

# СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Составитель: Дзюба Л.М.

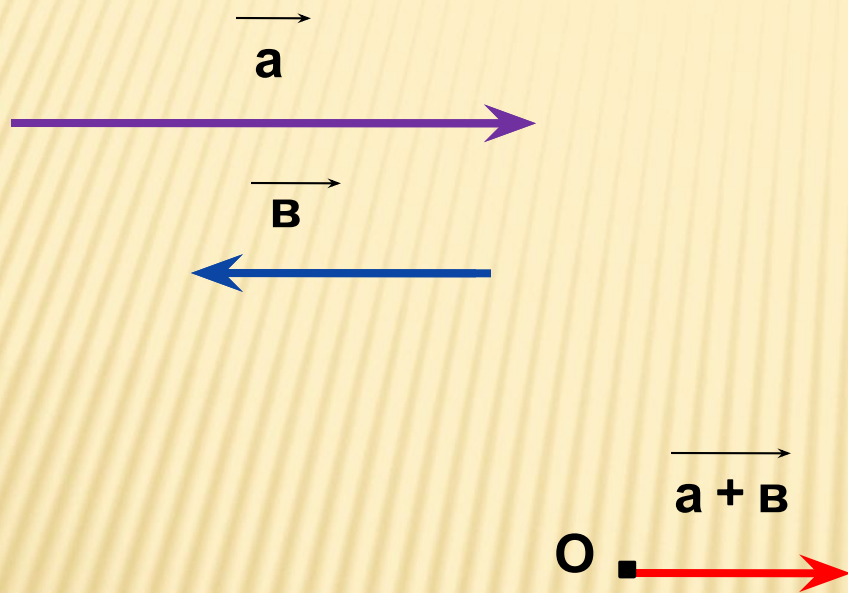
Учитель ГОУ ЦО 173

Г. Санкт-Петербург

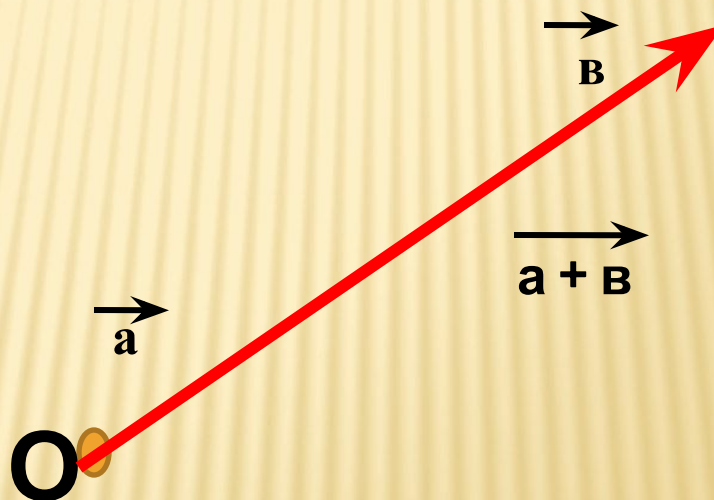
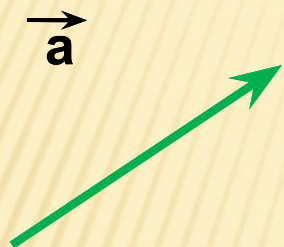
---



Сложить коллинеарные противоположно направленные вектора

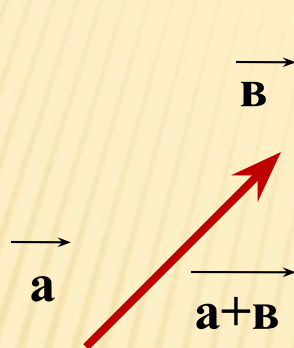
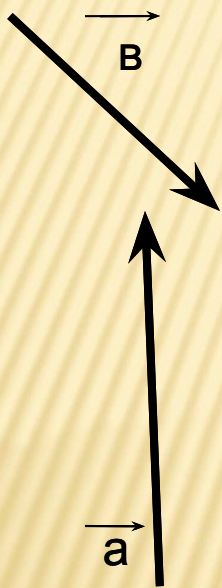


Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарные,  
найти сумму векторов.



