

Решение неравенств второй степени

Исследовательская работа по алгебре

Цель урока

- Обобщить, систематизировать и расширить знания по теме «Решение неравенств второй степени с одной неизвестной».



ХОД ИССЛЕДОВАНИЯ:

- Определение неравенств второй степени
- Методы решения неравенств:
- Графический:
- 1) Решение неравенства второй степени при
- Метод интервалов

$$D < 0$$



Определение неравенств второй степени:

- Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$ где x – переменная, a , b и c некоторые числа, причем $a \neq 0$ называют неравенствами второй степени с одной переменной.



Графический метод решения неравенств:

- Решение неравенства второй степени с одной переменной можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых соответствующая квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.
- При решении неравенства графическим способом важно знать как направлены ветви параболы — вверх или вниз и каковы абсциссы точек её пересечения с осью x , координаты вершины параболы нас не интересуют.



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ ПРИ $D < 0$

- ❖ **Неравенство вида** $ax^2 + bx + c > 0$
 $a > 0$
 $x \in (-\infty; \infty)$

- ❖ **Пример 1.** Решим неравенство $x^2 - 3x + 4 > 0$

- ❖ Рассмотрим функцию $y = x^2 - 3x + 4$

- ❖ Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

- ❖ Найдем нули функции. Решим уравнение

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

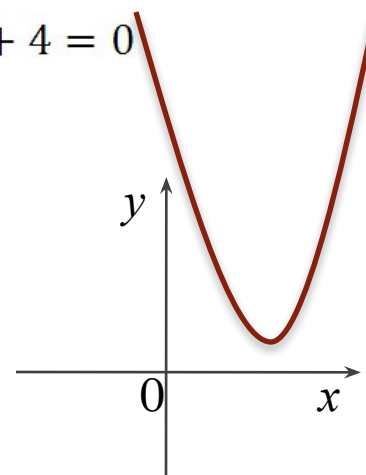
- ❖ Уравнение не имеет корней. $D = 9 - 16 = -7 < 0$

- ❖ Значит парабола не имеет общих точек с осью x .

- ❖ Показав схематически расположение параболы в координатной плоскости, найдем, что функция принимает положительные значения при любом x .

- ❖ Ответ:

$$x \in (-\infty; \infty)$$



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ ПРИ $D < 0$

- ❖ *Неравенство вида* $ax^2 + bx + c \geq 0$
 $a > 0$
 $x \in (-\infty; \infty)$

- ❖ **Пример 2.** Решим неравенство: $x^2 - x + 1 \geq 0$

- ❖ Рассмотрим функцию $y = x^2 - x + 1$

- ❖ Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

- ❖ Найдем нули функции. Решим уравнение

$$x^2 - x + 1 = 0$$

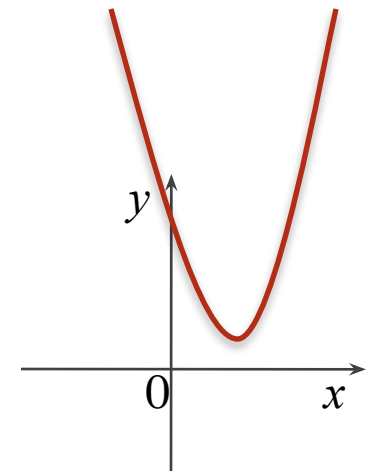
- ❖ Уравнение не имеет корней $D = 1 - 4 = -3$

- ❖ Значит парабола не имеет общих точек с осью x .

- ❖ Показав схематически расположение параболы в координатной плоскости, найдем, что функция принимает положительные значения при любом x .

- ❖ Ответ:

$$x \in (-\infty; \infty)$$



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ ПРИ $D < 0$

- ❖ **Неравенство вида** $ax^2 + bx + c < 0$
 $a > 0$
Нет решений

- ❖ **Пример 3.** Решим неравенство: $2x^2 + x + 4 < 0$

- ❖ Рассмотрим функцию $y = 2x^2 + x + 4$

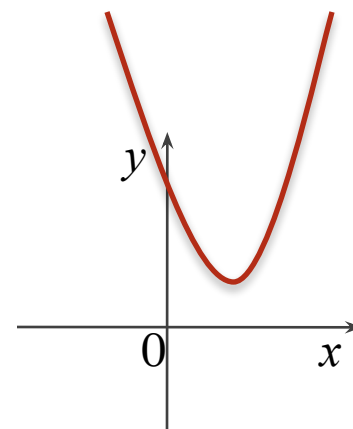
- ❖ Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

- ❖ Найдем нули функции. Решим уравнение

$$2x^2 + x + 4 = 0$$

$$D = 1 - 32 = -31 < 0$$

- ❖ Уравнение не имеет корней.
- ❖ Значит парабола не имеет общих точек с осью x .
- ❖ Показав схематически расположение параболы в координатной плоскости, найдем, что функция не принимает отрицательных значений.
- ❖ Ответ: нет решений.



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ ПРИ $D < 0$

❖ *Неравенство вида*

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

$$a > 0$$

Нет решений

❖ **Пример 4.** Решим неравенство: $2x^2 - 3x + 4 \leq 0$

❖ Рассмотрим функцию $y = 2x^2 - 3x + 4$

❖ Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

❖ Найдем нули функции. Решим уравнение

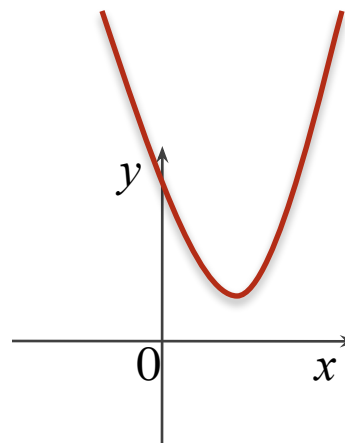
$$2x^2 - 3x + 4 = 0$$
$$D = 9 - 32 = -23 < 0$$

❖ Уравнение не имеет корней.

❖ Значит парабола не имеет общих точек с осью x .

❖ Показав схематически расположение параболы в координатной плоскости, найдем, что функция не принимает отрицательных значений.

❖ Ответ: нет решений.



$$a < 0$$



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ ПРИ $D < 0$

- ❖ Неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$
 $a < 0$
Нет решений

- ❖ **Пример 5.** Решим неравенство: $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 8 > 0$

- ❖ Рассмотрим функцию $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 8$

- ❖ Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз.

- ❖ Найдем нули функции. Решим уравнение $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 8 = 0$
 $D = 4 - 8 = -4 < 0$

- ❖ Уравнение не имеет корней.
- ❖ Значит парабола не имеет общих точек с осью x .
- ❖ Показав схематически расположение параболы в координатной плоскости, найдем, что функция не принимает положительных значений.
- ❖ Ответ: нет решений.

