

Признаки равенства треугольников

.Треугольник и его элементы

.Задачи по теме «Первый признак равенства
треугольников»

.Задачи по теме «Второй признак равенства
треугольников»

.Задачи по теме «Третий признак равенства треугольников»

.Справочный материал (формулировка теоремы и ее
доказательство):

- а) Первый признак равенства треугольников
- б) Второй признак равенства треугольников
- в) Третий признак равенства треугольников



Треугольник

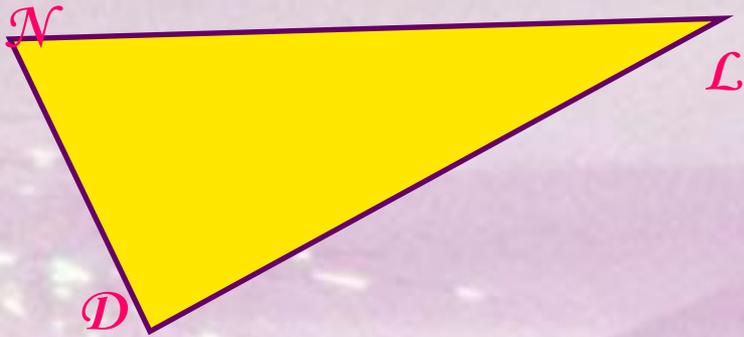


Рис. 1

Назовите:

1) сторону, лежащую против угла N

:

2) сторону, лежащую против угла

NDL :



3) угол, лежащий против стороны



DN :

4) угол, лежащий против стороны



Первый признак равенства треугольников



Задача. Заполните пропуски.

Докажите, что $\triangle OLF = \triangle OMN$

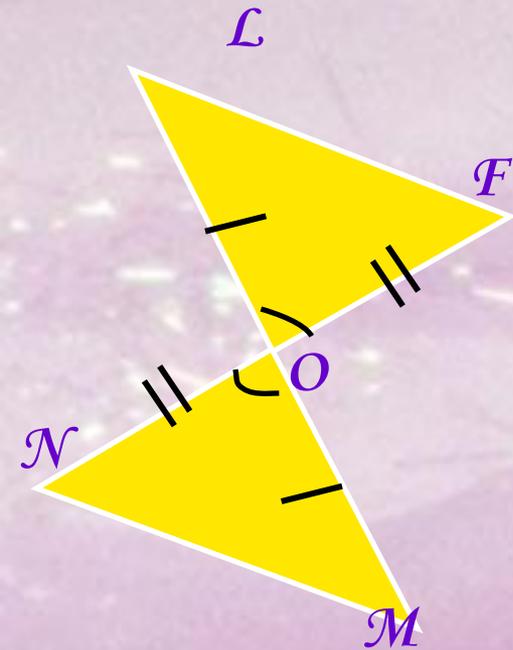


Рис. 2

Решение:

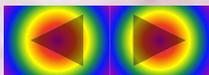
1) Рассмотрим $\triangle OLF$ и $\triangle OMN$:

а) $OL = OM$ - по условию,

б) $OF = ON$ - по условию,

в) $\angle LOF = \angle MON$ - как вертикальные углы.

Следовательно $\triangle OLF = \triangle OMN$ - по двум сторонам и углу между ними.





Задача. Заполните пропуски.

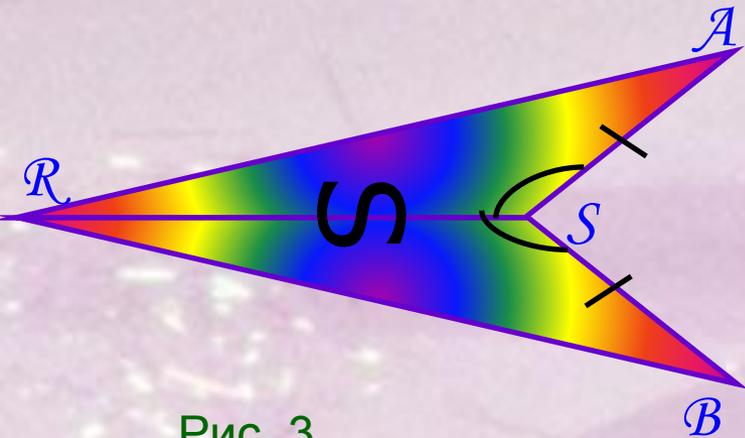


Рис. 3

Докажите, что $\triangle ARS = \triangle BRS$

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle ARS$ и \triangle

а) Сторона $AS = BS$ - по условию.

б) Сторона $RS = RS$ - общая сторона.

в) $\angle ARS = \angle BRS$ - по условию.