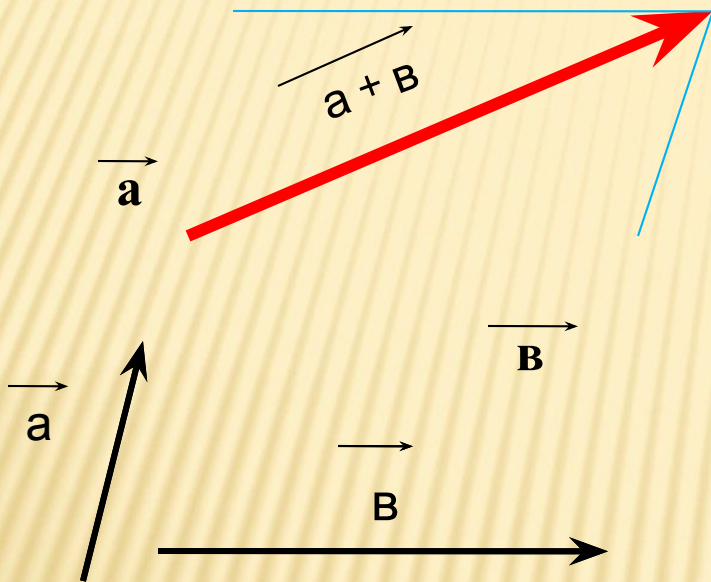


# ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



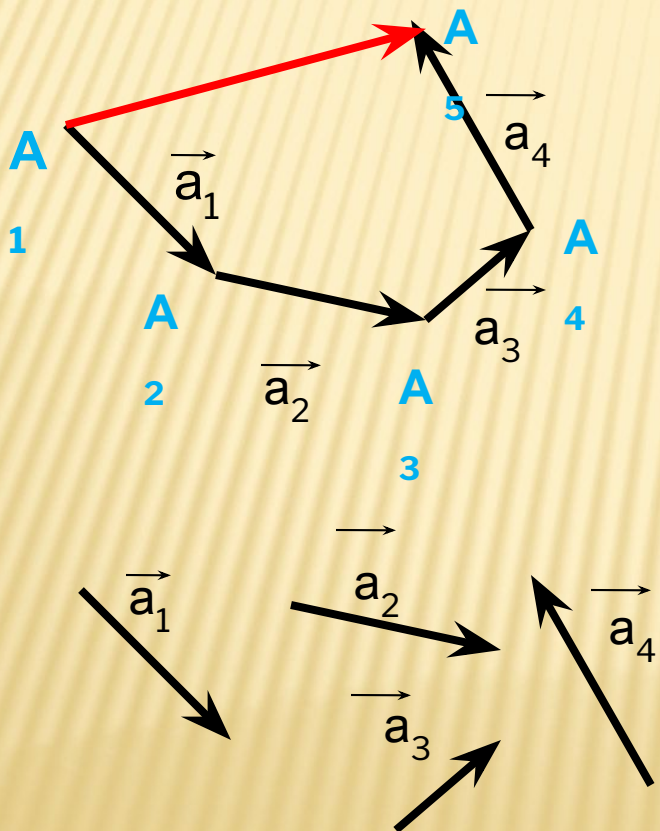
- 1) От конца вектора  $\vec{a}$  отложить вектор  $\vec{b}$ , равный вектору  $\vec{b}$ ;
- 2) Провести вектор из начала вектора  $\vec{a}$  в конец вектора  $\vec{b}$ .
- 3) **ВЫВОД:** полученный вектор и будет суммой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

# ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



- 1) От начала вектора  $\vec{a}$  отложить вектор  $\vec{b}$ , равный вектору  $\vec{b}$ ;
- 2) На векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  как на сторонах построить параллелограмм;
- 3) Провести из общего начала векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  вектор – диагональ параллелограмма.
- 4) **ВЫВОД:** полученный вектор будет суммой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

