Новотроицкая СОШ.

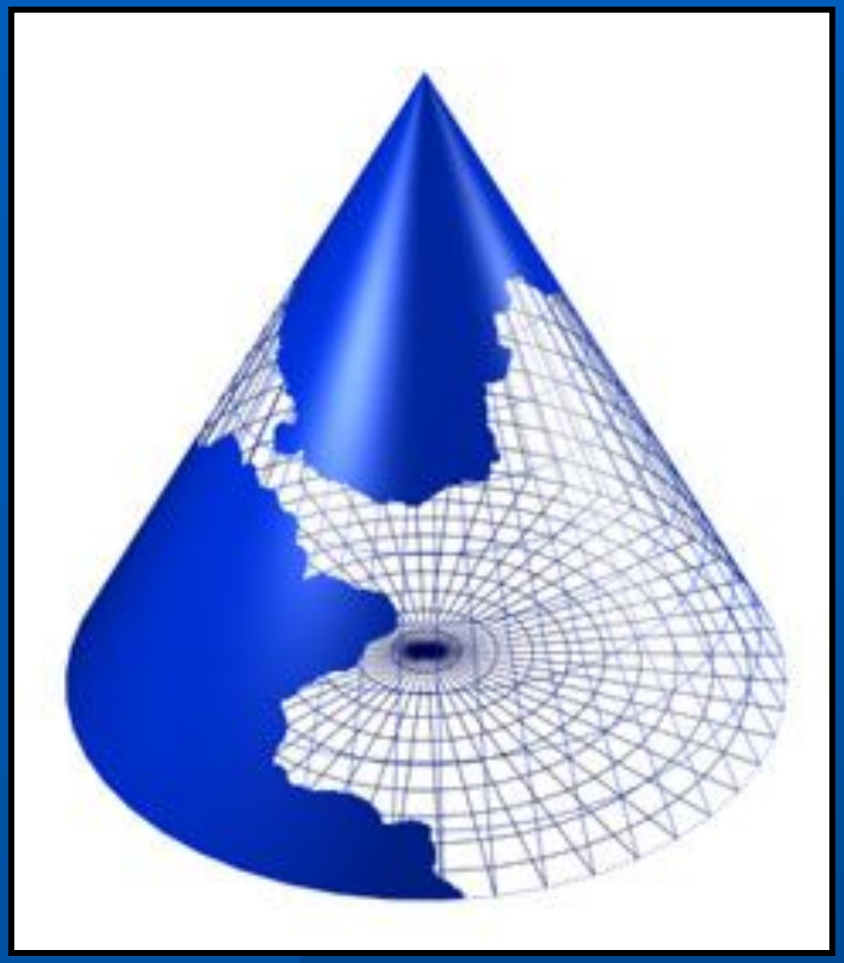
Проект на тему:

"Конус".

Проект подготовила ученица 11 класса
Ламонова Светлана
Руководитель: учитель математики
Стрельникова Л.П.

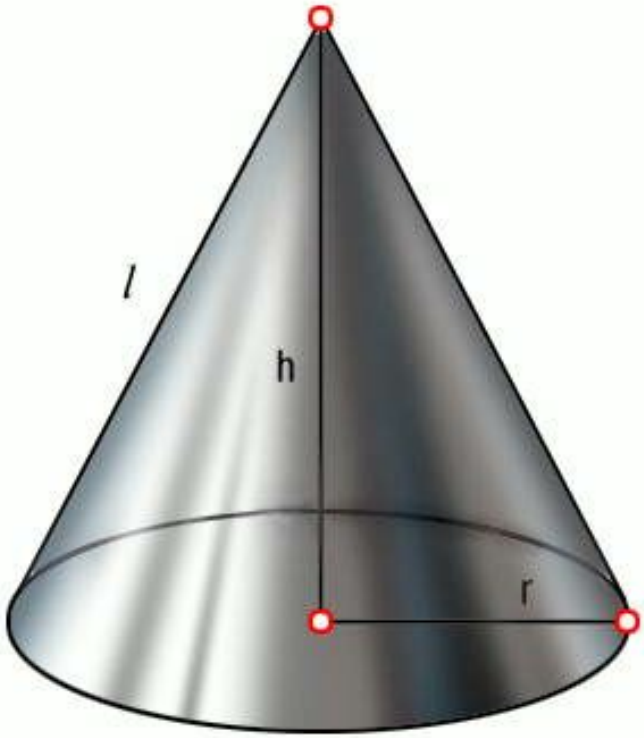
2009 год.

