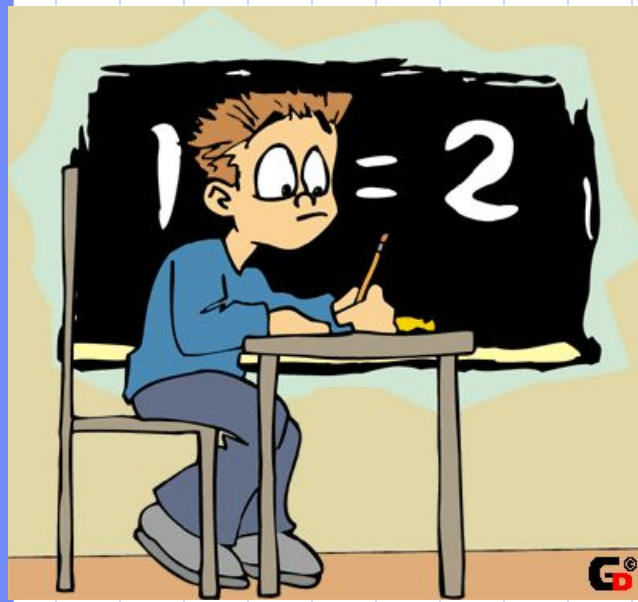


Длина окружности

Геометрия. 9 класс.



Мастер подключения презентации к уроку.

STOP

Дальнейший просмотр возможен только при наличии соответствующих знаний. А они у тебя есть?

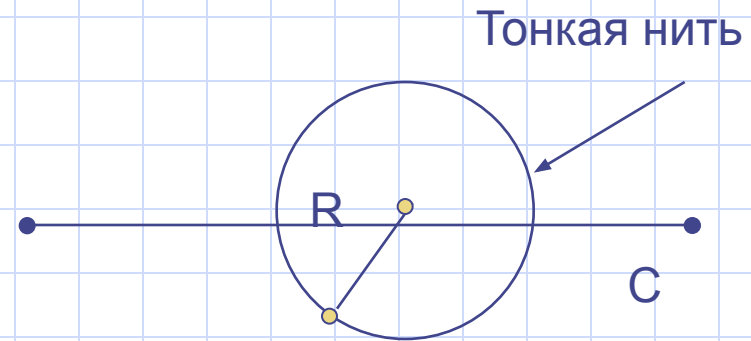
**Да.
Могу доказать**

**Да, но я устал и
думать не хочу.**

**Ничего не знаю и
знать не хочу.**

Понятие длины окружности.

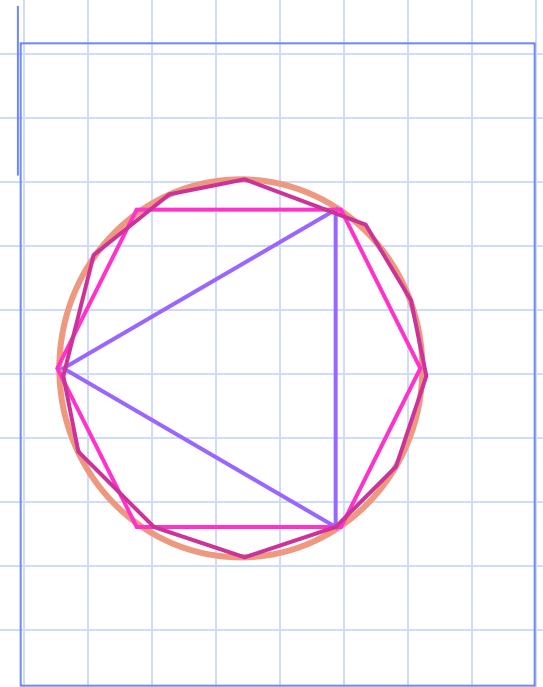
- Представим себе нить в форме окружности. Разрежем её и растянем за концы.
- Длина полученного отрезка и есть длина окружности.



Периметр любого вписанного в окружность многоугольника

является приближённым значением длины окружности.

- При увеличении числа сторон правильный многоугольник всё ближе и ближе «прилегает» к окружности.
- *Длина окружности – это предел*, к которому стремится периметр правильного вписанного многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон.



Свойство длины окружности.