# ПРАВИЛО МНОГОУГОЛЬНИКА



- 1) От конца вектора  $a_1$  отложить вектор  $a_2$ , равный вектору  $a_2$ ;
  - 2) Повторить откладывание векторов столько раз, сколько векторов нужно отложить;
  - 3) Провести вектор из конца вектора  $a_n$  в начало  $a$ .
- ВЫВОД: полученный вектор  $\vec{a}$  и будет суммой векторов  $a_1, a_2, a_3, \dots$  и  $a_n$



## ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

Для любых векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  справедливы равенства:

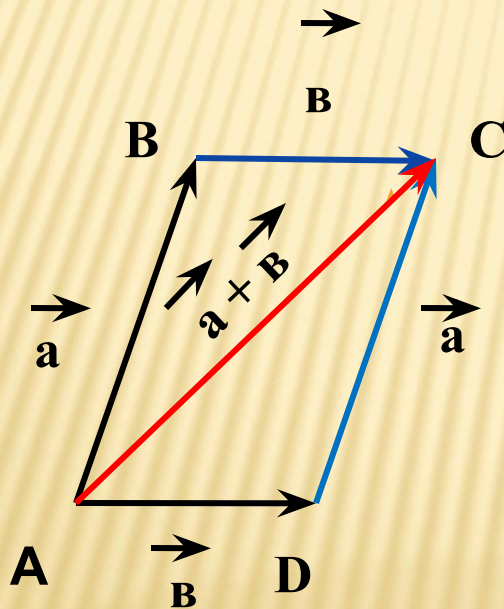
$\vec{a}$      $\vec{b}$      $\vec{a} + \vec{b}$      $\vec{b} + \vec{a}$

1)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$  --- переместительный закон

2)  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$  --- сочетательный закон

## ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН.

**1.Доказательство:** Рассмотрим случай ,когда векторы  $a$  и  $b$  не коллинеарны.



От произвольной точки A отложим векторы  $\vec{AB} = \vec{a}$  и  $\vec{AD} = \vec{b}$  и на этих векторах построим параллелограмм ABCD. По правилу треугольника  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{a} + \vec{b}$ . Аналогично  $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{b} + \vec{a}$ . Отсюда следует ,что  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ ,



2.

## СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН.

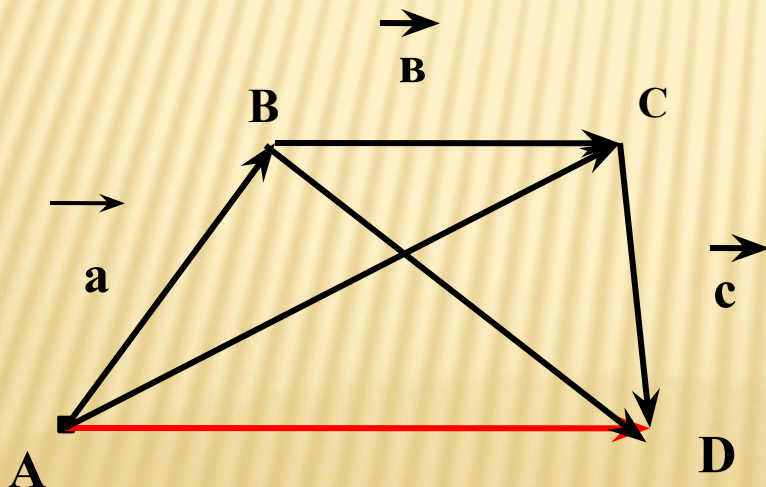
**Доказательство** . От произвольной точки  $A$  отложим вектор  $\vec{AB} = \vec{a}$  , а от точки  $B$  вектор  $\vec{BC} = \vec{b}$  , от точки  $C$  вектор  $\vec{CD} = \vec{c}$ .

