Урок одной задачи.

Методы решения квадратного уравнения.

Цель урока:

- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*

- *Рассмотреть несколько способов решения одной задачи и научиться выбирать из них наиболее оригинальный , оптимальный.*

- *Познакомиться с новыми приёмам устного решения квадратных уравнений.*

Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи.

Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.

У.У. Сойер

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

где x —неизвестное, a,b,c —заданные числа, a называют старшим коэффициентом, b—вторым коэффициентом, c — свободным членом.

Полные квадратные уравнения

приведенные
(если a = 1)
$x^2 + px + q = 0$

неприведенные
$ax^2 + bx + c = 0$
$a \neq 0$

Неполные квадратные уравнения
(если хотя бы один из коэффициентов b = 0 или c = 0)

$ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0, c = 0$.

$ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$, $b = 0$.

$ax^2 = 0$, $a \neq 0$, $b = 0, c = 0$.

1) $2x^2 - x + 3 = 0$
2) $x^2 - 9x = 0$
3) $4x + x^2 - 1 = 0$
4) $2x - 5 = 0$
5) $0,3 - 0,2x - x^2 = 0$
6) $5x^2 = 0$
7) $-7x + x - 0,5 = 0$
8) $49x^2 = 0$

- Какое из этих уравнений не является квадратным?
- Назовите неполные квадратные уравнения.
- Назовите приведенные квадратные уравнения.
- Какие уравнения можно решить по формуле корней квадратного уравнения?
- Какие уравнения можно решить разложением на множители, выделением квадрата двучлена, извлечением квадратного корня?

Найдите в каждой группе уравнений «лишнее»:

А: 1. $3x^2 - x = 0$,
2. $x^2 - 25 = 0$,
3. $4x^2 + x - 3 = 0$,
4. $4x^2 = 0$.

Б: 1. $x^2 - 7x + 1 = 0$,
2. $7x^2 - 4x + 8 = 0$,
3. $x^2 + 4x - 4 = 0$,
4. $x^2 - 5x - 3 = 0$.

Не решая уравнение

$$x^2 - 8x + 7 = 0.$$

Найдите:

а) сумму корней:

б) произведение корней:

в) корни данного уравнения:

Первый способ(по общей формуле):

$$ax^2+вx+c=0,\ a\neq 0.$$

$$D=в^2-4ac$$

D<0,

то квадратное уравнение решений не имеет

D=0, то

$$x_{1,2}=-\frac{в}{2a}$$

D>0.

то $x_1=\dfrac{-в+\sqrt{D}}{2a}$

$x_2=\dfrac{-в-\sqrt{D}}{2a}$

С 1591 г. мы пользуемся формулами при решении квадратных уравнений

Задание *1:* **Решите квадратные уравнения** *:*

1. $2x^2-5x+2=0$, $x_1=½$, $x_2=2$.

3. $2x^2-3x+2=0$, **решений нет.**

4. $4x^2-12x+9=0$. $x_1=1,5$, $x_2=1,5$.

Второй способ(по т., обратной теореме Виета):

Уравнение, вида $x^2+px+q=0$, называется приведённым. Его корни можно найти по теореме, обратной теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p, \\ x_1 \cdot x_2=q. \end{cases}$$

Например,

уравнение $x^2-3x+2=0$

имеет корни $x_1=2$, $x_2=1$

так как $x_1+x_2=3$, $x_1 \cdot x_2=2$.

Задание *2.* **Решите приведённые квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета.**

1. $x^2+10x+9=0$, $x_1=-9, x_2=-1.$
2. $x^2+7x+12=0$, $x_1=-4, x_2=-3.$
3. $x^2-10x-24=0.$ $x_1=12, x_2=-2.$

Третий способ(формула корней приведенного квадратного уравнения):

Корни уравнения вида $x^2+px+q=0$ можно найти по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g};$$

Задание *3:* **Решите квадратные уравнения по данной формуле**:

- $x^2-10x-24=0$,
- $x^2-16x+60=0$

Четвёртый способ(способ « переброски»):

Решить квадратное уравнение можно способом «переброски». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант - точный квадрат.

Например: Решим уравнение $2x^2-11x+15=0$.

«Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение: $y^2-11y+30=0$.

По теореме, обратной теореме Виета $y_1= 5, y_2= 6$. тогда $x_1=y_1/2$, $x_2=y_2/2$; т.е. $x_1=2,5$, $x_2=3$.

Решаем, используя метод «переброски»

$$6x^2 - 7x - 3 = 0$$

Получим уравнение $x^2 - 7x - 18 = 0$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6: $x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$

Ответ : $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

Задание *3:* **Решите уравнения, используя метод «переброски»:**

1. $2x^2-9x+9=0$, $x_1=1{,}5$, $x_2=3$.
2. $10x^2-11x+3=0$, $x_1=0{,}5$,$x_2=0{,}6$.
3. $3x^2+11x+6=0$ $x_1=-3, x_2=-\frac{2}{3}$.

Пятый способ: «Способ коэффициенто

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2+вx+c=0$, где $a\neq0$.

1.Если а+в+с=0(т.е.сумма коэффициентов уравнения равна нулю), то $x_1=1, x_2=c/a$.

Например: $345x^2-137x-208=0$ (345-137-208=0), значит,

$$x_1= 1, x_2= - 208/345.$$

2.Если а-в+с=0 (или в=а+с), то $x_1=-1, x_2= - c/a$.

Например, $313x^2+326x+13=0$ (326=313+13), значит

$$x_1=-1, x_2=-13/313.$$

Задание *4:* **Решите квадратные уравнения методом «коэффициентов»:**

1. $5x^2-7x+2=0$; $x_1=1, x_2=\frac{2}{5}$.
2. $3x^2+5x-8=0$; $x_1=1, x_2=-\frac{8}{3}$.
3. $11x^2+25x-36=0$; $x_1=1, x_2=-\frac{36}{11}$.
4. $11x^2+27x+16=0$; $x_1=-1, x_2=-\frac{16}{11}$.
5. $939x^2+978x+39=0$. $x_1=-1, x_2=-\frac{39}{939}$.

Урок одной задачи.

$$4x^2-12x+8=0$$

Решить данное уравнение:

- **По общей формуле;**
- **По теореме, обратной теореме Виета;**
- **По формуле для нахождения корней приведенного квадратного уравнения;**
- **Способом «переброса»;**
- **Способом коэффициентов.**

Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет вам экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы выпускных экзаменов.