



# Тема: Применения матриц в экономике

Рахмонов Д.

Прямоугольная таблица из  $m$ ,  $n$  чисел, содержащая  $m$  – строк и  $n$  – столбцов, вида:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

называется **матрицей** размера  **$m \times n$**

Числа, из которых составлена матрица, называются *элементами матрицы*.

Положение элемента  $a_{ij}$  в матрице характеризуется двойным индексом:

первый  $i$  – номер строки;

второй  $j$  – номер столбца, на пересечении которых стоит элемент.

Сокращенно матрицы обозначают заглавными буквами:  $A, B, C \dots$   
 $A = (a_{ij}), \quad (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$

Коротко можно записывать так:

# МАТРИЦЫ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ И ВЫЧИТАТЬ

**Пример**

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

# ВОЗМОЖНОСТЬ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

МАТРИЦУ **A**, ЗАПИСАННУЮ СЛЕВА,  
МОЖНО УМНОЖИТЬ НА  
МАТРИЦУ **B**, ЗАПИСАННУЮ СПРАВА, ТОГДА  
И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА **ЧИСЛО**  
**СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ A РАВНО ЧИСЛУ**  
**СТРОК МАТРИЦЫ B**

# Пример

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 8 + (-1) \cdot 7 + 2 \cdot 2 \\ 4 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 0 \cdot 2 \\ (-5) \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 1 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(0)}{i!} x^i$$

$$\frac{1}{2} (\cos(ax-bx) - \cos(ax+bx)) =$$

$$\frac{k}{2} (\cos ax + bx) + (\cos ax - bx) =$$

$$\nabla_{\vec{r}} \vec{B}(x) = \lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} \frac{\vec{B}(\vec{r}_0) - \vec{B}(x)}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|}$$

**□ Понятие матрицы часто используется в практической деятельности.**

**Например, данные о выпуске продукции нескольких видов в каждом квартале года или нормы затрат нескольких видов ресурсов на производство продукции нескольких типов и т.д. удобно записать в виде матриц.**

$$G_{ab} + \Lambda g_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ab}$$

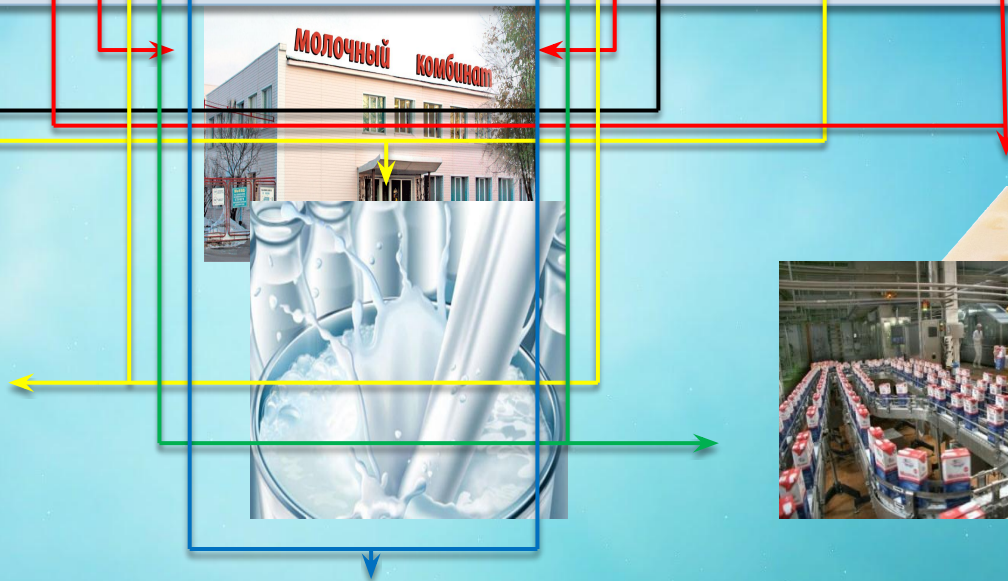
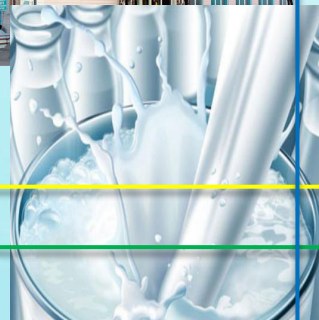
$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(s) ds = f(x)$$

# Пример №1

В некоторой отрасли  $m$  заводов выпускают  $n$  типов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  - задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица  $B_{m \times n}$  - соответственно во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  - объемы продукции  $j$ -го типа на  $i$ -м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$





**Найти:**

**а)** объемы продукции;

**б)** прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам;

**в)** стоимостное выражение в  $\square$  ценной продукции за полгода (в долларах), если  $\square$  – курс доллара по отношению к самону.

# Решение:

а) Объемы продукции за полугодие определяются суммой матриц  $A$  и  $B$ , т.е.

$$C = A + B$$

=

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix},$$

где  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$  — объем продукции  $i$ -го типа, произведенный за полугодие  $i$ -м заводом

б) Прирост во втором квартале по сравнению с первым определяется разностью матриц:

$$D=B-A =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

Отрицательные элементы  $d_{ij}$  показывают, что в данной заводе  $i$  объем производства  $j$ -го продукта уменьшился;  
Положительные  $d_{ij}$ —увеличился;  
Нулевые  $d_{ij}$ —не изменился

в) Произведение  $\alpha C = \alpha(A + B)$

дает выражение стоимости объемов производства за квартал в долларах по каждому заводу и каждому предприятию:

$$\alpha C = 5 \times \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha 5 & \alpha 3 & \alpha 9 \\ \alpha 3 & \alpha 6 & \alpha 3 \\ \alpha 8 & \alpha 4 & \alpha 7 \\ \alpha 7 & \alpha 3 & \alpha 7 \end{pmatrix}$$

## Пример №2

Предприятие производит  $n$  типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей  $A_{1 \times n}$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $i$ -м регионе задана матрицей  $B_{n \times k}$ , где  $k$ -число регионов, в которых реализуется продукция.

**Найти  $C$ -матрицу выручки по регионам.**

**H**

**e**

**U.**

$$A_{1 \times 3} = (100, 200, 100);$$

$$B_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

# • РЕШЕНИЯ

Выручка определяется матрицей  $C_{1 \times k} = A_{1 \times n}$

$$\times B_{n \times n} \quad C_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} \times b_{ij}$$

причем  $C_{ij}$  – это выручка

предприятия в  $i$ -м регионе:

$$C = (100, 200, 100) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} = (600, 1300, 700, 1300).$$



Спасибо за внимание