Применяя правило треугольника , получаем:

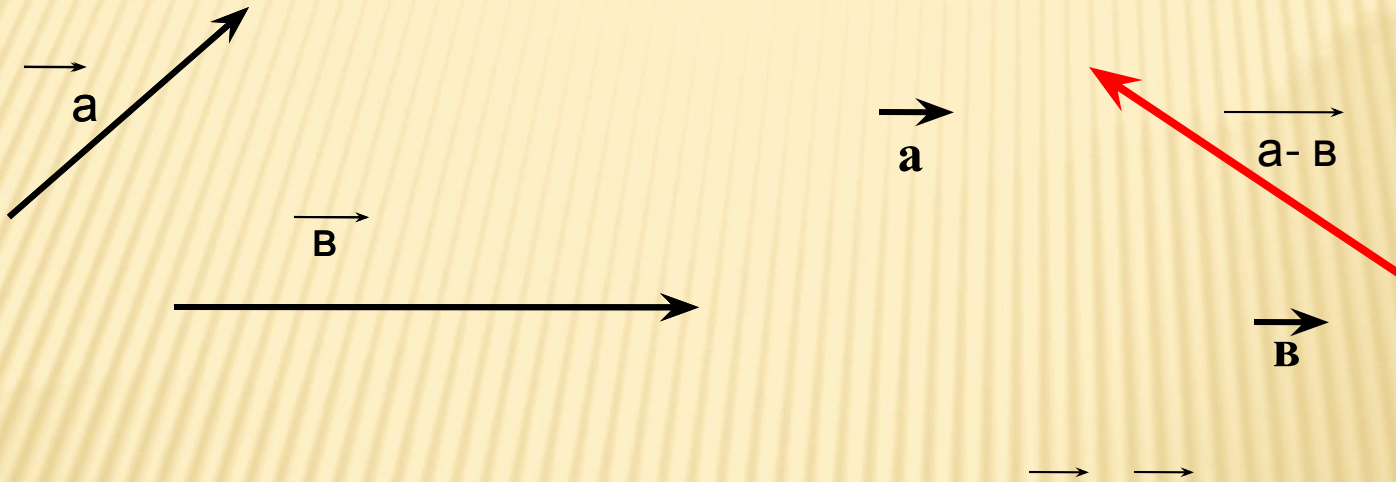
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{AB} + (\vec{BC} + \vec{CD}) = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD} . \text{ Отсюда}$$

следует , что  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ . Теорема доказана.



## ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ



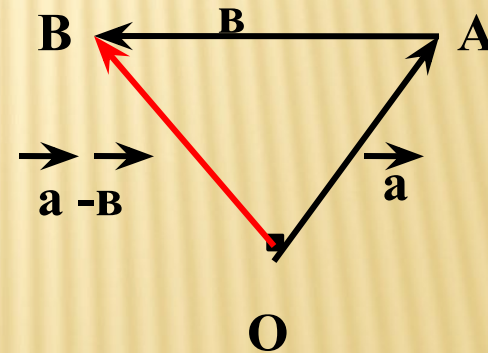
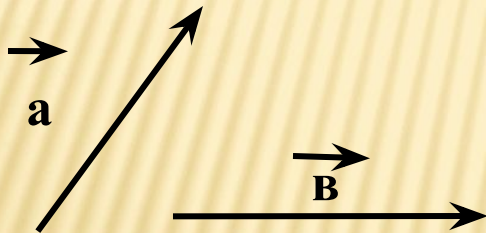
Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется такой вектор  $\vec{a-b}$ , сумма которого с вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$

**Теорема:** Для любых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{v}$  справедливо равенство  $\vec{a} - \vec{v} = \vec{a} + (-\vec{v})$ .

**Доказательство.** По определению разности векторов

$(\vec{a} - \vec{v}) + \vec{v} = \vec{a}$ . Прибавив к обеим частям этого равенства

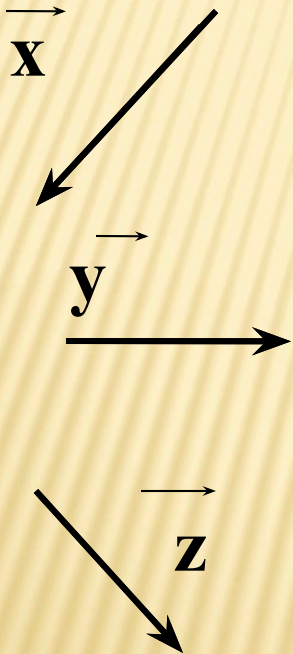
вектор  $(-\vec{v})$ , получим  $(\vec{a} - \vec{v}) + \vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{a} + (-\vec{v})$ , или  $(\vec{a} - \vec{v}) + \vec{0} = (-\vec{v})$ , откуда  $\vec{a} - \vec{v} = \vec{a} + (-\vec{v})$ .



