Урок одной задачи.

Методы решения квадратного уравнения.

Цель урока:

- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*

- *Рассмотреть несколько способов решения одной задачи и научиться выбирать из них наиболее оригинальный , оптимальный.*

- *Познакомиться с новыми приёмам устного решения квадратных уравнений.*

Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи.

Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.

У.У. Сойер

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$\underline{ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0}$$

где x –неизвестное, a,b,c –заданные числа, a называют старшим коэффициентом, b–вторым коэффициентом, c – свободным членом.

Полные квадратные уравнения

приведенные

(если a = 1)

$$x^2 + px + q = 0$$

неприведенные

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \neq 0$$

Неполные квадратные уравнения

(если хотя бы один из коэффициентов b = 0 или c = 0)

$ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0, c = 0$.

$ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$, $b = 0$.

$ax^2 = 0$, $a \neq 0$, $b = 0, c = 0$.

1) $2x^2 - x + 3 = 0$
2) $x^2 - 9x = 0$
3) $4x + x^2 - 1 = 0$
4) $2x - 5 = 0$
5) $0{,}3 - 0{,}2x - x^2 = 0$
6) $5x^2 = 0$
7) $-7x + x - 0{,}5 = 0$
8) $49x^2 = 0$

- Какое из этих уравнений не является квадратным?
- Назовите неполные квадратные уравнения.
- Назовите приведенные квадратные уравнения.
- Какие уравнения можно решить по формуле корней квадратного уравнения?
- Какие уравнения можно решить разложением на множители, выделением квадрата двучлена, извлечением квадратного корня?

Найдите в каждой группе уравнений «лишнее»:

А: 1. $3x^2 - x = 0$,
2. $x^2 - 25 = 0$,
3. $4x^2 + x - 3 = 0$,
4. $4x^2 = 0$.

Б: 1. $x^2 - 7x + 1 = 0$,
2. $7x^2 - 4x + 8 = 0$,
3. $x^2 + 4x - 4 = 0$,
4. $x^2 - 5x - 3 = 0$.

Не решая уравнение

$$x^2 - 8x + 7 = 0.$$

Найдите:

а) сумму корней:

б) произведение корней:

в) корни данного уравнения:

Первый способ(по общей формуле):

$ax^2+вx+c=0,\ a\neq 0.$

$D=в^2-4ac$

$\underline{D<0}$, то квадратное уравнение решений не имеет

$\underline{D=0}$, то

$x_{1,2}= -\dfrac{в}{2a}$

$\underline{D}>0$, то $x_1=\dfrac{-в+\sqrt{D}}{2a}$

$x_2=\dfrac{-в-\sqrt{D}}{2a}$

С 1591 г. мы пользуемся формулами при решении квадратных уравнений

Задание *1:* **Решите квадратные уравнения** *:*

1. $2x^2-5x+2=0$, $x_1= ½, x_2=2.$

3. $2x^2-3x+2=0$, решений нет.

4. $4x^2-12x+9=0$. $x_1=1,5, \ x_2=1,5.$

Второй способ(по т., обратной теореме Виета):

Уравнение, вида $x^2+px+q=0$, называется приведённым. Его корни можно найти по теореме, обратной теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p, \\ x_1 \cdot x_2=q. \end{cases}$$

Например,

уравнение $x^2-3x+2=0$

имеет корни $x_1=2$, $x_2=1$

так как $x_1+x_2=3$, $x_1 \cdot x_2=2$.

Задание *2.* **Решите приведённые квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета.**

1. $x^2+10x+9=0$, $x_1=-9, x_2=-1.$
2. $x^2+7x+12=0$, $x_1=-4, x_2=-3.$
3. $x^2-10x-24=0.$ $x_1=12, x_2=-2.$

Третий способ(формула корней приведенного квадратного уравнения):

Корни уравнения вида $x^2+px+q=0$ можно найти по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g};$$

Задание *3:* **Решите квадратные уравнения по данной формуле***:*

- $x^2-10x-24=0$,
- $x^2-16x+60=0$

Четвёртый способ(способ « переброски»):

Решить квадратное уравнение можно способом «переброски». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант - точный квадрат.

Например: Решим уравнение $2x^2-11x+15=0$.

«Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение: $y^2-11y+30=0$.

По теореме, обратной теореме Виета $y_1= 5, y_2= 6$. тогда $x_1=y_1/2$, $x_2=y_2/2$; т.е. $x_1=2{,}5$, $x_2=3$.

Решаем, используя метод «переброски»

$$6x^2 - 7x - 3 = 0$$

Получим уравнение $x^2 - 7x - 18 = 0$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6: $x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$

Ответ : $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

Задание *3:* **Решите уравнения, используя метод «переброски»:**

1. $2x^2-9x+9=0,$ $x_1=1{,}5$, $x_2=3.$
2. $10x^2-11x+3=0,$ $x_1=0{,}5$,$x_2=0{,}6.$
3. $3x^2+11x+6=0$ $x_1=-3,x_2=-\frac{2}{3}$.

Пятый способ: «Способ коэффициент

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2+вx+c=0$, где $a\neq 0$.

1.Если $a+в+c=0$(т.е.сумма коэффициентов уравнения равна нулю), то $x_1=1, x_2=c/a$.

Например: $345x^2-137x-208=0$ $(345-137-208=0)$, значит,

$x_1= 1, x_2= - 208/345$.

2.Если $a-в+c=0$ (или $в=a+c$), то $x_1=-1, x_2= - c/a$.

Например, $313x^2+326x+13=0$ $(326=313+13)$, значит

$x_1=-1, x_2=-13/313$.

Задание *4:* **Решите квадратные уравнения методом «коэффициентов»:**

1. $5x^2-7x+2=0;$ $x_1=1, x_2=\frac{2}{5}.$
2. $3x^2+5x-8=0;$ $x_1=1, x_2=-\frac{8}{3}.$
3. $11x^2+25x-36=0;$ $x_1=1, x_2=-\frac{36}{11}.$
4. $11x^2+27x+16=0;$ $x_1=-1, x_2=-\frac{16}{11}.$
5. $939x^2+978x+39=0.$ $x_1=-1, x_2=-\frac{39}{939}.$

Урок одной задачи.

$$4x^2-12x+8=0$$

Решить данное уравнение:

- По общей формуле;
- По теореме, обратной теореме Виета;
- По формуле для нахождения корней приведенного квадратного уравнения;
- Способом «переброса»;
- Способом коэффициентов.

Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет вам экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы выпускных экзаменов.