г) Следовательно, $\triangle ARS = \triangle BRS$ - по двум
и углу $\angle ARS = \angle BRS$.

2) Т. к. $\triangle ASR = \triangle BSR$, то соответственные стороны и углы равны,
 $BR = AR = 18$ см, $\angle BRS = \angle ARS = 15^\circ$



Второй признак равенства треугольников

Задача.

Докажите, что $\triangle AXO = \triangle BZO$

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle BZO$ и \triangle

У них: а) Сторона $BO = ZO$ - по условию;

б) $\angle BOZ = \angle ZOZ$ - по условию;

в) $\angle AOX = \angle BOZ$ - как вертикальные.

Следовательно $\triangle AXO = \triangle BZO$ - по стороне и двум прилежащим к ней углам.

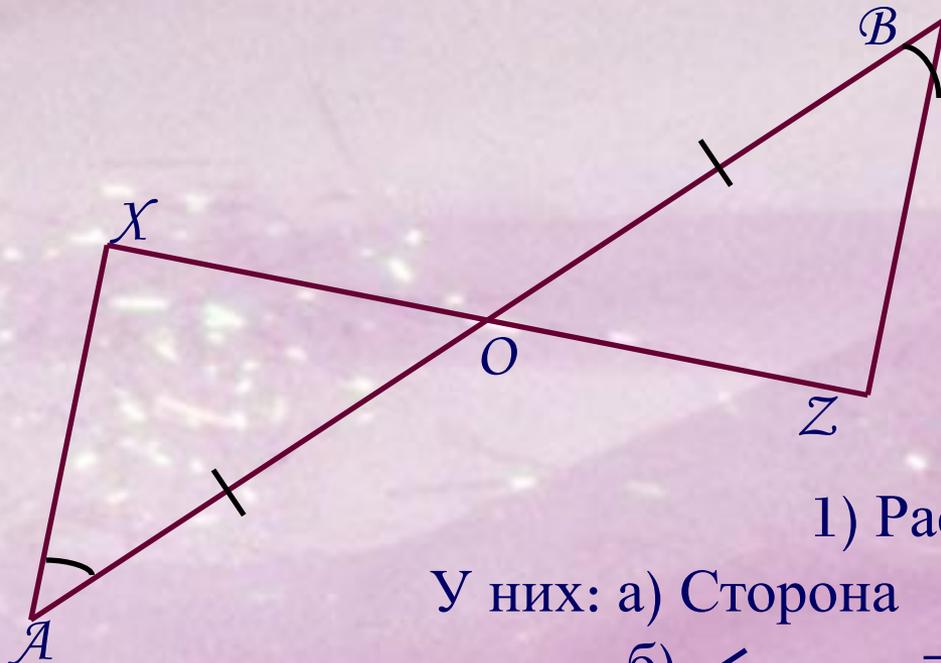


Рис. 4



Задача.

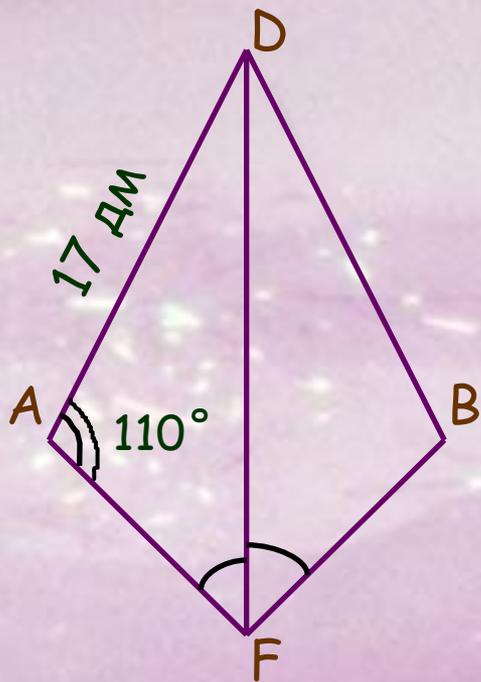


Рис. 5

На рисунке 5 луч DF биссектриса угла ADF

а) Докажите, что $\triangle ADF = \triangle BDF$;

б) Найдите сторону BD и $\angle DBF$.

Решение:

а) Рассмотрим $\triangle ADF$ и $\triangle BDF$.

У них: 1) $DF = DF$ - общая сторона;

2) $\angle ADF = \angle BDF$ - по условию;

3) $\angle AFD = \angle BFD$, так как DF –

биссектриса $\angle ADB$.

Следовательно, $\triangle ADF = \triangle BDF$ по д.п.з. и д.п.у. прилежащим к ней.

б) Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон и углов, то есть сторона $DB = AD = 17$ дм, $\angle B = \angle A = 110^\circ$.