- **Отношение длины окружности к её диаметру есть одно и то же число для всех окружностей.**
- (стр. 265, курсив предпоследний абзац)

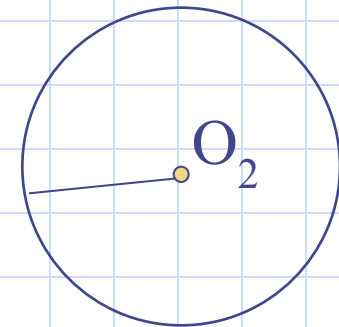
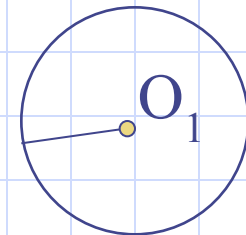
Дано:

$\text{Окр}(O_1; R_1), \text{Окр}(O_2; R_2),$

C_1 – длина $\text{Окр}(O_1; R_1),$

C_2 – длина $\text{Окр}(O_2; R_2).$

Доказать: $\frac{C_1}{2R_1} = \frac{C_2}{2R_2}.$



Доказательство:

- 1) Впишем в каждую окружность правильный n -угольник.
2) Пусть P_1, P_2 – их периметры;

а a_{n1}, a_{n2} – их стороны.
Тогда $P_1 = n \cdot a_{n1} = n \cdot 2R_1 \sin \frac{180^\circ}{n}$.

$$P_2 = n \cdot a_{n2} = n \cdot 2R_2 \sin \frac{180^\circ}{n}.$$

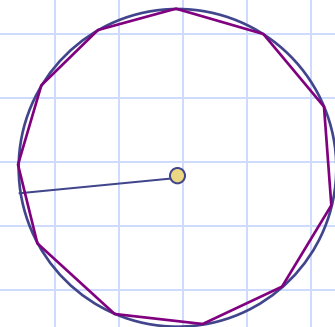
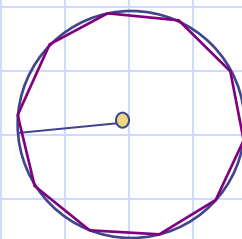
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2R_1}{2R_2}$$

- 3) Если число сторон неограниченно увеличивать, то $n \rightarrow \infty$, $P_1 \rightarrow C_1, P_2 \rightarrow C_2$ тогда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

$$\Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{2R_1}{2R_2}.$$

- 4) По свойству пропорции $\frac{C_1}{2R_1} = \frac{C_2}{2R_2}$. Ч.т.д.



Число «пи». Вывод формулы длины окружности.

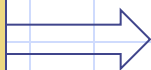
- Из свойства длины окружности следует, что π есть число постоянное и теоретически доказано, что это число иррациональное.

Обозначают его греческой буквой «пи».

$$\pi \approx 3,14159$$

Это я знаю и помню прекрасно.

$$\frac{C}{2R} = \pi$$



$$C = 2\pi R$$

- формула длины окружности.

Задача 1. Вообразите, что вы обошли землю по экватору. На сколько при этом верхушка вашей головы прошла более длинный путь, чем кончик вашей ноги?

• Решение.

1) Ноги прошли путь $2\pi R$, где R радиус земного шара.

2) Верхушка головы - $2\pi(R + 1,7)$, где 1,7 м рост человека.

3) Разность путей равна $2\pi(R + 1,7) - 2\pi R = 2\pi \cdot 1,7 = 10,7$ м.

Итак голова прошла путь на 10,7 м больше, чем ноги.

• Ответ: 10,7 м.



Задача 2. Если обтянуть земной шар по экватору проволокой и затем прибавить к её длине 1м, то сможет ли между проволокой и землёй проскочить мышь.

Обычно отвечают, что промежуток будет тоньше волоса.

• Решение. Пусть длина промежутка x см.

Если R радиус земли, то длина проволоки была $2\pi R$ см, а станет $2\pi (R + x)$ см.

А по условию задачи их разность равна 100 см.

Уравнение.

$$\begin{aligned}2\pi(R + x) - 2\pi R &= 100, \\2\pi x &= 100, \\x &= \frac{100}{2\pi}, \\x &\approx 16 \text{ см.}\end{aligned}$$

• Ответ: 16 см.

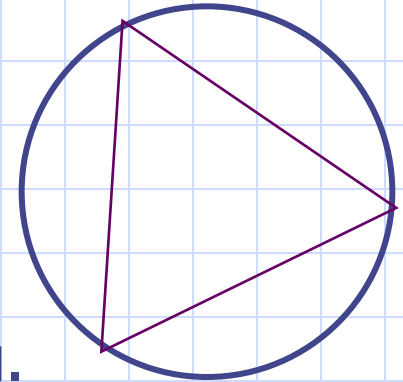
№ 1104(а). Найти длину окружности описанной около правильного треугольника со стороной a .

