Презентации по «Теореме Виета»

Цели урока:

Ознакомить учащихся с теоремой Виета (прямой и обратной).

Начать работу по формированию навыков применения теоремы Виета при решении составлении квадратных уравнений.

Воспитывать интерес к предмету, уважение к истории математики.

Виет Франсуа (1540-1603) - французский математик. Разработал почти всю элементарную алгебру. Известны «формулы Виета», дающие зависимость между корнями и коэффициентами алгебраического уравнения. Ввел буквенные обозначения для коэффициентов в уравнениях. Он ставил своей целью создание всеобъемлющей математики, позволяющей решать любые задачи.
Виет изложил программу своих исследований и перечислил трактаты, объединенные общим замыслом и написанные на математическом языке новой буквенной алгебры, в изданном в 1591 г. знаменитом "Введение в аналитическое искусство". Основу своего подхода Виет называл видовой логистикой, он четко разграничивал числа, величины и отношения, собрав их в некую систему "видов". В эту систему входили, например, переменные, их корни, квадраты, кубы, квадрато-квадраты и т.д. Для этих видов Виет дал специальную символику, обозначив их прописными буквами латинского алфавита. Для неизвестных величин применялись гласные буквы, для переменных - согласные.
Виет показал, что, оперируя с символами, можно получить результат, который применим к любым соответствующим величинам, т.е. решить задачу в общем виде. Это положило начало коренному перелому в развитии алгебры: стало возможным буквенное исчисление.
В трактате "Дополнения к геометрии" он стремился создать некую геометрическую алгебру, используя геометрические методы для решения уравнений третьей и четвертой степеней. Любое уравнение третьей и четвертой степени, утверждал Виет, можно решить геометрическим методом трисекции угла или построением двух средних пропорциональных.
Математиков столетиями интересовал вопрос решения треугольников, так как он диктовался нуждами астрономии, архитектуры, геодезии. Виет первым явно сформулировал в словесной форме теорему косинусов, хотя положения, эквивалентные ей, эпизодически применялись с первого века до нашей эры.

Известный ранее своей трудностью случай решения треугольника по двум данным сторонам и одному из противолежащих им углов получил у Виета исчерпывающий разбор. Глубокое знание алгебры давало Виету большие преимущества. Причем, интерес его к алгебре первоначально был вызван приложениями к тригонометрии и астрономии. Не только каждое новое применение алгебры давало импульс новым исследованиям по тригонометрии, но и полученные тригонометрические результаты являлись источником важных успехов алгебры. Виету, в частности, принадлежит вывод выражений для синусов (или хорд) и косинусов кратных дуг.
В мемуарах некоторых придворных Франции есть указание, что Виет был женат, что у него была дочь, единственная наследница имения, по которому Виет звался сеньор де ла Биготье. В придворных новостях маркиз Летуаль писал: "...14 февраля 1603 г. господин Виет, рекетмейстер, человек большого ума и рассуждения и один из самых ученых математиков века умер... в Париже. Ему было более шестидесяти лет".

Автор: Костин С.Г.

Теорема:

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Доказательство: Рассмотрим приведенное квадратное уравнение.

Обозначим второй коэффициент буквой p, а свободный член-буквой q:

$x^2+px+q=0$

Дискриминант этого уравнения: Д= p^2 -4q.

Пусть Д >0.Тогда это уравнение имеет два корня:

$$x_1=\frac{-p-\sqrt{Д}}{2} \qquad x_2=\frac{-p+\sqrt{Д}}{2}$$

Найдем сумму и произведение корней:

$$x_1+x_2=\frac{-p-\sqrt{Д}}{2}+\frac{-p+\sqrt{Д}}{2}=\frac{-2p}{2}=-p$$

$$x_1\bullet x_2=\frac{-p-\sqrt{Д}}{2}\bullet\frac{-p+\sqrt{Д}}{2}=\frac{p^2-\sqrt{Д^2}}{4}=\frac{p^2-\left(p^2-4q\right)}{4}=\frac{4q}{4}=q$$

Итак
$$x_1 + x_2 = -p \qquad x_1 \bullet x_2 = q$$

При Д=0 квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ имеет один корень и выражение «два равных корня» означают одно и то же.То теорема верна и в этом случае. Т.к.корни можно вычислять также по формуле:

$$x = \frac{-p \pm \sqrt{Д}}{2}$$

Используя теорему Виета, можно выразить сумму и произведение корней произвольного квадратного уравнения через его коэффициенты.