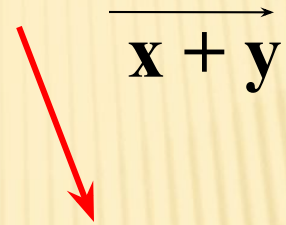


# Задача №754

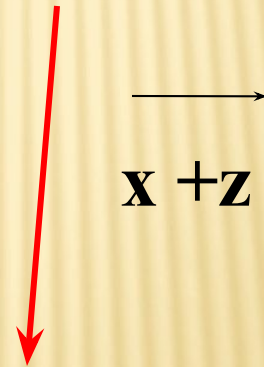
Дано:



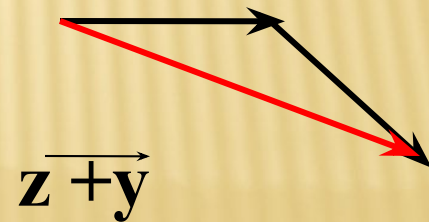
A)



B)

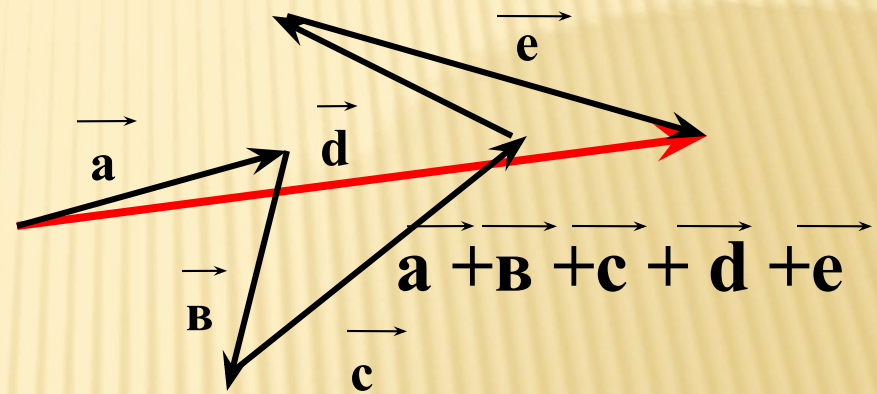
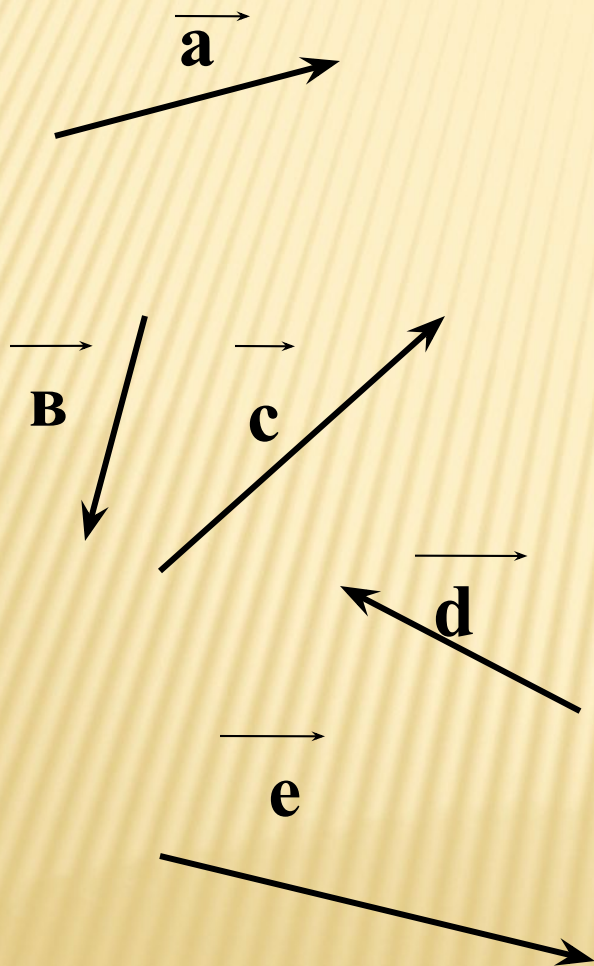


