# Решение квадратных уравнений по формуле

Цели урока: вывести формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения; привить навык решения полных квадратных уравнений по формуле.

# Устная работа

1. ***Укажите в квадратном уравнении коэффициенты:***

$$7x^2 - 5x - 1 = 0;$$

$$-x^2 + 3 - 8x = 0;$$

$$5 - 4x + 0{,}5x^2 = 0;$$

$$2{,}8x + 4{,}12x^2 = 0.$$

2. Решите неполные квадратные уравнения

$$6x^2 - 24 = 0;$$

$$12x + 3x^2 = 0;$$

$$-0{,}23x^2 = 0.$$

# Вывод формулы.

Решить квадратное уравнение выделением квадрата двучлена:

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$\underbrace{x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 16} - 16 + 15 = 0;$$

$$(x + 4)^2 - 1 = 0;$$

$$(x + 4)^2 = 1;$$

$x + 4 = 1$ или $x + 4 = -1$

$x_1 = -3$ $\qquad$ $x = -5.$

**Ответ**: $-5; -3.$

# Вывод формулы

*Аналогично можно решить квадратное уравнение в общем виде.*

$ax^2 + bx + c = 0;$ Разделим обе части уравнения на ***a*.**

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0;$ Выделим квадрат двучлена.

$$x^2 + 2\cdot x\cdot\frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0; \quad x^2 + 2x\cdot\frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a};$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}; \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \quad \textbf{(1)}$$

Число корней зависит от знака дроби $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$.

Так как $4a^2 > 0$ , то знак дроби определяется знаком выражения $b^2 - 4ac$ .

Это выражение называется ***дискриминантом квадратного уравнения***

# Вывод формулы

Дискриминант квадратного уравнения обозначают буквой D.

$$D = b^2 - 4ac$$

Запишем уравнение (1) в виде: $$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$$

1) Если D>0, то $x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}$ или $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}$

$$x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \qquad x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

Таким образом при D>0 квадратное уравнение имеет два корня, которые можно найти по формуле, которую называют формулой корней квадратного уравнения

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}}$$

2) Если D = 0, то уравнение примет вид: $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ , отсюда

$$x + \frac{b}{2a} = 0 \qquad x = -\frac{b}{2a}$$

3) Если D<0, то уравнение не имеет корней.

При решении квадратных уравнений:

1) Найти дискриминант по формуле: $D = b^2 - 4ac$

2) Если D>0, найти корни, воспользовавшись формулой $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

3) Если D<0, то записать, что корней нет.

# Решение квадратного уравнения по формуле

Рассмотрим пример.

$$12x^2 + 7x + 1 = 0,$$

$$a = 12, b = 7, c = 1$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 49 - 48 = 1$$

$D$>0, уравнение имеет 2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-7 + \sqrt{1}}{2 \cdot 12} = \frac{-7 + 1}{24} = \frac{-6}{24} = -\frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{1}}{2 \cdot 12} = \frac{-7 - 1}{24} = \frac{-8}{24} = -\frac{1}{3}$$

Ответ: $-\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}.$