- Выразите R через a .

$$a = R\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Подставьте в формулу длины окружности.

$$C = 2\pi R = 2\pi \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}.$$



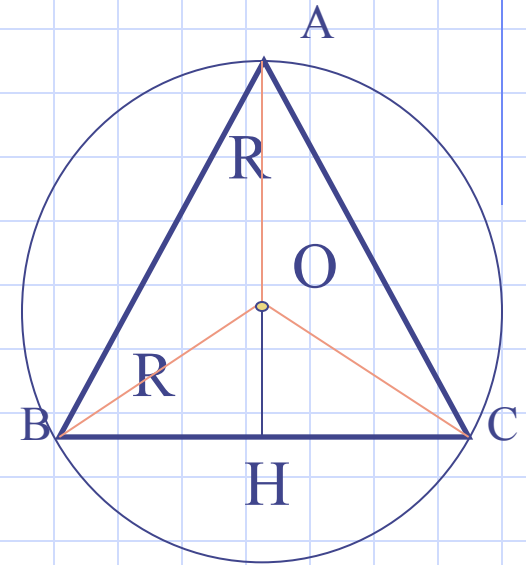
№ 1104 (в). Найти длину окружности описанной около равнобедренного треугольника с основанием a и стороной b .

- Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный, вписан в $O(O; R)$; $AB=AC=b$, $BC=a$.
- Найти: S .
- Решение. 1) $O \in AH$, где $AH \perp BC$.

2) $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$.

3) Из $\triangle ABH$: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}$.

4) Так как $AO=R$, то $OH = AH - AO = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} - R = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2} - R$.



№ 1104 (в). Найти длину окружности описанной около равнобедренного треугольника с основанием a и боковой стороной b .

5) Из $\triangle BOH$: $BO^2 = OH^2 + BH^2 = R^2 =$

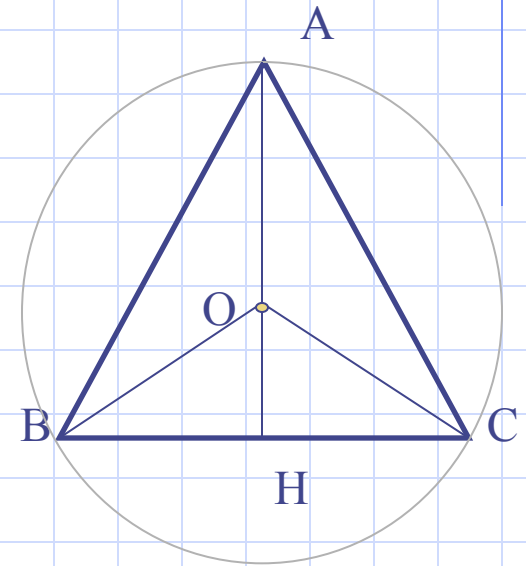
$$\left(\frac{1}{2} \sqrt{4b^2 - a^2} - R \right)^2 + \frac{1}{4} a^2,$$

$$R^2 = \frac{1}{4} (4b^2 - a^2) - R \sqrt{4b^2 - a^2} + R^2 + \frac{1}{4} a^2,$$

$$R \sqrt{4b^2 - a^2} = b^2 \Rightarrow R = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}},$$

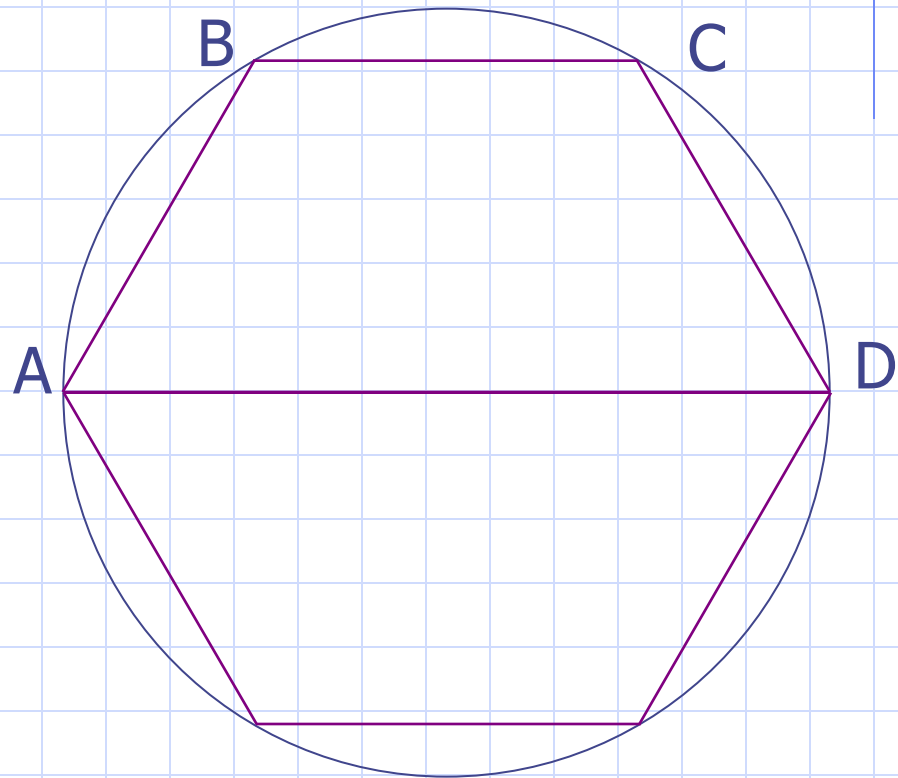
6) $C = 2\pi R = \frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}.$

