



В.Ф.Исуп

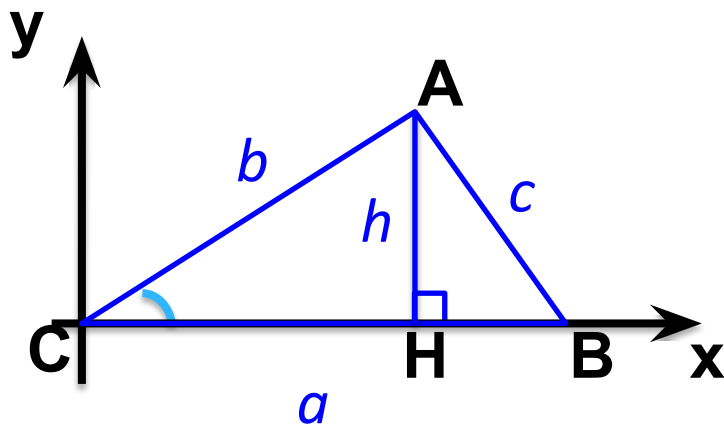
22.11.2013

Соотношение между сторонами и углами треугольника.

Теорем



Теорема: площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними .



Дано : $\triangle ABC$

Доказать : $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

Доказательство :

1) $\triangle ACH$ – прямоугольный $\Rightarrow h = b \cdot \sin C$

2) $S = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$



Формулы для нахождения площади треугольника.



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

Через сторону треугольника и высоту к ней проведенную

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

Через стороны треугольника и синус угла между ними

$$S = pr$$

Через полупериметр и радиус вписанной окружности

$$S = \frac{abc}{4R}$$

Через стороны треугольника и радиус описанной окружности

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Формула
Герона

Теорем



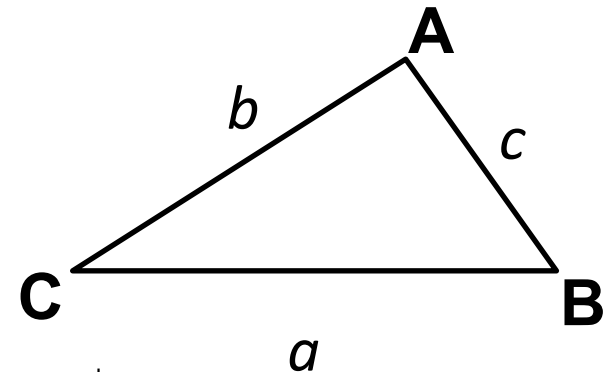
Теорема синусов: стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

Дано: $\triangle ABC$

Доказать: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Доказательство:

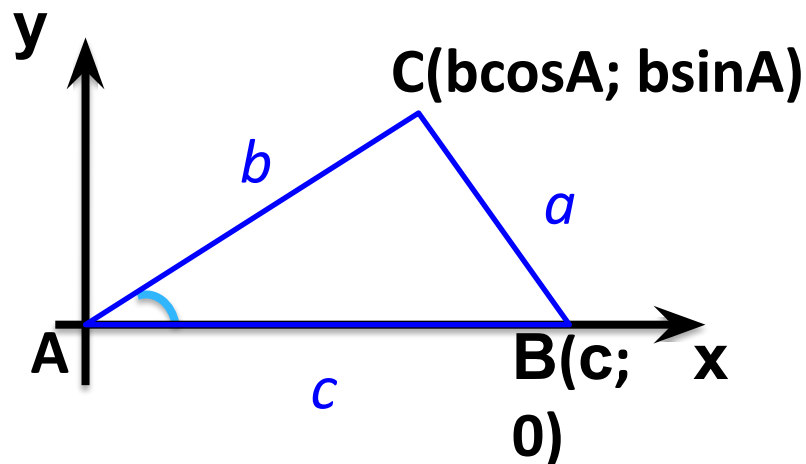
$$\begin{array}{l} S = \frac{1}{2}ac \cdot \sin B \\ S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A \\ S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{1}{2}ac \cdot \sin B = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A \\ \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \\ \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \end{array} \left| \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \right.$$



Теорем



Теорема косинусов: квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



Дано : $\triangle ABC$

Доказать : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Доказательство :

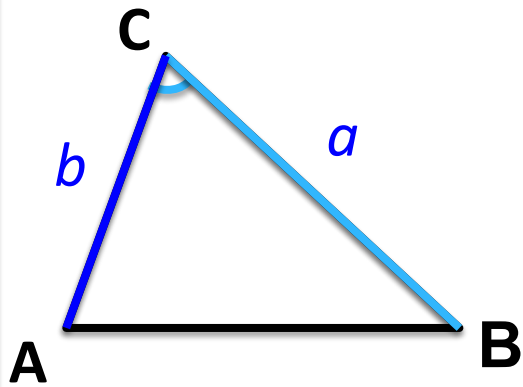
$$\begin{aligned} BC^2 = a^2 &= (b \cos A - c)^2 + b^2 \sin^2 A = \\ &= b^2 \cos^2 A + b^2 \sin^2 A - 2bc \cos A + c^2 = \\ &= b^2 (\cos^2 A + \sin^2 A) + c^2 - 2bc \cos A = \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \end{aligned}$$



Важно



Решение **!**треугольника
по двум сторонам и углу между ними.



Дано : $\triangle ABC$, $BC = a$, $AC = b$, $\angle C$

Что можно найти???

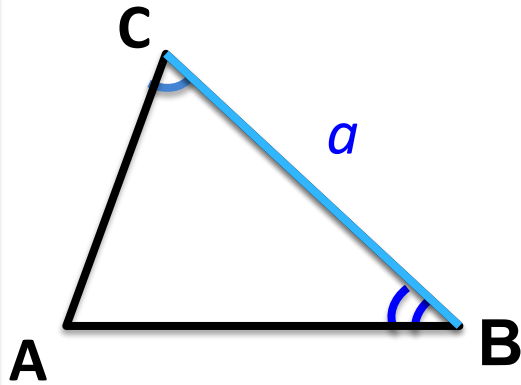
1. AB по теореме косинусов
2. $\angle A$ и $\angle B$ по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

Важно



Решение треугольника
по стороне и двум прилегающим к ней

углам.
Дано: $\triangle ABC$, $BC = a$, $\angle C$, $\angle B$



Что можно найти???

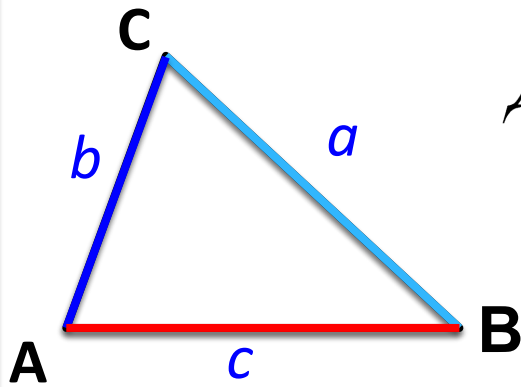
1. $\angle A$ (сумма углов треугольника равна 180°)
2. AC и AB по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

Важно



Решение **!** треугольника
по трем сторонам.

Дано : $\triangle ABC$, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$



Что можно найти???

1. $\angle A$ (теорема косинусов)
2. $\angle B$ и $\angle C$ (теорема синусов)
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника