Операции над событиями

Алгебраические действия с вероятностями событий

Событи
я

1. Исход эксперимента или наблюдения, который при реализации данного комплекса условий может произойти, а может и не произойти?

2. Событие, которое при реализации данного комплекса условий непременно произойдет?

3. Событие, которое заведомо не может произойти при реализации данного комплекса условий?

4. Элементарное событие называется …

Операции над множествами

$\boldsymbol{A} = \{4, 5, 6, 7\}, \ \boldsymbol{B} = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$$A \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$A \cap B = \{6, 7\}$$

$$A \setminus B = \{4, 5\}$$

$$B \setminus A = \{8, 9, 10, 11\}$$

Событие – подмножество множества всех возможных исходов эксперимента

U – множество всех возможных исходов

ω – исход – элемент множества U

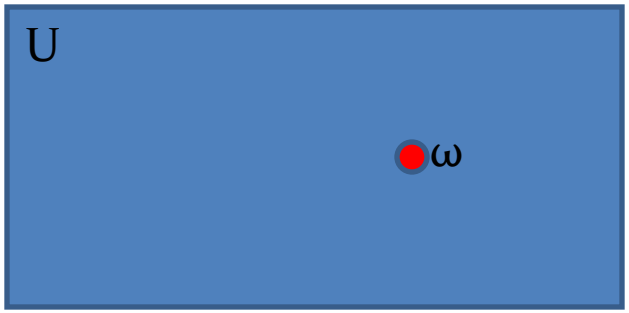
A – событие

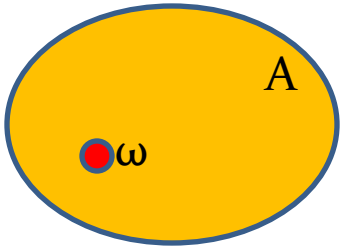
$$\omega \in U$$

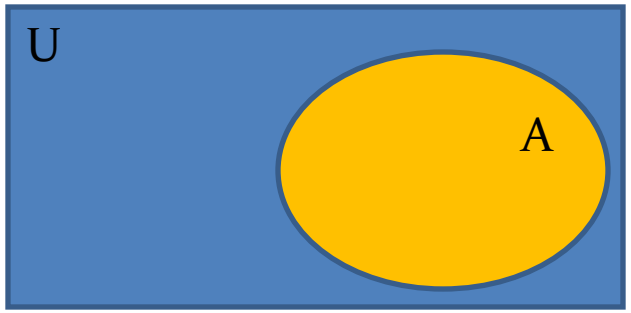
$$\omega \in A$$

$$A \subseteq U$$

Диаграммы Эйлера

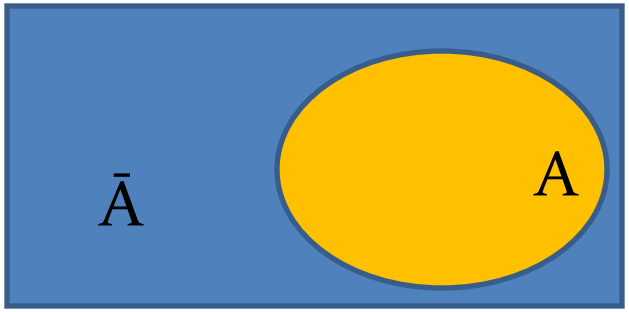






Противоположное событие и его вероятность

$\bar{A}$ – событие, противоположное A



Событие A: выпадет число меньше трех

Множество исходов A = {1, 2}; $P(A) = \frac{1}{3}$

Событие $\bar{A}$: выпадет число больше или равное трем

Множество исходов $\bar{A}$= {3, 4, 5, 6}; $P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$

Событие E: выпадет пятерка

Множество исходов E = {5}; $P(E) = \frac{1}{6}$

Событие $\bar{E}$ = выпадет не пятерка

Множество исходов $\bar{E}$ = {1, 2, 3, 4, 6}; $P(\bar{E}) = \frac{5}{6}$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Объединение и пересечение событий

Объединением событий А и В называется событие С, которое происходит тогда и только тогда, когда происходит хотя бы одно из двух событий А или В

$$C = A \cup B$$

Пересечением событий А и В называется событие С, которое происходит тогда и только тогда, когда происходят одновременно оба события А и В

$$C = A \cap B$$

Несовместные события

Два события А и В называются несовместными, если их пресечение пусто

Событие А: выпала тройка

Событие В: выпала пятерка

$$A \cap B = \varnothing$$

$$P(A) = \frac{1}{6} \qquad P(B) = \frac{1}{6}$$

Событие С: выпала тройка или пятерка (С = А U В)

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Формула сложения вероятностей для несовместных событий

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

В урне 3 красных и 5 желтых шаров. Какова вероятность того, что будут выбраны два шара одного цвета?

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_k)$$

Формула сложения вероятностей для произвольных событий

Если события A и B пересекаются, т.е. совместны, то вероятность их объединения можно найти по формуле

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Бросают два кубика. С какой вероятностью будет выброшена хотя бы одна шестерка?

Событие A: шестерка выпала на первом кубике
Событие B: шестерка выпала на втором кубике
Событие A U B: шестерка выпала хотя бы на одном кубике
Событие $A \cap B$: выпали две шестерки

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

Независимые события

Два события А и В называются независимыми, если выполняется равенство

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Из первых n натуральных чисел наугад выбирается число.

Событие А: выбранное число – четное.

Событие В: выбранное число кратно трем.

Выяснить, являются ли события А и В независимыми, если : 1) $n = 10$; 2) $n = 20$; 3) $n = 30$.

Независимые события

Выясните, являются ли события А и В независимыми.

1) В одной урне находятся 5 белых и 7 красных шаров, а в другой – 6 белых и 6 красных шаров.

Событие А: из 1-ой урны вынут белый шар

Событие В: из 2-ой урны вынут белый шар

2) В урне находятся 5 белых и 7 красных шаров

Событие А: первым вынут вынут белый шар

Событие В: вторым вынут красный шар

Условные вероятности

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A \mid B)$$

В урне находятся 5 белых и 7 красных шаров

Событие А: первым вынут вынут белый шар

Событие В: вторым вынут красный шар

P(A) = 5/12,

P(B|A) = 7/11

$$P(A \cap B) = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{35}{132}$$