Тема: Применения матриц в экономике

Рахмонов Д.

Прямоугольная таблица из m, n чисел, содержащая m – строк и n – столбцов, вида:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

называется **матрицей размера** **m × n**

Числа, из которых составлена матрица, называются *элементами матрицы.*

Положение элемента $a_{i\,j}$ в матрице характеризуются двойным индексом:

первый i – номер строки;

второй j – номер столбца, на пересечении которых стоит элемент.

Сокращенно матрицы обозначают заглавными буквами: *A, B, C*…

Коротко можно записывать так:

$$A = (a_{ij}), \quad \left(i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n}\right)$$

МАТРИЦЫ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ И ВЫЧИТАТЬ

Приме р

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

ВОЗМОЖНОСТЬ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

МАТРИЦУ *A*, ЗАПИСАННУЮ СЛЕВА, МОЖНО УМНОЖИТЬ НА

МАТРИЦУ *B*, ЗАПИСАННУЮ СПРАВА, ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ЧИСЛО СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ *A* РАВНО ЧИСЛУ СТРОК МАТРИЦЫ *B*

Пример

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 8 + (-1)\cdot 7 + 2\cdot 2 \\ 4\cdot 8 + 2\cdot 7 + 0\cdot 2 \\ (-5)\cdot 8 + 6\cdot 7 + 1\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- **Понятие матрицы часто используется в практической деятельности.**

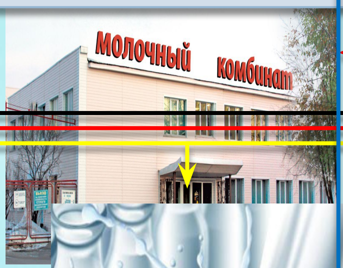
Например, данные о выпуске продукции нескольких видов в каждом квартале года или нормы затрат нескольких видов ресурсов на производство продукции нескольких типов и т.д. удобно записать в виде матриц.

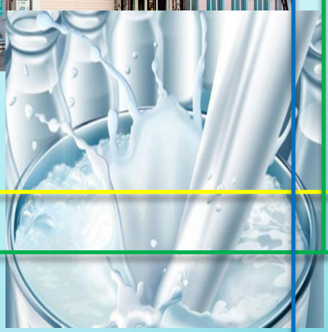
Пример №1

В некоторой отросли m заводов выпускают n типов продукции. Матрица A_{mxn} - задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица B_{mxn} -соответственно во втором;

(a_{ij}, b_{ij}) - объемы продукции j–го типа на i–м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$





Найти:

а) объемы продукции;

б) прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам;

в) стоимостное выражение выαщенной продукции за полгода (в долларах), если –курс доллара по отношению к самону.

Решение:

а) Объемы продукции за полугодие определяются суммой матриц А и В, т.е.

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix},$$

где $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ – объем продукции j–го типа, произведенный за полугодие i–м заводом *б) Прирост во втором квартале по сравнению с первым определяется разностью матриц:*

$$D=B-A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

Отрицательные элементы d_{ij} показывают, что в данной заводе i объем производства j–го продукта уменьшился;
Положительные d_{ij}–увеличился;
Нулевые d_{ij}–не изменился

в) Произведение $\alpha C = \alpha(A + B)$
дает выражение стоимости объемов производства за квартал в долларах по каждому заводу и каждому предприятию:

$$\alpha C = 5 \times \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha 5 & \alpha 3 & \alpha 9 \\ \alpha 3 & \alpha 6 & \alpha 3 \\ \alpha 8 & \alpha 4 & \alpha 7 \\ \alpha 7 & \alpha 3 & \alpha 7 \end{pmatrix}$$

Пример №2

Предприятие производит n типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей A_{1xn}. Цена реализации единицы i-го типа продукции в j-м регионе задана матрицей B_{nxk}, где k-число регионов, в которых реализуется продукция.

Найти C-матрицу выручки по регионам.

H

ɐ

$A_{1x3} = (100,\ 200,\ 100);$

$$B_{3x4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

• Р Е Ш Е Н И Я

Выручка определяется матрицей $C_{1xk} = A_{1xn}$ x B_{nxn} $C_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \times b_{ij}$

причем – это выручка

предприятия в i–м регионе:

$$C = (100,200,100) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} = (600,1300,700,1300).$$

Спасибо за внимание