Понятие.



Ко́нус — тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (вершины конуса) и проходящих через плоскую поверхность. Иногда конусом называют часть такого тела, полученную объединением всех отрезков, соединяющих вершину и точки плоской поверхности (последнюю в таком случае называют основанием конуса, а конус называют опирающимся на данное основание). Далее будет рассматриваться именно этот случай, если не оговорено обратное. Если основание конуса представляет собой многоугольник, конус становится пирамидой. Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется образующей конуса. Объединение образующих конуса называется образующей (или боковой) поверхностью конуса. Образующая поверхность конуса является конической поверхностью.

Определения.



Конусом (точнее, круговым конусом) называется тело, которое состоит из круга — основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга,— вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания .Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими, конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности

Виды конусов.

Если основание конуса имеет центр симметрии (например, является кругом или эллипсом) и ортогональная проекция вершины конуса на плоскость основания совпадает с этим центром, то конус называется прямым. При этом прямая, соединяющая вершину и центр основания, называется осью конуса.

Косой (наклонный) конус — конус, у которого ортогональная проекция вершины на основание не совпадает с его центром симметрии.

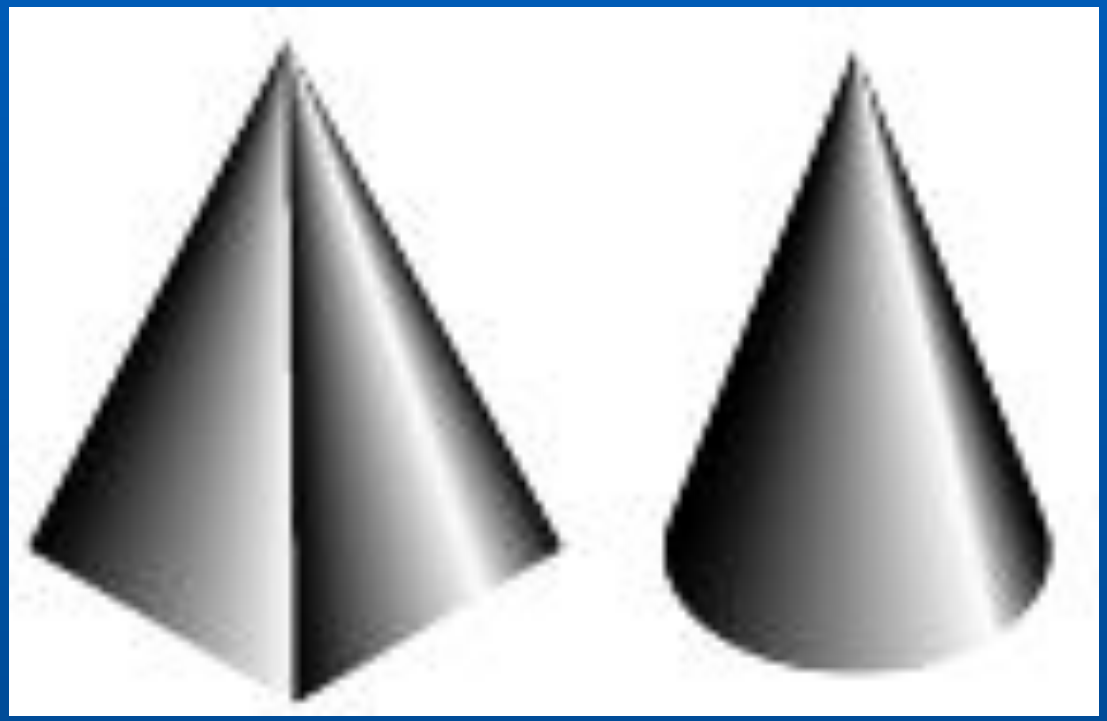
Круговой конус — конус, основание которого является кругом.

Прямой круговой конус (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса).

Конус, опирающийся на эллипс, параболу или гиперболу, называют соответственно эллиптическим, параболическим и гиперболическим конусом (последние два имеют бесконечный объём).

