Статистическое определение вероятности.

Решение задач.

Диктант.

1. Запишите формулу вычисления вероятности случайного события в классической модели. Поясните, что означает каждая буква в этой формуле.
2. Запишите формулу вычисления вероятности случайного события в статистической модели. Поясните, что означает каждая буква в этой формуле.
3. Какому условию должны удовлетворять исходы опыта, чтобы можно было воспользоваться классическим определением вероятности?
4. Чему равна частота достоверного события?
5. Чему равна частота невозможного события?

Решение задач.

Задача 1. В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 5 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота появления нестандартных деталей?

Решение.

$w = 5/100 = 0{,}05$

Ответ: $w = 0{,}05$.

Решение задач.

Задача 2. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

Решение.

$$N = 120, W(A) = 0{,}85$$

$$W(A) = \frac{N_A}{N}$$

$$0{,}85 = \frac{N_A}{120}$$

$$N_A = 0{,}85 \cdot 120 = 102$$

Ответ: 102 попадания.

Вероятностная шкала.

Что вероятнее?

Попытаемся расположить на специальной вероятностной шкале события:

- *A={в следующем году первый снег в Москве выпадет в воскресенье};*
- *B={свалившийся со стола бутерброд упадет на пол маслом вниз};*
- *C={при бросании кубика выпадет шестерка};*
- *D={при бросании кубика выпадет четное число очков};*
- *E={в следующем году снег в Москве вообще не выпадет};*
- *F={при бросании кубика выпадет семерка};*
- *G={в следующем году в Москве выпадет снег};*
- *H={при бросании кубика выпадет число очков, меньшее 7}.*

Вероятностная шкала

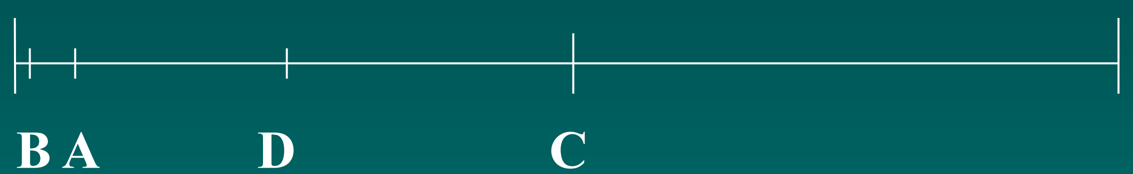
- Чем больше у случайного события шансов произойти, тем оно более вероятно и тем правее его следует расположить на вероятностной шкале; чем меньше шансов - тем левее. Если два события, на наш взгляд, имеют равные шансы, будем располагать их в одном и том же месте шкалы друг над другом.

Пример 1. Вова хочет вытянуть наугад одну карту из колоды с 36-ю картами. Маша, Саша, Гриша и Наташа предсказали следующее:

- Маша: Это будет король.
- Саша: Это будет пиковая дама.
- Гриша: Эта карта будет красной масти.
- Наташа: Эта карта будет пиковой масти.

Решение :

- Как сравнить между собой шансы предсказателей?
- Обозначим все события, предсказанные ребятами, буквами:
- *A={Вова достанет короля};*
- *B={Вова достанет пиковую даму};*
- *C={Вова достанет карту красной масти};*
- *D={Вова достанет карту пиковой масти}.*
- Всего в колоде:
- королей - 4; P(A)=4/36
- пиковая дама - 1; P(B)=1/36
- карт красных мастей-18; P(C)=18/36
- пик- 9; P(D)=9|36



Пример 2. Что вероятнее: A={получить шестерку при подбрасывании кубика} или B={вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт}?

- Как и в предыдущем примере, подсчитаем шансы за осуществление каждого из этих событий.
- На кубике одна шестерка; в колоде четыре шестерки.
- Стало быть, событие. B более вероятно?
- Нет, конечно! Просто мы неверно считали шансы. Ведь когда речь идет о шансах, то говорят не просто «два шанса» или «один шанс», а «два шанса из трех» или «один шанс из тысячи».
- В примере 1 это не могло привести к ошибке, поскольку там все шансы были «из 36».
- А вот в этом примере ситуация сложнее:
- шестерок на кубике -1, а всего граней у куба - 6;

  шестерок в колоде - 4, а всего карт в колоде - 36.

Решение :

- Ясно, что «1 шанс из 6» лучше, чем «4шанса из 36», ведь 1/6 больше 4/36.
- Таким образом, шансы имеет смысл сравнивать как дроби: в числителе - сколько шансов за осуществление данного события, а в знаменателе - сколько всего возможно исходов. Понятно, что если знаменатели одинаковые, то можно сравнивать только числители (что и было сделано в примере 1).

Пример 3. Попробуем на основе нашего опыта общения по телефону сравнить между собой степень вероятности следующих событий:

- *A ={вам никто не позвонит с 5 до 6 утра};*
- *B ={вам кто-нибудь позвонит с 5 до 6 утра};*
- *C ={вам кто-нибудь позвонит с 18 до 21};*
- *D ={вам никто не позвонит с 18 до 21}.*

Решение :

- Ранним утром звонки бывают очень редко, поэтому событие A - очень вероятное, почти достоверное, а B - маловероятное, почти невозможное.
- Вечерние часы, наоборот, время самого активного телефонного общения, поэтому событие C для большинства людей вероятные, чем D. Хотя, если вам вообще звонят редко, D может оказаться вероятнее C.

Решение задач.

Задача 3. *При проведении контроля качества среди 1000 случайно отобранных деталей оказалось 5 бракованных. Сколько бракованных деталей следует ожидать среди 25 000 деталей?*

- По результатам контроля можно оценить вероятность события А={*произведенная деталь бракованная*}. Приближенно она будет равна его частоте: Р(А) = 5/1000=0,005.

- Следует ожидать такую частоту и в будущем, поэтому среди 25 000 деталей окажется около 25 000 • 0,005 = 125 бракованных.

Решение задач.

Задача 4. *Население города Калуги составляет около 400 000 жителей. Сколько калужан родились 29 февраля?*

- Заметим прежде всего, что вопрос задачи не совсем корректен: мы можем ответить на него лишь приближенно, ибо реальная частота даже в такой большой выборке из 400 000 жителей не обязана совпадать с вероятностью.
- 29 февраля бывает только в високосном году — один раз в четыре года, следовательно, для случайно выбранного человека его день рождения попадает на 29 февраля с вероятностью

$$\frac{1}{3\cdot 365+366}=\frac{1}{1461}\approx 0{,}00068$$

- Это значит, что среди 400 000 жителей Калуги следует ожидать около $400000\cdot\frac{1}{1461}=274$ человека, которым приходится праздновать свой день рождения раз в четыре года.

Решение задач.

Задача 5. *Из озера выловили 86 рыб, которых пометили и отпустили обратно в озеро. Через неделю произвели повторный отлов, на этот раз поймали 78 рыб, среди которых оказалось 6 помеченных. Сколько приблизительно рыб живет в озере?*

- Оказывается, найти ответ на этот неожиданный вопрос совсем несложно.
- В самом деле: обозначим неизвестную нам численность рыб в озере через N.
- Тогда вероятность поймать помеченную рыбу в озере будет 86/N.
- С другой стороны, эта вероятность должна приближенно равняться полученной во втором улове частоте: 86/N=6/78.
- Отсюда $N = 86 \cdot 78 / 6 = 1118$.

Домашнее задание:

В письменном тексте одной из «букв» считается пробел между словами. Найдите частоту просвета в любом газетном тексте.