Дробные рациональные уравнения

Подготовила:
учитель математики
МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова
Кутоманова Е.М.
2010-2011 учебный год

Условие равенства дроби нулю

При каком значении переменной дробь равна нулю?

$$\frac{x^3 - 25x}{x^2 - 6x + 5} = 0.$$

Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель при этом нулю не равен.

$x^3-25x=0$,

$x(x^2-25)=0$,

$x=0$, $x=\pm5$.

Если $x=0$, то $x^2-6x+5\neq0$,

если $x=-5$, то $x^2-6x+5\neq0$,

если $x=5$,то $x^2-6x+5=0$.

Ответ: при $x=0$, $x=-5$.

Выполним №288(а,б)

Решим уравнение $\frac{x^3-25x}{x^2+6x+5}=0.$

$$\frac{x^3-25x}{x^2+6x+5}=0.$$

$x^3-25x=0,$

$x(x^2-25)=0,$

$x=0,\ x=\pm 5.$

Если $x=0$, то $x^2+6x+5\neq 0$,

если $x=-5$, то $x^2+6x+5=0$,

если $x=5$,то $x^2+6x+5\neq 0$.

Ответ: 0;5.

Выполним №289(а)

Определение

Дробным рациональным уравнением называют уравнение, обе части которого являются рациональными выражениями, причём хотя бы одно из них – дробным выражением.

Например:

$$2-\frac{x+1}{x-1}=0.$$

$$\frac{x-1}{x+2}=\frac{x-4}{x-3}-1.$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}=1,$$

Алгоритм решения дробных рациональных уравнений

1. Находим общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.
2. Умножаем обе части уравнения на этот знаменатель.
3. Решаем получившееся целое уравнение.
4. Исключаем из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель дробей.
5. Записываем ответ.

Решим уравнение: $2-\frac{x+1}{x-1}=0.$

$$2-\frac{x+1}{x-1}=0.$$

x-1 – общий знаменатель.

Умножим обе части уравнения на x-1,

получим 2(x-1)-(x+1)=0;

2x-2-x-1=0,

x-3=0,

x=3.

Если x=3, то x-1=3-1=2≠0.

Ответ:3

Решим уравнение: $\frac{x-1}{x+2}=\frac{x-4}{x-3}-1.$

Решение. $$\frac{x-1}{x+2}=\frac{x-4}{x-3}-1.$$

(x+2)(x-3) – общий знаменатель.

Умножим обе части уравнения на (x+2)(x-3),

получим (x-1)(x-3)=(x-4)(x+2)- (x+2)(x-3),

$x^2-x-3x+3=x^2-4x+2x-8-x^2-2x+3x+6$,

$x^2-3x+5=0$,

D=9-20<0, корней нет.

Ответ: корней нет

Решим уравнение $\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}=1,$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}-1=0$$

Общий знаменатель x-3.

Умножим обе части уравнения на x-3,

получим (x-2)(x-3)-(x-3)=0,

$x^2-2x-3x+6-x+3=0,$

$x^2-6x+9=0,$

$(x-3)^2=0,$

x=3.

Если x=3, знаменатель обращается в нуль, значит, x=3- посторонний корень.

Ответ: корней нет

Решим уравнение $$\frac{2x^2}{x-2}+\frac{3x+2}{2-x}=x.$$

Решение.

Умножим обе части уравнения на x-2, получим

$2x^2-(3x+2)=x(x-2)$,

$2x^2-3x-2=x^2-2x$,

$2x^2-3x-2-x^2+2x=0$,

$x^2-x-2=0$,

$D=1+8=9$,

$x=(1\pm3):2$,

$x_1=-1$, $x_2=2$.

Если $x=-1$, $x-2=-1-2=-3\neq0$;

если $x=2$, то $x-2=2-2=0$.

Ответ: -1.

Решим уравнение $\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}=\frac{1}{4};$

Общий знаменатель: 4x (x+1)(x+2).

Умножим обе части уравнения на 4x (x+1)(x+2), получим

$4(x+2)+4x=x(x+1)(x+2),$

$4x+8+4x=x(x^2+3x+2),$

$8x+8=x^3+3x^2+2x,$

$x^3+3x^2-6x-8=0,$

$(x^3-8)+3x(x-2)=0,$

$(x-2)(x^2+2x+4)+3x(x-2)=0,$

$(x-2)(x^2+5x+4)=0,$

$x-2=0$ или $x^2+5x+4=0$

$x=2,$ $D=25-16=9,$

$x=(-5\pm3):2,$

$x_1=-1,\ x_2=-4.$

Если $x=2$, то $4x(x+1)(x+2)\neq0$,

если $x=-1$, то $4x(x+1)(x+2)=0$,

если $x=-4$, то $4x(x+1)(x+2)\neq0$.

Ответ:2,-4.