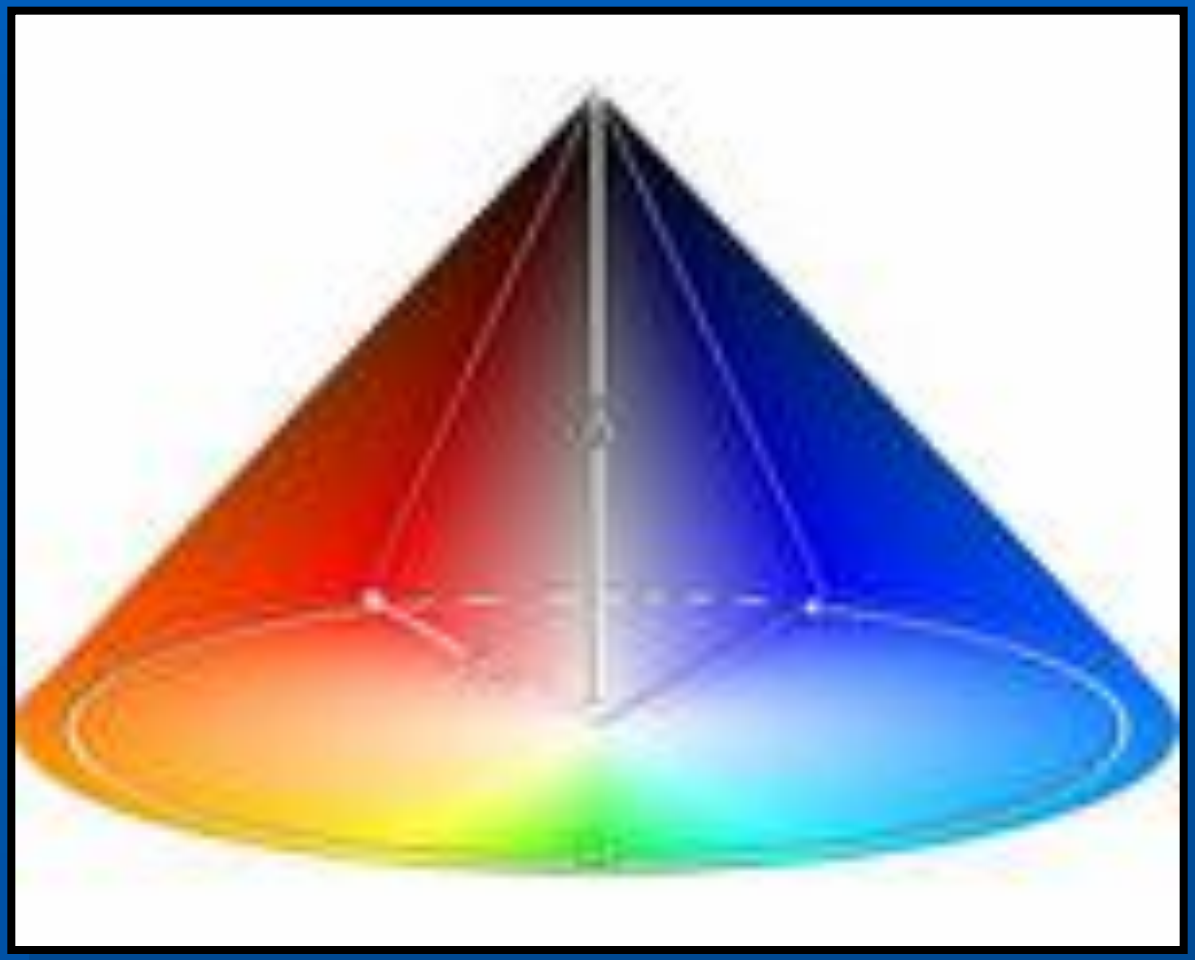
Часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию и находящейся между вершиной и основанием, называется усечённым конусом. Если площадь основания конечна, то объём конуса также конечен и равен трети произведения высоты на площадь основания. Таким образом, все конусы, опирающиеся на данное основание и имеющие вершину, находящуюся на данной плоскости, параллельной основанию, имеют равный объём, поскольку их высоты равны.

Виды конусов.



Центр тяжести любого конуса с конечным объёмом лежит на четверти высоты от основания.
Телесный угол при вершине прямого кругового конуса равен $2\pi\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)$

- α — угол раствора конуса (то есть удвоенный угол между осью конуса и любой прямой на его боковой поверхности).



Теорема 1.

Площадь боковой и полной поверхности конуса с радиусом R и образующей L выражаются формулами: $S_{бок} = \pi RL$; $S_{полн} = \pi R(R+L)$

Теорема 2.

