

# Операции над событиями

Алгебраические действия с  
вероятностями событий

# События

## Я

1. Исход эксперимента или наблюдения, который при реализации данного комплекса условий может произойти, а может и не произойти?
2. Событие, которое при реализации данного комплекса условий непременно произойдет?
3. Событие, которое заведомо не может произойти при реализации данного комплекса условий?
4. Элементарное событие называется ...

## Операции над множествами

$$A = \{4, 5, 6, 7\}, B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$A \boxtimes B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$A \boxtimes B = \{6, 7\}$$

$$A \setminus B = \{4, 5\}$$

$$B \setminus A = \{8, 9, 10, 11\}$$

# Событие – подмножество множества всех ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

$U$  – множество всех возможных исходов

$\omega$  – исход – элемент множества  $U$

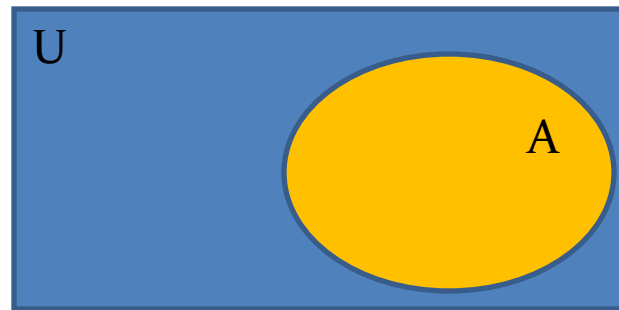
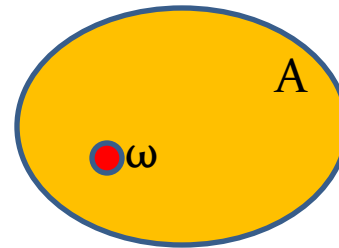
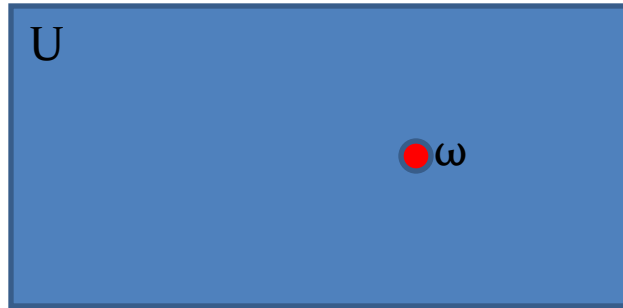
$A$  – событие

$$\omega \in U$$

$$\omega \in A$$

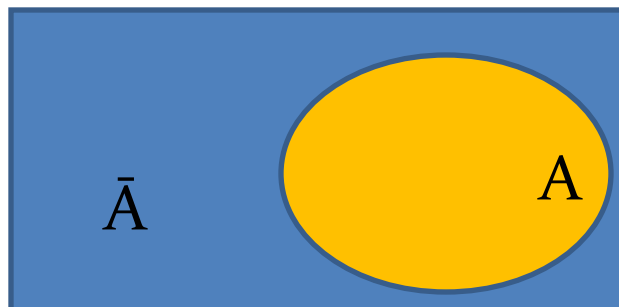
$$A \subseteq U$$

# Диаграммы Эйлера



# Противоположное событие и его вероятность

$\bar{A}$  – событие, противоположное  $A$



Событие  $A$ : выпадет число меньше трех

Множество исходов  $A = \{1, 2\}$ ;  $P(A) = \frac{1}{3}$

Событие  $\bar{A}$ : выпадет число больше или равное трем

Множество исходов  $\bar{A} = \{3, 4, 5, 6\}$ ;  $P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$

Событие  $E$ : выпадет пятерка

Множество исходов  $E = \{5\}$ ;  $P(E) = \frac{1}{6}$

Событие  $\bar{E}$  = выпадет не пятерка

Множество исходов  $\bar{E} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ;  $P(\bar{E}) = \frac{5}{6}$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

## Объединение и пересечение событий

**Объединением** событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C$ , которое происходит тогда и только тогда, когда происходит хотя бы одно из двух событий  $A$  или  $B$

$$C = A \cup B$$

**Пересечением** событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C$ , которое происходит тогда и только тогда, когда происходят одновременно оба события  $A$  и  $B$

$$C = A \cap B$$

# Несовместные события

Два события  $A$  и  $B$  называются **несовместными**, если их пересечение пусто

Событие  $A$ : выпала тройка

Событие  $B$ : выпала пятерка

$$A \cap B = \emptyset$$

$$P(A) = \frac{1}{6} \quad P(B) = \frac{1}{6}$$

Событие  $C$ : выпала тройка или пятерка ( $C = A \cup B$ )

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$



## Формула СЛОЖЕНИЯ вероятностей для несовместных событий

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

В урне 3 красных и 5 желтых шаров. Какова вероятность того, что будут выбраны два шара одного цвета?

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

## Формула сложения вероятностей для произвольных событий

Если события  $A$  и  $B$  пересекаются, т.е. совместны, то вероятность их объединения можно найти по формуле

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Бросают два кубика. С какой вероятностью будет выброшена хотя бы одна шестерка?

Событие  $A$ : шестерка выпала на первом кубике

Событие  $B$ : шестерка выпала на втором кубике

Событие  $A \cup B$ : шестерка выпала хотя бы на одном кубике

Событие  $A \cap B$ : выпали две шестерки

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

# Независимые события

Два события  $A$  и  $B$  называются **независимыми**, если выполняется равенство

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Из первых  $n$  натуральных чисел наугад выбирается число.

Событие  $A$ : выбранное число – четное.

Событие  $B$ : выбранное число кратно трем.

Выяснить, являются ли события  $A$  и  $B$

независимыми, если : 1)  $n = 10$ ; 2)  $n = 20$ ; 3)  $n = 30$ .

## Независимые события

Выясните, являются ли события А и В независимыми.

1) В одной урне находятся 5 белых и 7 красных шаров, а в другой – 6 белых и 6 красных шаров.

Событие А: из 1-ой урны вынут белый шар

Событие В: из 2-ой урны вынут белый шар

2) В урне находятся 5 белых и 7 красных шаров

Событие А: первым вынут вынут белый шар

Событие В: вторым вынут красный шар

## Условные вероятности

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A | B)$$

В урне находятся 5 белых и 7 красных шаров

Событие A: первым вынут вынут белый шар

Событие B: вторым вынут красный шар

$$P(A) = 5/12,$$

$$P(B|A) = 7/11$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{35}{132}$$