C)



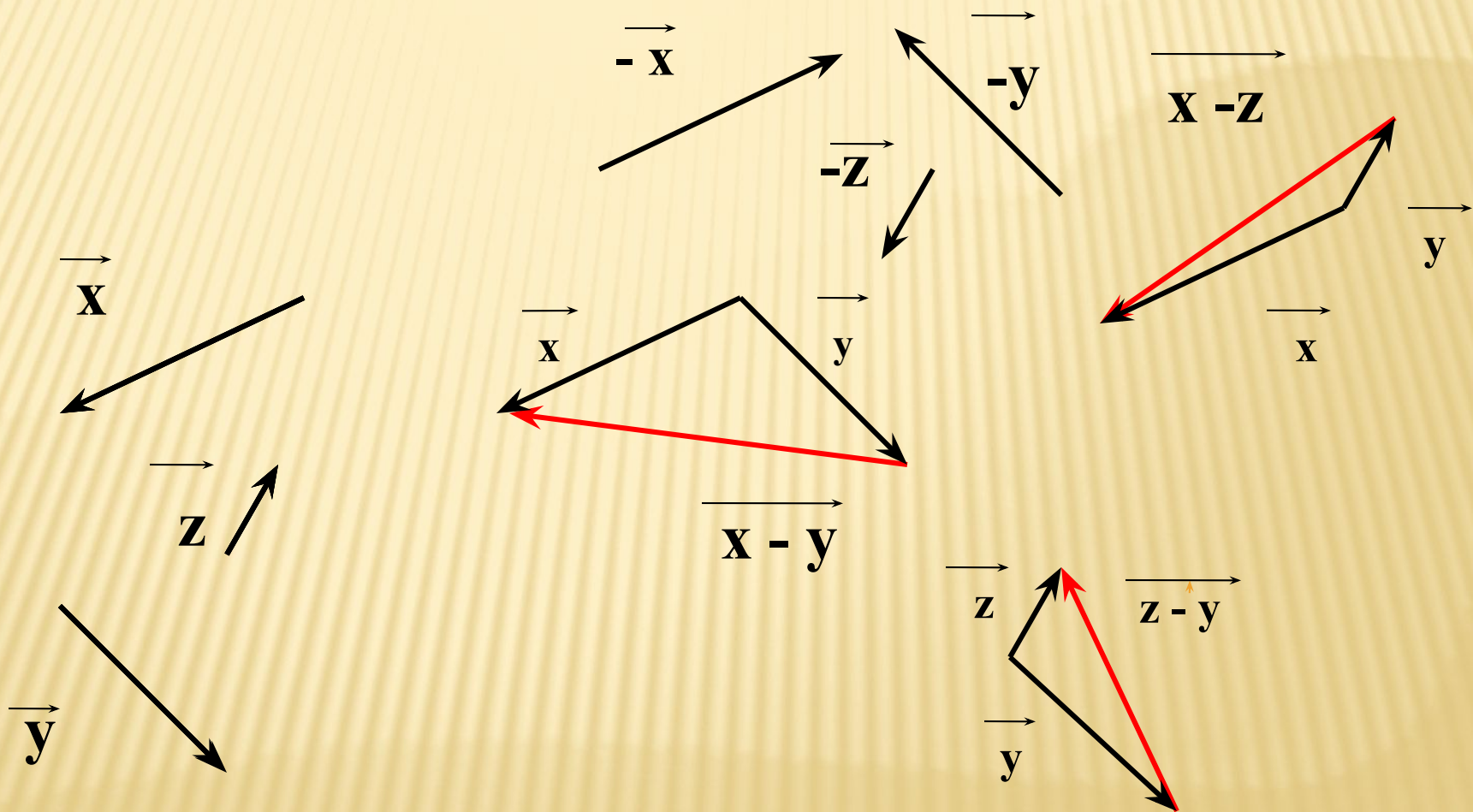
# Задача №755

Дано:



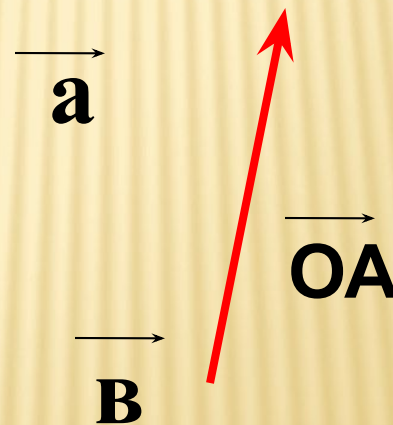
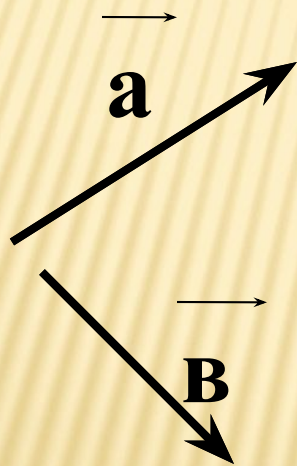
# Задача № 756.

Дано:

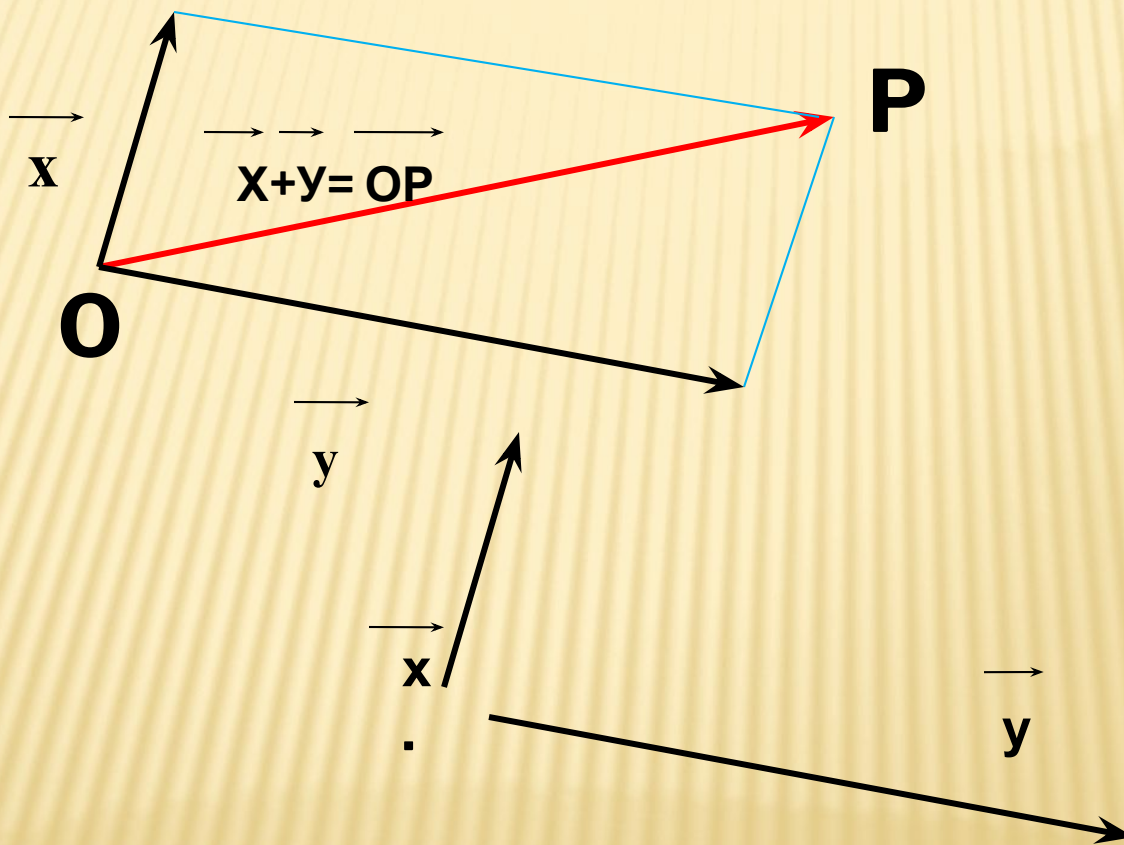




**ЗАДАЧА : используя правило треугольника , постройте векторы  $\vec{OA} = \vec{a} + \vec{b}$**



**ЗАДАЧА:** используя правило параллелограмма  
постройте векторы  $\vec{OP} = \vec{x} + \vec{y}$



**Задача:** Используя правило  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$  треугольника, найдите сумму векторов: а)  $\vec{PM}$  и  $\vec{MT}$ , б)  $\vec{CH}$  и  $\vec{HC}$ , в)  $\vec{AB} + \vec{0}$ , г)  $\vec{0} + \vec{CE}$ .

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

**Решение:** а)  $\vec{PM} + \vec{MT} = \vec{PT}$

$$\text{б) } \vec{CH} + \vec{HC} = \vec{CC} = \vec{0}$$