Пересечение плоскости с прямым круговым конусом является одним из конических сечений (в невырожденных случаях — эллипсом, параболой или гиперболой, в зависимости от положения секущей плоскости). В алгебраической геометрии конус — это произвольное подмножество K векторного пространства V над полем F, для которого для любого

$$\lambda K = K$$

$$\lambda \in F$$

Объем кругового конуса равен $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

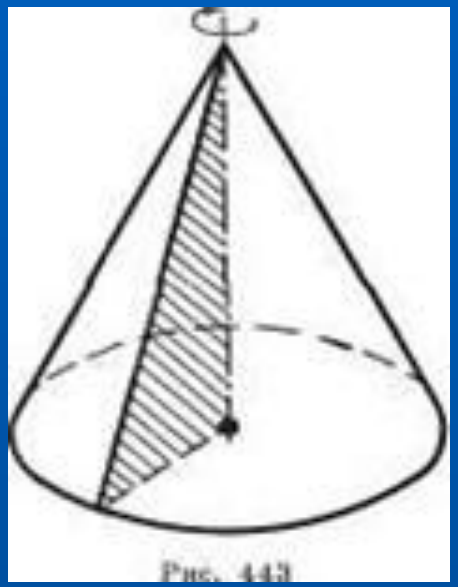


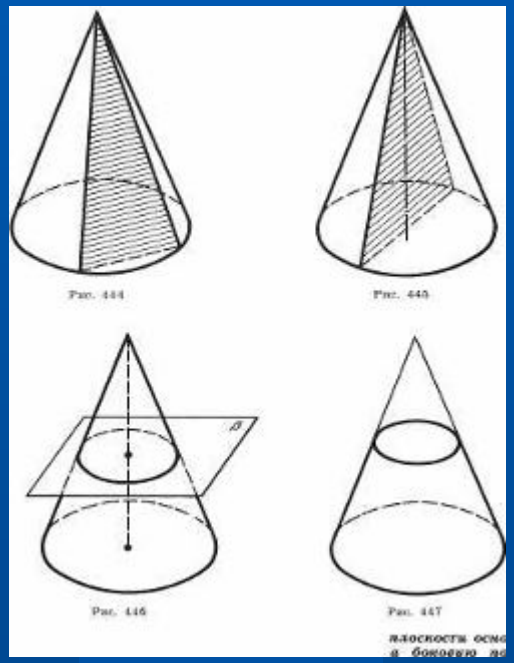
Рис. 443

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину, представляет собой равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны являются образующими конуса .В частности, равнобедренным треугольником является осевое сечение конуса. Это сечение, которое проходит через ось конуса

Теорема 3.

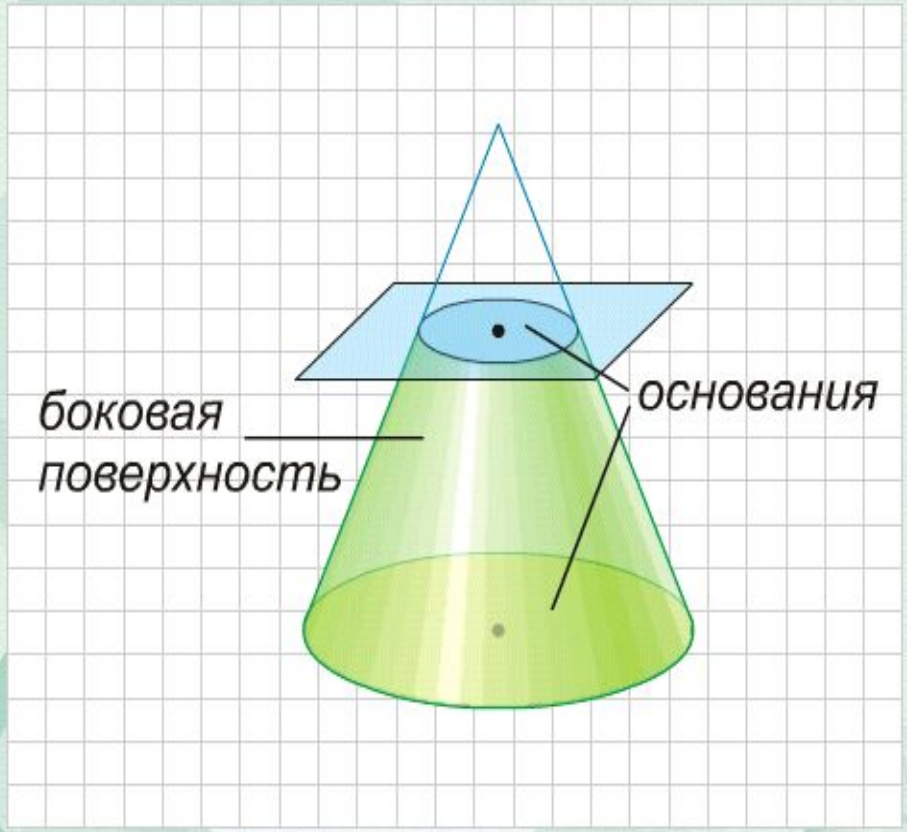
Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, пересекает конус по кругу, а боковую поверхность - по окружности с центром на оси конуса.