Третий признак равенства треугольников

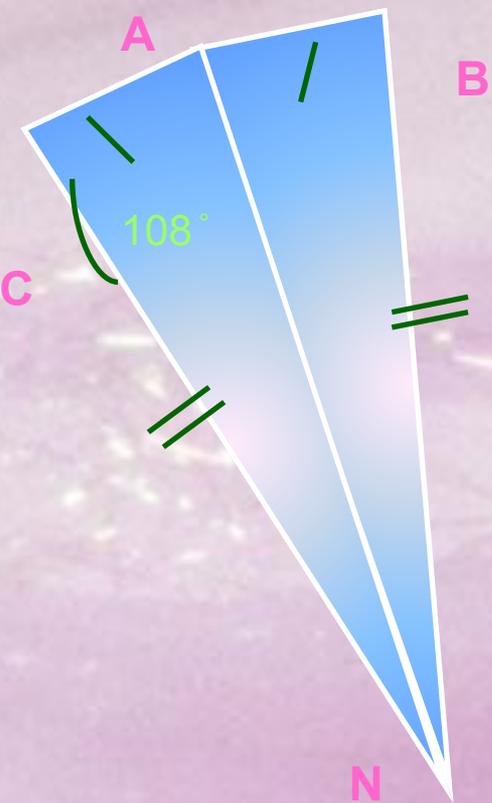


Рис. 6

- а) Докажите, что $\triangle CAN = \triangle BAN$
б) Найдите $\angle ABN$.

Решение:

- а) Рассмотрим $\triangle CAN$ и $\triangle BAN$.
У них: 1) $AC = BN$ - по условию;
2) $CN = BN$ - по условию;
3) $AN = AN$ - общая сторона.

Значит, $\triangle CAN = \triangle BAN$ - по трем сторонам.

б) Из равенства треугольников CAN и BAN следует равенство соответствующих углов, то есть $\angle ABN = \angle ACN = 108^\circ$.



Теорема



Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство

Рассмотрим треугольники ABC и DEF , у которых $AB=DE$, $AC=DF$, углы A и D равны (рис. 7). Докажем, что $ABC = DEF$ \triangle \triangle

Так как $\angle A = \angle D$, то треугольник ABC можно наложить на треугольник DEF так, что вершина A совместится с вершиной D , а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи DE и DF . Поскольку $AB=DE$, $AC=DF$, то сторона AB совместится со стороной DE , а сторона AC – со стороной DF ; в частности, совместятся точки B и E , C и F . Следовательно, совместятся стороны BC и EF . Итак, треугольники ABC и DEF полностью совместятся, значит, они равны.

Теорема доказана.

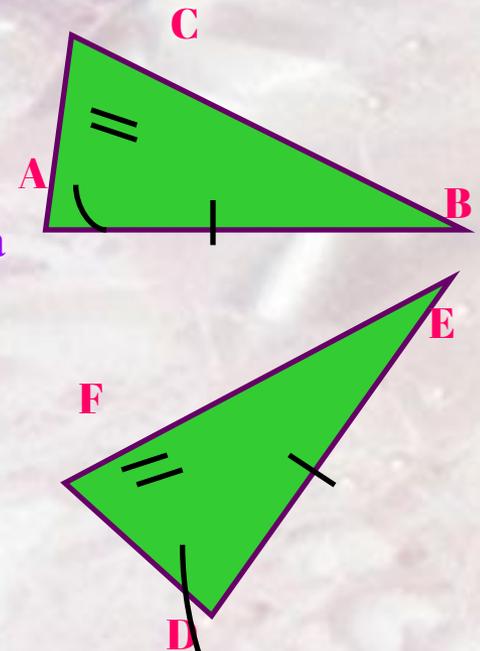


Рис. 7



Теорема

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника,

то такие треугольники равны.

Доказательство

Рассмотрим треугольники **ABC** и **DEF**, у которых **AB = DE**,

A = D, **∠ B = ∠ E** (рис. 8). Докажем, что **ABC = DEF**. ▲ ▲

Наложим треугольник **ABC** на треугольник **DEF** так, чтобы вершина **A** совместилась с вершиной **D**, сторона **AB** – с равной ей стороной **DE**, а вершины **C** и **F** оказались по одну сторону от прямой **DE**.

Так как **A = D** и **B = E**, то сторона **AC** наложится на луч **DF**, а сторона **BC** – на луч **EF**. Поэтому вершина **C** – общая точка сторон **AC** и **BC** – окажется лежащей как на луче **DF**, так и на луче **EF** и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей – вершиной **F**. Значит, совместятся стороны **AC** и **DF**, **BC** и **EF**.

