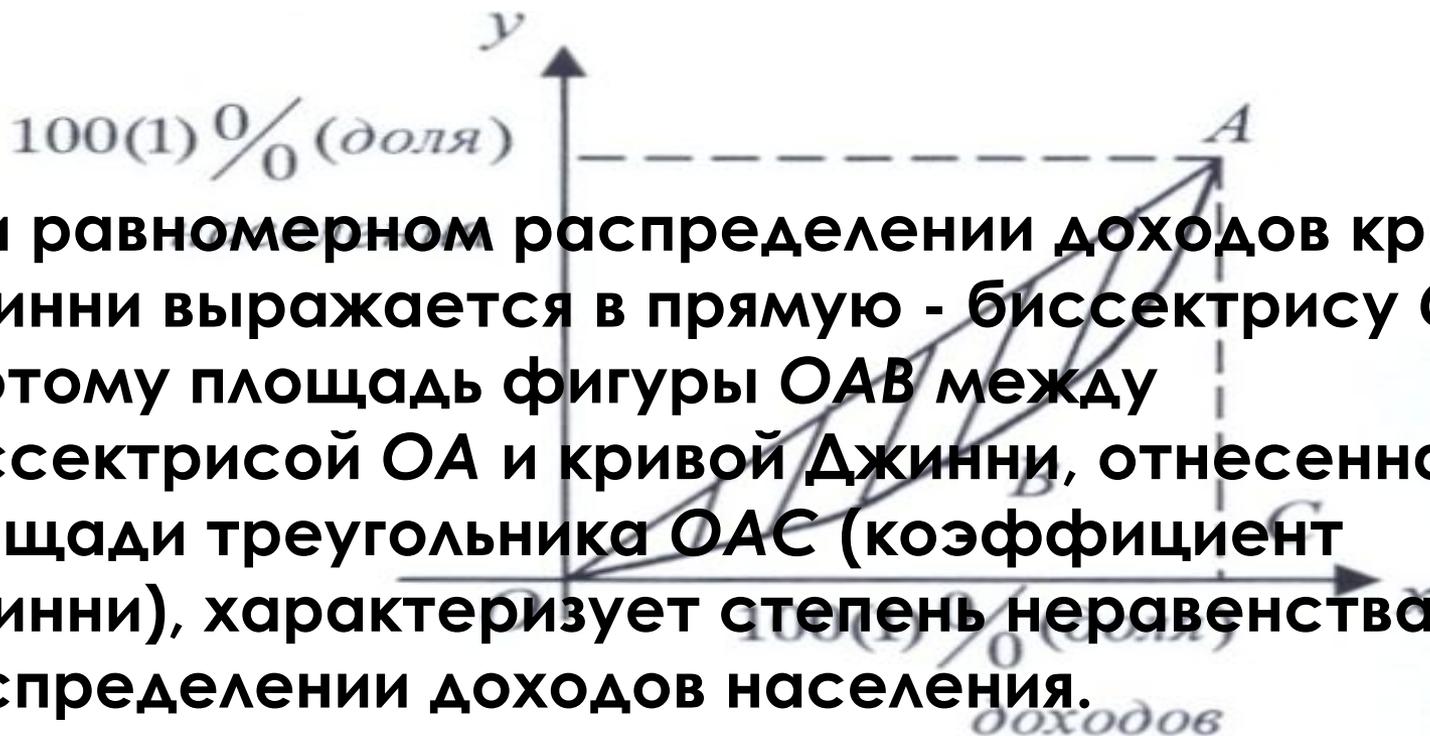
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

9

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

# РЕШЕНИЕ

Для анализа социально - экономического строения общества используется так называемая «кривая Джинни» (или «кривая Лоренца») распределения богатства в обществе.