Теорема 4.



Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую

Усеченный конус



Усеченный конус и его элементы.

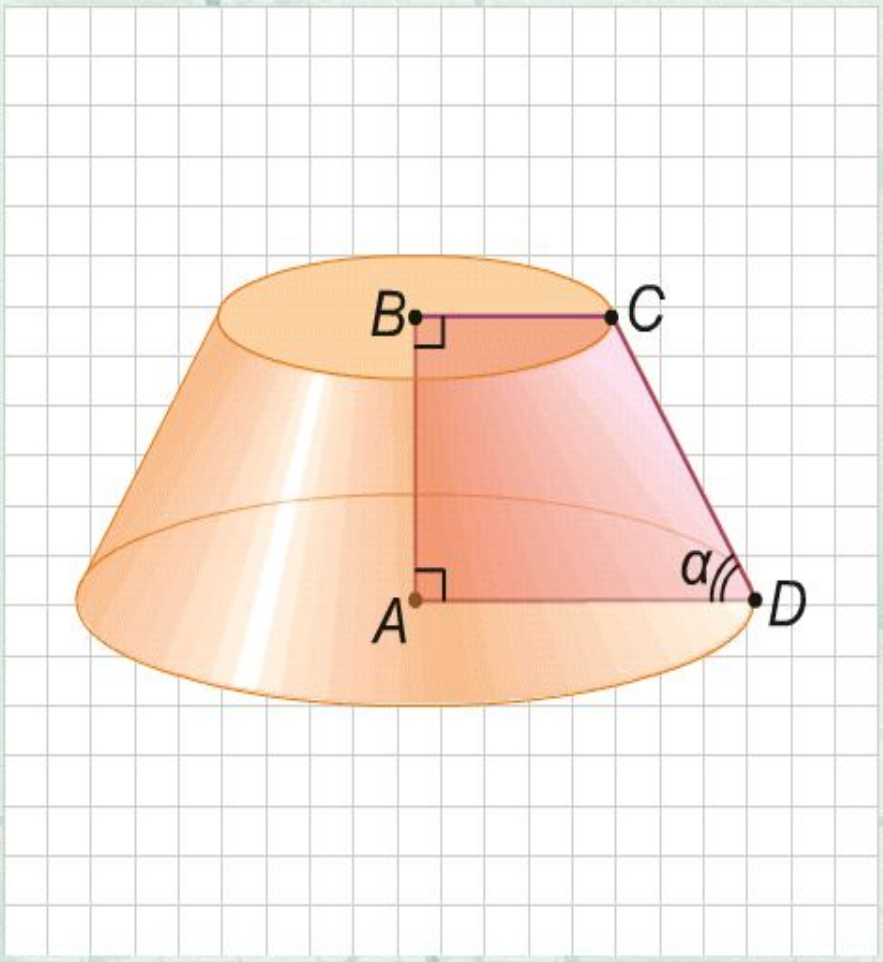
Перейдем к рассмотрению усеченных конусов.

По следствию из теоремы 1.2.2 (о сечении конуса плоскостью, параллельной основанию), плоскость, параллельная основанию конуса, делит его на две части, из которых одна — меньший конус, подобный данному. Другая же часть исходного конуса называется *усеченным конусом*.

Усеченный конус ограничен двумя кругами разных радиусов, расположенными в параллельных плоскостях, — *основаниями* усеченного конуса — и кривой *боковой поверхностью*, которая является частью бесконечной (круговой) конической поверхности.

