



Алгебра высказываний

Алгебра и логика

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

$A = \{\text{Аристотель - основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}.$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0.

Таким образом: $A = 1, B = 0.$

Алгебра и логика

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов:

- Солнце в зените **И** тени нет.
- Мы пойдём в кино **ИЛИ** на дискотеку.
- **НЕВЕРНО**, что Солнце движется вокруг Земли.
- **ЕСЛИ** сумма цифр числа делится на 3, **ТО** число делится на 3
- Число 15 делится на 3 **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА**, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

Эти союзы в алгебре высказываний заменяются на **логические операции**.

Логические операции задаются **таблицами истинности** и могут быть графически проиллюстрированы с помощью **диаграмм Эйлера-Венна**.

Солнце в зените И тени нет.

Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение):

- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в алгебре высказываний обозначение **&**;
- в языках программирования обозначение **And**.

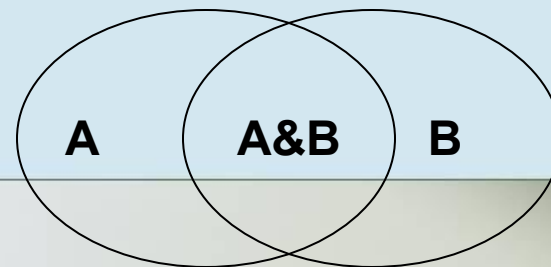
Составное высказывание, образованное в результате конъюнкции **истинно** тогда и только тогда, **когда оба исходных высказывания истинны**.

В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция *пересечения множеств*.

Таблица истинности:

| A | B | A&B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Диаграмма Эйлера-Венна



Мы пойдём в кино **ИЛИ** на дискотеку.

Логическая операция **ДИЗЬЮНКЦИЯ** (логическое сложение):

- в естественном языке соответствует союзу **или**;
- обозначение \vee ;
- в языках программирования обозначение **Or**.

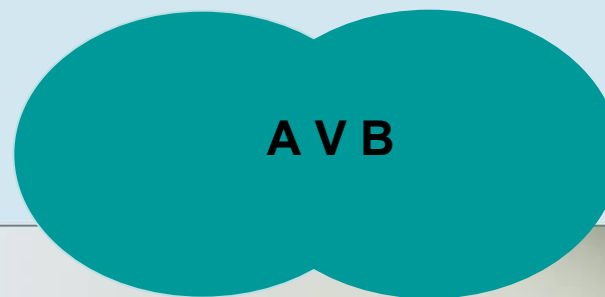
Составное высказывание образованное в результате дизъюнкции является **истинным**, когда **хотя бы одно** из двух образующих его высказываний **истинно**.

В алгебре множеств дизъюнкции соответствует операция *объединения множеств*.

Таблица истинности:

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Диаграмма Эйлера-Венна



НЕВЕРНО, что Солнце движется вокруг Земли.

Логическая операция **ИНВЕРСИЯ** (отрицание):

- в естественном языке соответствует словам **неверно, что..** и частице **не**;
- обозначение \overline{A} ;
- в языках программирования обозначение **Not**;

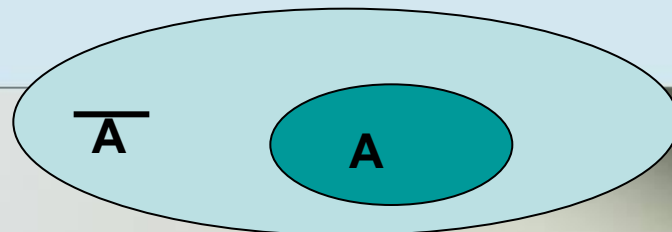
Отрицание - это логическая операция, которая **делает истинное** высказывание **ложным** и, наоборот, **ложное** – **истинным**.

В алгебре множеств логическому отрицанию соответствует операция *дополнения до универсального множества*.

Таблица истинности:

| A | \overline{A} |
|---|----------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Диаграмма Эйлера-Венна



ЕСЛИ сумма цифр числа делится на 3, **ТО** число делится на 3

Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование):

- в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;
- обозначение \square

Составное высказывание с импликацией **является ложным** тогда и только тогда, **когда условие** (первое высказывание) **истинно**, а **следствие** (второе высказывание) **ложно**.

Таблица истинности:

| A | B | A \square B |
|---|---|---------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Число 15 делится на 3 **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА**, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ** (равнозначность):

- в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае;**
- обозначения \Leftrightarrow , \sim .

Составное высказывание с эквиваленцией является **истинным** тогда и только тогда, **когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.**

Таблица истинности:

| A | B | $A \Leftrightarrow B$ |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Тренируемся:

Задачник 1

1. Стр.43 №1, №2, №5
2. Стр.47 №6
3. Стр.54 №28, №29
4. Найдите значения логических выражений:
 - а) $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$;
 - б) $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$;
 - в) $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$;
 - г) $(0 \& 1) \& 1$;
 - д) $1 \& (1 \& 1) \& 1$;
 - е) $((1 \vee 0) \& (1 \& 1)) \& (0 \vee 1)$;
 - ж) $((1 \& 0) \vee (1 \& 0)) \vee 1$;
 - з) $((1 \& 1) \vee 0) \& (0 \vee 1)$;
 - и) $((0 \& 0) \vee 0) \& (1 \vee 1)$.

Дома: §3.2 стр.125 – 129
вопрос 3.1 стр. 129