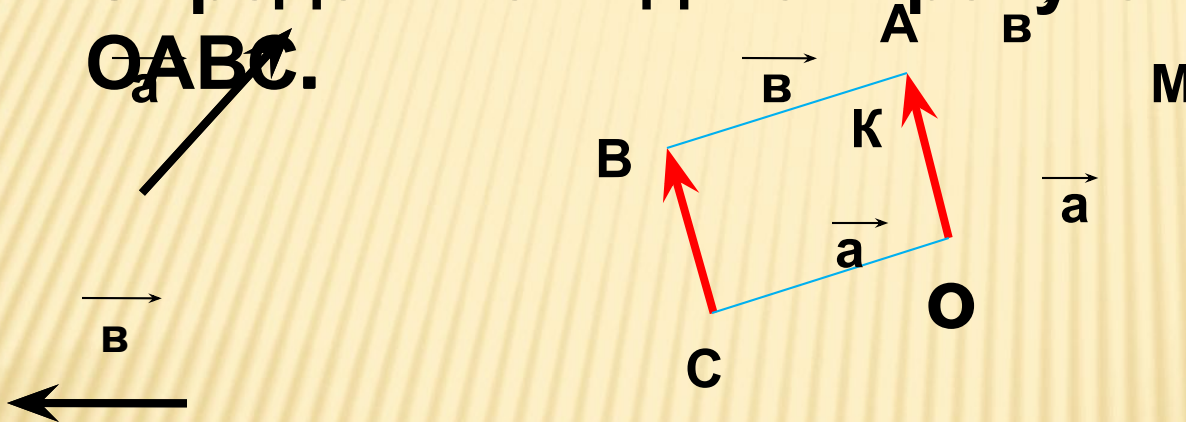
$$\text{в) } \vec{AB} + \vec{0} = \vec{AB}$$

$$\text{г) } \vec{0} + \vec{CE} = \vec{CE}$$



**Задача : Используя правило  
треугольника, постройте векторы  $\vec{OA} = \vec{a} + \vec{v}$   
и  $\vec{CB} = \vec{a} + \vec{v}$ .**

**Определите вид четырехугольника  
 $OACB$ .**



Отложим от точки O вектор  $\vec{OM} = \vec{a}$  и от точки M вектор  $\vec{MA} = \vec{v}$ ,  
тогда

$\vec{OA} = \vec{OM} + \vec{MA}$ . Аналогично строим  $\vec{CK} = \vec{a}$  и  $\vec{KB} = \vec{v}$ , тогда  $\vec{CB} = \vec{CK} + \vec{KB}$ .

Т.к.  $\vec{OA} = \vec{a} + \vec{v}$  и  $\vec{CB} = \vec{a} + \vec{v}$ , то  $\vec{OA} = \vec{CB}$ , поэтому четырехугольник-параллелограмм.

**СПАСИБО ЗА УРОК**