• Ответ: $\frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}.$



№ 3. Дана равнобедренная трапеция со сторонами $2a, a, a, a$. Найти длину окружности, описанной около трапеции.

- Дано: $ABCD$ – трапеция, $AB=BC=CD=a$, $AD=2a$. Окр(O ; R) описанная около окружности.
 - Найти: Длину окружности.
 - Решение.
- 1) Достроим трапецию $ABCD$ до правильного шестиугольника. Тогда окружность описанная около шестиугольника будет описана и около трапеции.

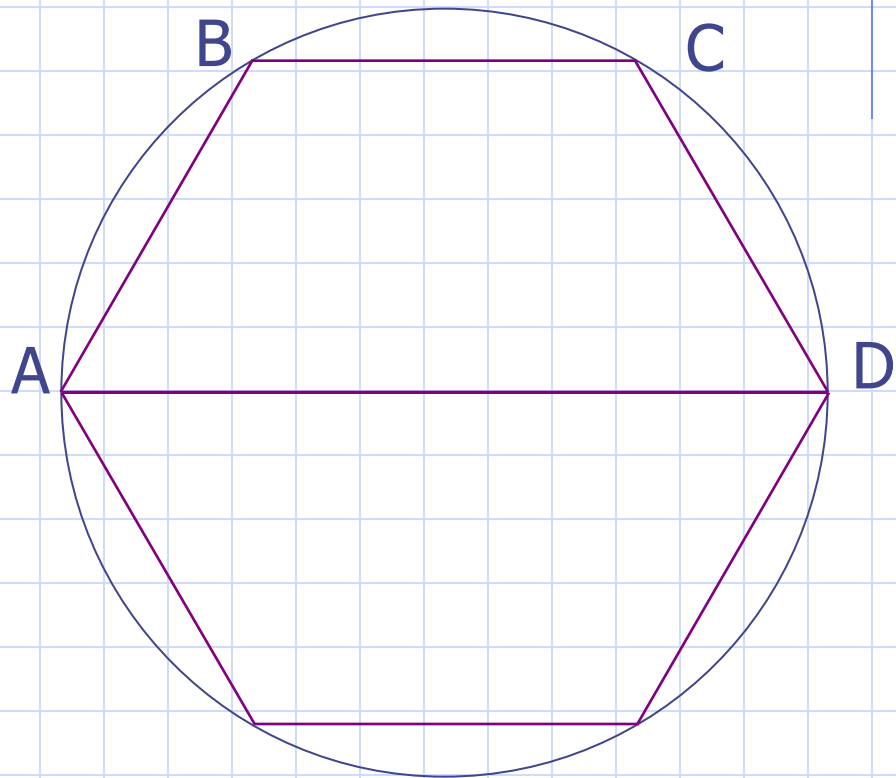


№ 3. Дана равнобедренная трапеция со сторонами $2a, a, a, a$. Найти длину окружности, описанной около трапеции.

2) Так как шестиугольник правильный, то радиус описанной окружности равен стороне.

А значит $C = 2\pi R = 2\pi a$.

- Ответ: $2\pi a$.



ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

- Сформулируйте основное свойство длины окружности. На чём основывается его доказательство?
- Как вычисляется длина окружности по формуле?
- Какое число обозначается буквой π и чему равно его приближённое значение?
- Как изменится длина окружности, если радиус окружности уменьшить (увеличить) в k раз?
- Как изменится длина окружности, если радиус окружности уменьшить (увеличить) в k раз?

Домашнее задание

- Вопросы 8-9(стр. 270).
- №1108, №1105(a).

Спасибо за урок, дети.