Пусть квадратное уравнение $ax^2+вx+c=0$ имеет корни x1 и x2.Равносильное ему приведенное квадратное уравнение имеет вид

$$x^2 + \frac{в}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

По теореме Виета

$$x_1 + x_2 = -\frac{в}{a}$$

$$x_1 \bullet x_2 = \frac{c}{a}$$

(Обратная) Если m и n таковы, что их сумма равна –p, а произведение равно q, то эти числа являются корнями уравнения $x^2+px+q=0$.

Доказательство:

По условию $m+n=-p$,

$m+n=q$. Значит, уравнение $x^2+px+q=0$ можно записать в виде

$$x^2-(m+n)x+mn=0.$$

Подставив вместо x число m, получим:

$m^2-(m+n)m+mn=m^2-m^2-mn+mn=0$. Значит число m является корнем уравнения.

Аналогично можно показать, что число n также является корнем уравнения.

ОК

$ax^2+вx+c=0$

$x_1+x_2= -в/a$

$x_1 \cdot x_2= c/a$

<u>Теорема Виета:</u> (прямая теорема)

$x^2+px+q=0$, x_1; x_2 корни

$x_1+x_2= -p$

$x_1 \cdot x_2 =q$

(обратная теорема) Если числа m, n таковы, что $m+n= -p$

$m \cdot n=q$, то

они являются корнями уравнения

$x^2+px+q=0$.

Обсуждение темы с помощью вопросов:

1.Сформулируйте теорему Виета.

Условие: Заключение:

2.В уравнении $x^2 -2x+1=0$ найдите сумму и произведение корней.

Ответ:

3. Сформулируйте теорему, обратную теореме Виета.

Условие: Заключение:

4. Проверьте правильно ли найдены корни уравнения:

а) $x^2-5x+6=0$, $x=2$, $x=3$.

б) $x^2+2x-24=0$, $x=-6$, $x=4$

5. Пусть $m=3$, $n=5$, то корнями какого приведенного квадратного уравнения они являются.

Итак по теореме Виета можно проверять правильно ли найдены корни уравнения, а также находить подбором корни уравнения. И для данных чисел, являющихся корнями, можно записать вид соответствующего приведенного квадратного уравнения.

Тестирование.

1) Укажите в квадратном уравнении $x^2+3-4x=0$ второй коэффициент.

а) 1 б)-4 в)3 г)4

2) В квадратном уравнении $7x-5-x^2=0$ второй коэффициент взятый с противоположным знаком равен:

а)-1 б)1 в)5 г)-7

3) Сумма и произведение корней уравнения $x^2+7x-1=0$ равны:

а) $x_1+x_2=7$ б) $x_1+x_2=1$ в) $x_1+x_2=-7$ г) $x_1+x_2=-1$

$x_1 \cdot x_2=1$ б) $x_1 \cdot x_2=7$ в) $x_1 \cdot x_2=-1$ г) $x_1 \cdot x_2=7$

4) Если число 11 корень уравнения $x^2-13x+22=0$, то второй корень равен:

а)13 б)-11 в)2 г)-2

5) Если 2 корень уравнения $x^2-6x+q=0$, то q равен:

а)12 б)8 в)-12 г)6

6)Не решая уравнение $x^2-9x-4=0$, определите знаки корней уравнения.

а)одинаковы б)разные в)оба положительны г)оба отрицательны.

7)Для уравнения $-9x^2+2x-4=0$ приведенным является уравнение вида:

а) $x^2+\frac{2}{9}x-\frac{4}{9}=0$ б) $x^2-\frac{2}{9}x+\frac{4}{9}=0$ в) $x^2+2x-4=0$ г) $-x^2-2x+4=0$