ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 1-ГО ПОРЯДКА

ПРОСТО И ДАЖЕ УВЛЕКАТЕЛЬНО

- Что нужно знать и уметь, для того чтобы научиться решать дифференциальные уравнения? Для успешного изучения диффуров вы должны хорошо уметь интегрировать и дифференцировать. Если у вас более или менее приличные навыки интегрирования, то тема практически освоена! Чем больше интегралов различных типов вы умеете решать – тем лучше. Почему? Придётся много интегрировать. И дифференцировать.

Встречаются 3 типа дифференциальных уравнений первого порядка:

- Уравнения с разделяющимися переменными,
- Однородные уравнения,
- Линейные неоднородные уравнения,

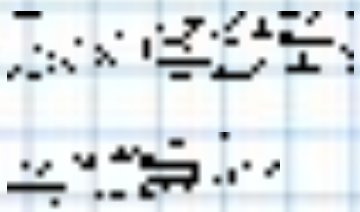
Сначала вспомним обычные уравнения

- Они содержат переменные и числа

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

Что значит решить обычное уравнение?

- Это значит, найти **множество чисел**, которые удовлетворяют данному уравнению



Диффуры устроены примерно так же

Дифференциальное уравнение *первого порядка* в общем случае **содержит**:

- независимую переменную
- зависимую переменную (функцию)
- первую производную функции

В некоторых уравнениях 1-го порядка может отсутствовать «икс» или (и) «игрек», но это не существенно – **важно** чтобы в ДУ **была** первая производная , и **не было** производных высших порядков – , и т.д.

ЧТО ЗНАЧИТ РЕШИТЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ?

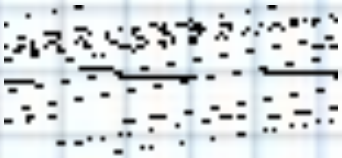
- Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти **множество всех функций**, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид (– произвольная постоянная), который называется **общим решением дифференциального уравнения**.

Пример

- Решить дифференциальное уравнение
- Полный боекомплект. С чего начать **решение**?
- В первую очередь нужно переписать производную немного в другом виде. Вспоминаем громоздкое обозначение , которое многим из вас наверняка казалось нелепым и ненужным. В диффурах рулит именно оно!
- Итак:

- На втором шаге смотрим, нельзя ли **разделить переменные?** Что значит разделить переменные? Грубо говоря, **в левой части** нам нужно оставить **только «игреки»**, а **в правой части** организовать **только «иксы»**. Разделение переменных выполняется с помощью «школьных» манипуляций: вынесение за скобки, перенос слагаемых из части в часть со сменой знака, перенос множителей из части в часть по правилу пропорции и т.п. Дифференциалы и – это полноправные множители и активные участники боевых действий. В рассматриваемом примере переменные легко разделяются перекидыванием множителей по правилу пропорции:

- Переменные разделены. В левой части – только «игреки», в правой части – только «иксы».
- Следующий этап – **интегрирование дифференциального уравнения**. Всё просто, навешиваем интегралы на обе части:



Разумеется, интегралы нужно взять. В данном случае они табличные:

- Как мы помним, к любой первообразной приписывается константа. Здесь два интеграла, но константу достаточно записать один раз *(т.к. константа + константа всё равно равна другой константе)*. В большинстве случаев её помещают в правую часть.
- Строго говоря, после того, как взяты интегралы, дифференциальное уравнение считается решённым. Единственное, у нас «игрек» не выражен через «икс», то есть решение представлено *в неявном* виде. Решение дифференциального уравнения в неявном виде называется **общим интегралом дифференциального уравнения**. То есть, – это общий интеграл.
- Ответ в такой форме вполне приемлем, но нет ли варианта получше? Давайте попытаемся получить **общее решение**.
- Пожалуйста, **запомните первый технический приём**, он очень распространен и часто применяется в практических заданиях: *если в правой части после интегрирования появляется логарифм, то константу во многих случаях (но далеко не всегда!) тоже целесообразно записать под логарифмом*.

- То есть, **ВМЕСТО** записи [illegible] обычно пишут: [illegible]
- Используем свойство логарифмов и получаем: [illegible]
- Теперь логарифмы и модули можно убрать: [illegible]

[illegible]

- **Ответ**: общее решение:

Выполнил: ст.гр. СО-11 Макаренко Н.Н.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