Комбинаторика

Размещение и сочитание

Размещение

- В комбинаторике размещением называется расположение «предметов» на некоторых «местах» при условии, что каждое место занято в точности одним предметом и все предметы различны. Более формально, разме́щением (из n по k) называется упорядоченный набор из k различных элементов некоторого n-элементного множества.

Размещение

- Например, — это 4-элементное размещение 6-элементного множества {1,2,3,4,5,6}.

- Набор элементов {xi1,xi2,…,xir} из множества X, т.е. xij є X (j=1,2,…,r) называется выборкой объемом k из n элементов или просто (n,k)-выборкой.

Размещение

- (n,k)-выборка называется упорядоченной, если в ней задан порядок следования элементов. Если порядок следования элементов в выборке не является существенным, то такая выборка неупорядоченная.
- число (n,k) – размещений без повторений

$$A_n^k = n^{\underline{k}} = (n)_k = n(n-1)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k}k!.$$

Сочетание

- В комбинаторике сочетанием из n по k называется набор k элементов, выбранных из данных n элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.

Сочетание

Число всех выборов k элементов из n данных без учета их порядка называют числом сочетаний из n элементов по k

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Формулы:

Для любых натуральных чисел n и k
где n>k,справедливы равенства:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$$

Для числа выборов двух элементов из n данных:

$$A_n^2 = n(n-1)$$

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$C_n^2 = \frac{A_n^2}{2}$$