Тригонометрические уравнения

Обобщающий урок

Алгебра-10

План урока

- Устная разминка
- Воспроизведение базовых знаний
- Тест «Проверь себя»
- Решение уравнений базового уровня
- Решение неравенств
- Решение уравнений повышенного уровня
- Дополнительное задание
- Подведение итогов

Как работать

Сегодня весь урок ты будешь работать самостоятельно. Ты сможешь обобщить и систематизировать знания по решению тригонометрических уравнений и неравенств. В ходе урока ты сможешь проверить степень своей готовности к предстоящей контрольной работе. К концу урока постарайся зафиксировать свои ошибки (сколько, какие). В дальнейшем вместе с учителем ты сможешь разобрать эти ошибки.

Удачи!

Запиши в тетради:

1. Дату

2. Тему урока: «Решение тригонометрических уравнений»

Устная разминка

Вычисли и запиши в столбик ответы в тетради:

1. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$
4. $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
5. $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$
6. $\arccos(-1)$
7. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Проверь ответы:

$\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{6}$

π

$\frac{5\pi}{6}$

Тест

Вспомни и запиши формулы для решения уравнений:

1. $\cos x = a$, $|a| \le 1$

$x = \pm \arccos a + 2\pi k$

2. $\sin x = a$, $|a| \le 1$

$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$

3. $\mathrm{tg}\, x = a$

$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi k$

4. $\mathrm{ctg}\, x = a$

$x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi k$

Вспомни формулы

arcsin(-*a*)= -arcsin*a* для любого *a* $\in$[-1,1]

arccos(-*a*)=π-arcos*a* для любого *a* $\in$[0,1]

arctg(-*a*)=-arctg*a* для любого *a*

arcctg(-*a*)=π-arcctg*a* для любого *a*

Реши уравнения базового уровня

1) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$

2) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $2\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -1$

4) $tg^2x - 6tgx + 5 = 0$

5) $(2\sin x - 1)(\cos x - 1) = 0$

Проверь ответы:

1) $x = \pm\pi/6 + 2\pi k.$

2) $x = (-1)^n \cdot (-\pi/6) + \pi n/2.$

3) $x = \frac{11\pi}{12} + 2\pi k,\ x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k.$

4) $x = \pi/4 + \pi k,\ x = arctg5 + \pi k.$

5) $x = (-1)^n \cdot \pi/6 + \pi n,\ x = 2\pi k.$

Если неверно

К слайду 6

Если верно

К слайду 7

Решение некоторых уравнений базового уровня

3) $2\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -1$,

$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -1/2$,

$x - \frac{\pi}{4} = \pm\arccos(-1/2) + 2\pi k$,

$x - \frac{\pi}{4} = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$,

$x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$,

$x = \frac{11\pi}{12} + 2\pi k$, $x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k$

4) $tg^2x - 6tgx + 5 = 0$

Обозначим tgx=a. тогда

$a^2 - 6a + 5 = 0$

Отсюда $a_1 = 5$, $a_2 = 1$,

tgx=5 и tgx=1

$x = arctg5 + \pi k$,

$x = arctg1 + \pi k$,

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k$

5) $(2\sin x - 1)(\cos x - 1) = 0$

Подсказка:

произведение равно 0, если…

Решение неравенств

Реши неравенства:

1) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\sin x \geq 0$

3) $\cos x < -1/2$

4) $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

Проверь ответы:

1) $-\pi/6 + 2\pi k < x < \pi/6 + 2\pi k$

2) $2\pi k \leq x \leq \pi + 2\pi k$

3) $2\pi/3 + 2\pi k < x < 4\pi/3 + 2\pi k$

4) $\pi/4 + 2\pi k < x < 3\pi/4 + 2\pi k$

Если неверно

N

слайду1

1

Если неверно

N

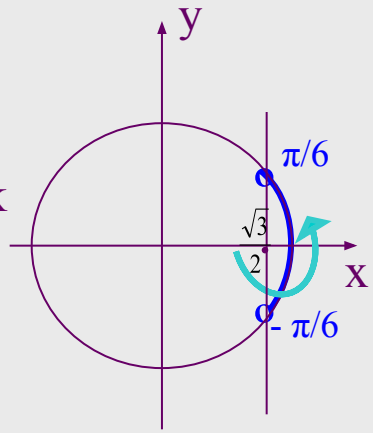
слайду1

2

Проверь решения неравенств

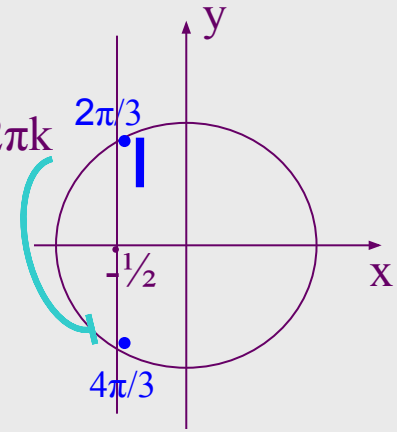
1)cos x > $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\pi/6 + 2\pi k < x < \pi/6 + 2\pi k$