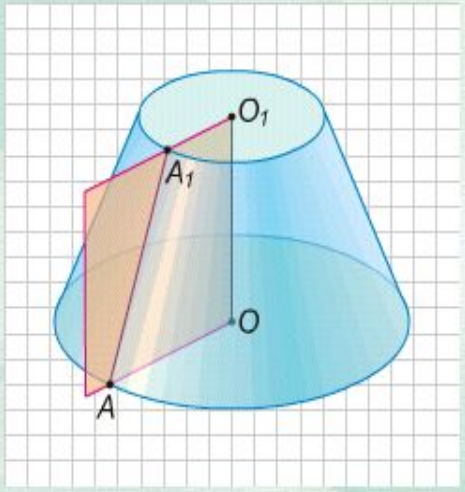
Усеченный конус как тело вращения

Усеченный конус можно определить и другим способом: как тело, полученное вращением прямоугольной трапеции *ABCD* вокруг ее боковой стороны *AB*, которая перпендикулярна основаниям. При этом его боковая поверхность определяется как поверхность, полученная вращением вокруг *AB* другой боковой стороны трапеции — *CD*, а основания усеченного конуса получаются вращением вокруг *AB* отрезков *AD* и *BC*.



Усеченный конус получается вращением прямоугольной трапеции.

Элементы усеченного конуса



Элементы усеченного конуса.

Прямая, проходящая через центры O и O_1 оснований усеченного конуса, называется его *осью*, сам отрезок OO_1 перпендикулярен его основаниям и называется *высотой* усеченного конуса. Понятно, что высота усеченного конуса равна расстоянию между плоскостями его оснований.

Полуплоскость, ограниченная осью усеченного конуса, пересекает его боковую поверхность по отрезку прямой, который называется *образующей* усеченного конуса.

Усеченный конус можно рассматривать как предельный случай правильной n-угольной усеченной пирамиды при неограниченном увеличении числа n (символически, $n \to \infty$).

Чем больше граней у правильной пирамиды, тем больше она напоминает конус.

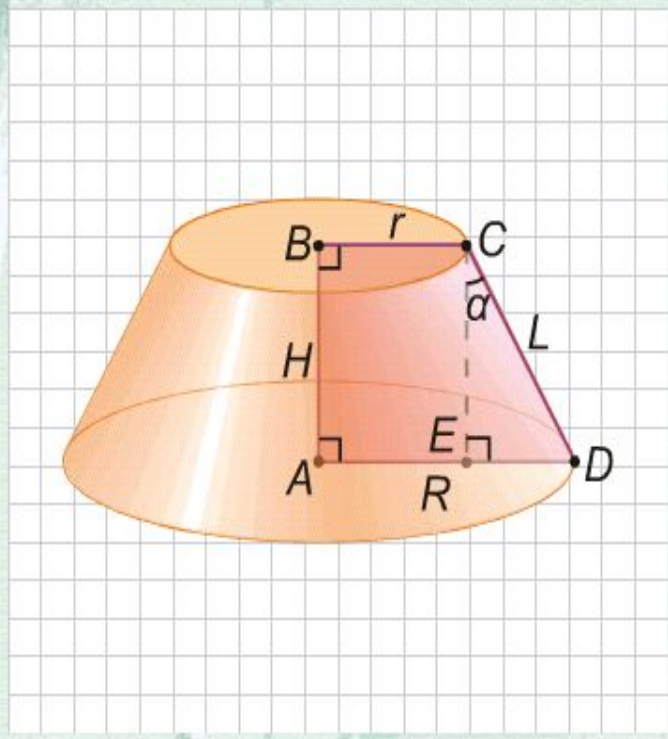
Соотношения между элементами усеченного конуса

Теорема 1.2.4 (о соотношениях между элементами усеченного конуса). **Пусть R и r — радиусы оснований усеченного конуса, H — его высота, L — длина образующей и α — угол между образующей и осью конуса. Тогда справедливы равенства:**

1) $H^2 + (R - r)^2 = L^2$; 2) $H = L \cdot \cos \alpha$; 3) $R = r + L \cdot \sin \alpha$;

4) $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{R - r}{H}$.

Доказательство. Пусть усеченный конус получен вращением прямоугольной трапеции $ABCD$ вокруг ее боковой стороны AB, которая перпендикулярна основаниям. Тогда $AB = H$, $AD = R$, $BC = r$, $CD = L$, $\angle DCE = \alpha$. Если из точки C опустить перпендикуляр CE на сторону AD, то в прямоугольном треугольнике CDE катеты $CE = H$, $ED = R - r$, и доказываемые равенства становятся очевидными (при условии, что вы хорошо помните теорему Пифагора и тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике). Теорема доказана.



Усеченный конус.