Итак, треугольники **ABC** и **DEF** полностью совместятся, поэтому они равны.

Теорема доказана.

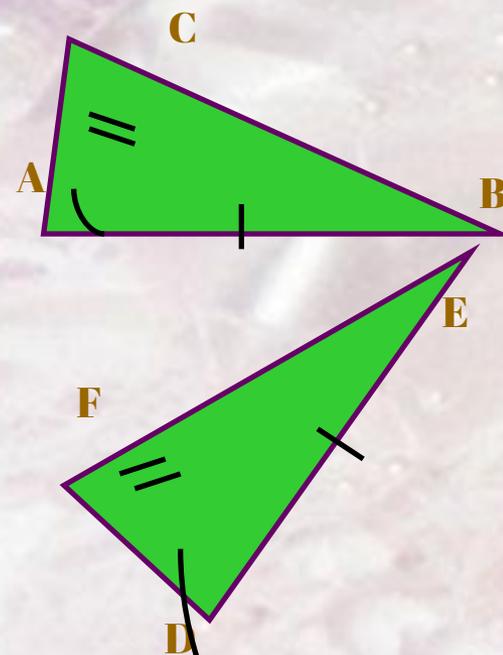


Рис. 8



Теорема

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство

Рассмотрим треугольники ABC и DEF , у которых $AB = DE$, $BC = EF$, $CA = FD$ (рис. 9). Докажем, что $\triangle ABC = \triangle DEF$. Приложим треугольник ABC к треугольнику DEF так, чтобы вершина A совместилась с вершиной D , вершина B – с вершиной E , а вершины C и F оказались по разные стороны от прямой DE (рис. 10).

Возможны три случая: луч FC проходит внутри угла DFE (рис. 10, а); луч FC совпадает с одной из сторон этого угла (рис. 10, б); луч FC проходит вне угла DFE (рис. 10, в). Рассмотрим первый случай (остальные случаи можете рассмотреть самостоятельно).

Так как по условию теоремы стороны AC и DF , BC и EF равны, то треугольники DFC и EFC – равнобедренные (см. рис. 10, а). По теореме о свойстве углов равнобедренного треугольника $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, поэтому $\angle DCE = \angle DFE$. Итак, $AC = DF$, $BC = EF$, $\angle C = \angle F$.

Следовательно, треугольники ABC и DEF равны по первому признаку равенства треугольников. Теорема доказана.

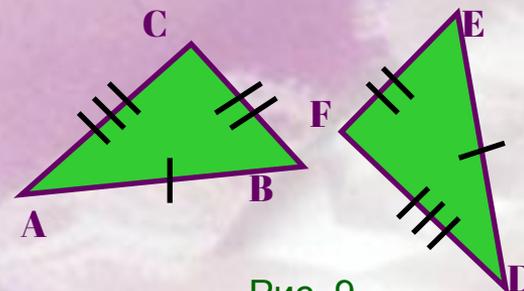


Рис. 9

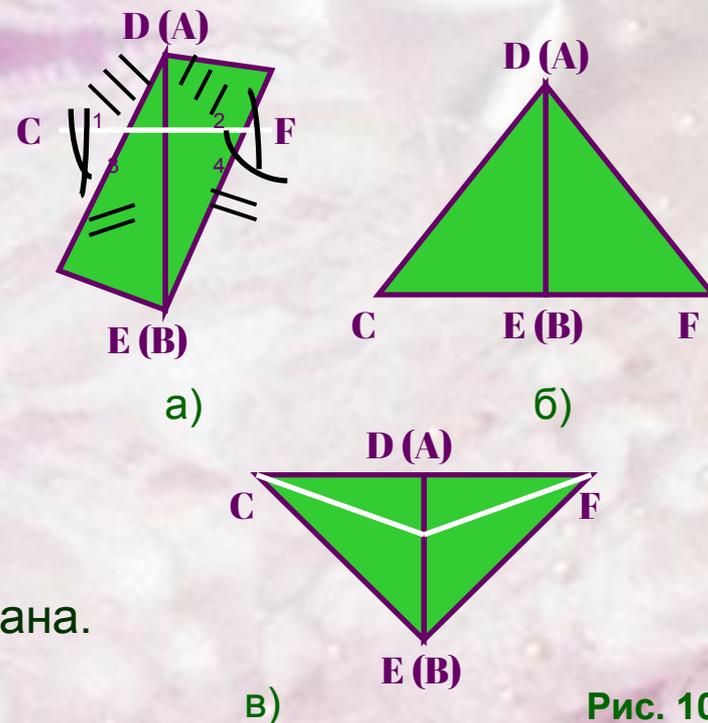


Рис. 10