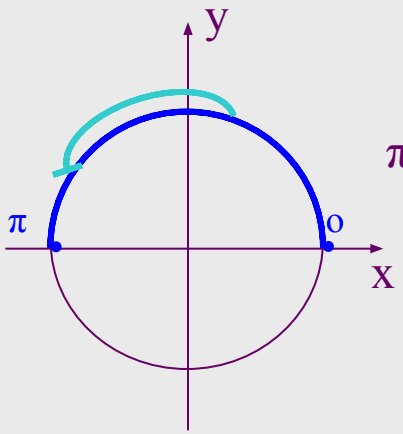
3) cos x < - 1/2

$2\pi/3 + 2\pi k < x < 4\pi/3 + 2\pi k$



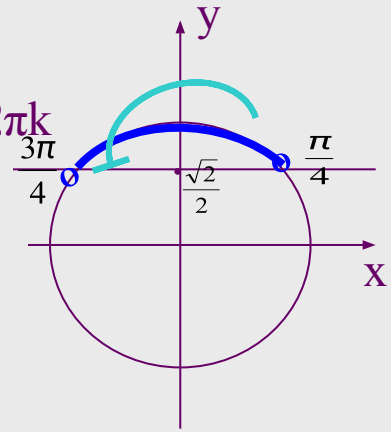
2) sin x ≥0

$2\pi k \le x \le \pi + 2\pi k$



4) sinx > $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\pi/4 + 2\pi k < x < 3\pi/4 + 2\pi k$



Реши уравнения повышенного уровня

1. $\sin 5x=\cos 5x$

2. **$\sin^2 x+\cos(\pi/2-x)\sin(\pi/2-x)-2\cos^2 x=0$**

3. **$tg(2\pi+x)+2tg(\pi/2+x)= -1$**

Проверь ответы:

1. $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$

2. $x= \frac{\pi}{4}+\pi k$, $x= -arctg2+\pi k$

3. $x= \frac{\pi}{4}+\pi k$, $x= -arctg2+\pi k$

Если неверно

к

слайду1

3

Если верно

к

слайду1

4

Решение уравнений повышенного уровня

1. $\sin 5x=\cos 5x$ (однородное 1-й степени)

Разделим обе части на $\cos 5x$. Получим:

$tg5x=1$,

$5x=arctg1+\pi k$,

$5x=\pi/4+\pi k$,

$x=\frac{\pi}{20}+\frac{\pi k}{5}$

2. $\sin^2x+\cos(\pi/2-x)\sin(\pi/2-x)-2\cos^2x=0$

(однородное 2-й степени).

Упростим левую часть по формулам приведения:

$\sin^2x+\sin x\cdot\cos x-2\cos^2x=0$.

Разделим обе части на $\cos^2x$:

$tg^2x+tgx-2=0$, отсюда:

$tgx=1$ и $tgx=-2$

$x=\frac{\pi}{4}+\pi k$, $x=-arctg2+\pi k$

3. $tg(2\pi+x)+2tg(\pi/2+x)=-1$,

$tgx-2/tgx=-1$.

Умножим обе части на tgx, при условии $tgx\neq 0$.Получим:

$tg^2x-2=-tgx$,

$tg^2x+tgx-2=0$, отсюда:

$tgx=1$, $tgx=-2$.

$x=\frac{\pi}{4}+\pi k$, $x=-acrctg2+\pi k$

Дополнительно

1. Реши уравнение: $2\sin(\frac{3\pi}{4}-x)=\sqrt{3}$
и найди:

а) наименьший положительный корень;

б) корни, принадлежащие промежутку $[0,\pi]$

2.Реши уравнение: $\sin^2 2x-3=2\sin 2x\cos 2x$

Подведение итогов

Итак, мы закончили изучение очень важной темы «Решение тригонометрических уравнений». Но к этой теме мы вернёмся при изучении следующей главы «Преобразование тригонометрических выражений».

Сегодня на уроке повторили общие формулы решений простейших тригонометрических уравнений, а также частные формулы.

На уроке также были рассмотрены основные виды и способы решения тригонометрических уравнений:

- Разложение на множители;
- Замена переменной;
- Однородные тригонометрические уравнения 1-й и 2-й степени

Повторили сегодня и решение тригонометрических неравенств.

Если тебе было что-то непонятно, обратись к учителю.

Спасибо за урок!
Удачи на контрольной работе!