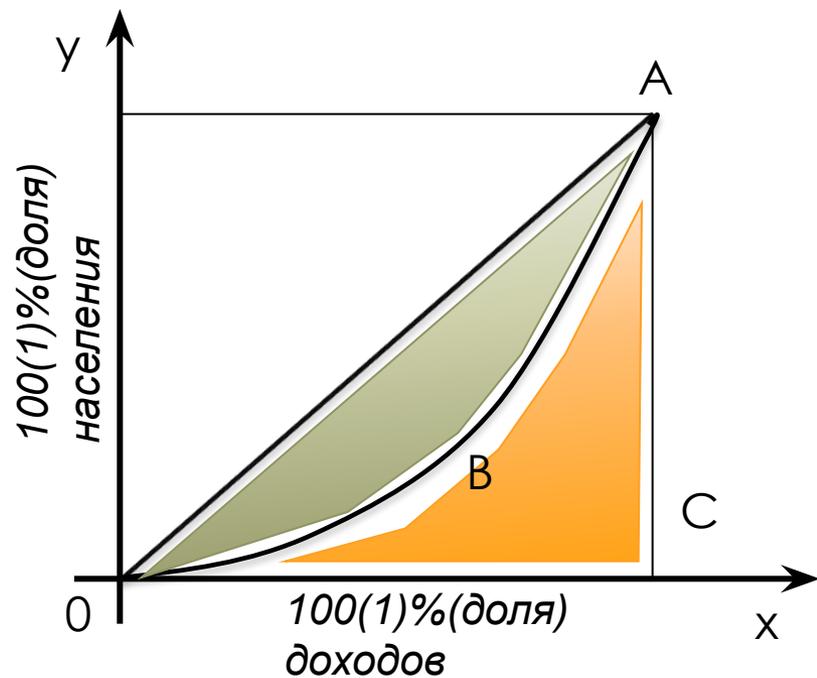


При равномерном распределении доходов кривая Джинни выражается в прямую - биссектрису  $OA$ , поэтому площадь фигуры  $OAB$  между биссектрисой  $OA$  и кривой Джинни, отнесенная к площади треугольника  $OAC$  (коэффициент Джинни), характеризует степень неравенства в распределении доходов населения.

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

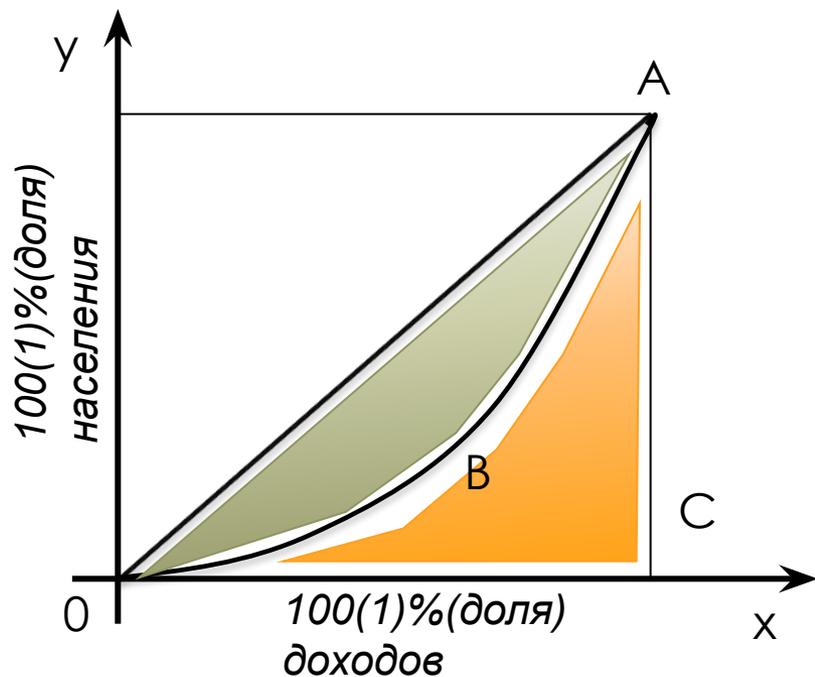
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

10

Определить дисконтированный доход за три года при процентной ставке 8%, если первоначальные (базовые) капиталовложения составили 10 млрд. руб. и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1 млрд. руб.

# РЕШЕНИЕ

Капиталовложения задаются

функцией:  $f(x) = 10 + 1 \cdot t = 10 + t$

Удельная процентная ставка  $i=0,08$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

Следовательно,  $k = 30,5$  млрд. руб. Это означает, что для получения одинаковой наращенной суммы через 3 года ежегодные капиталовложения от 10 до 13 млрд. руб. равносильны одновременным первоначальным вложениям 30,5 млрд. руб. при той же, начисляемой непрерывно процентной ставке.