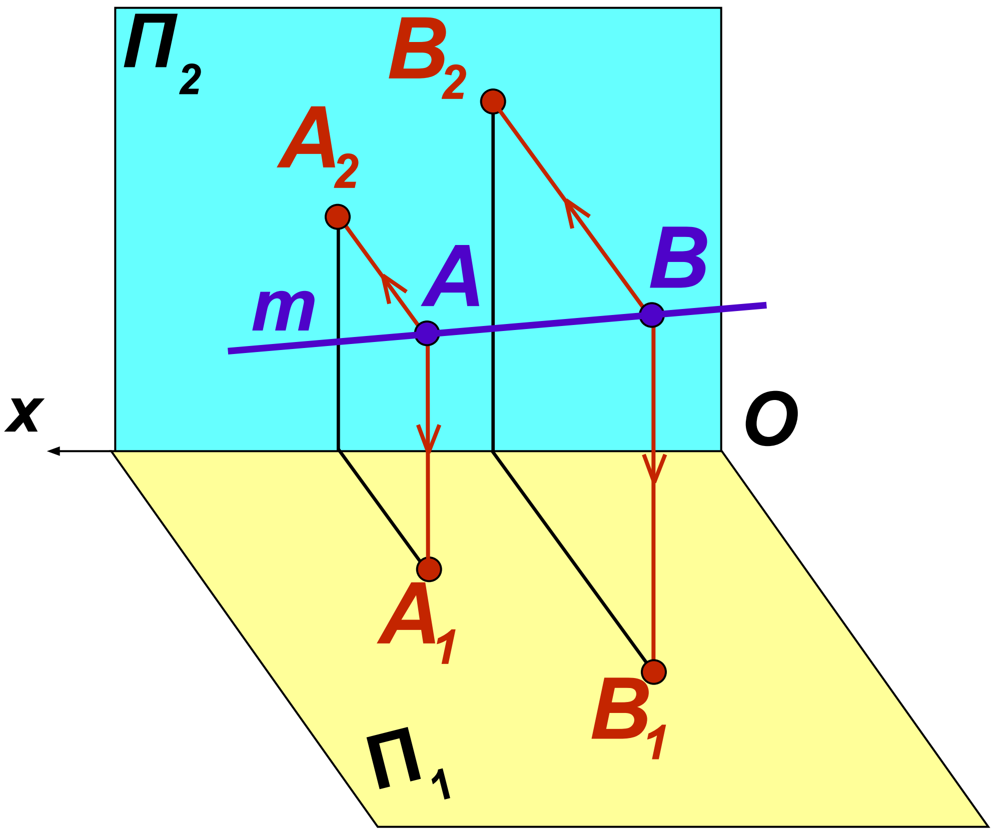
Лекция 2

Проекции прямой

Проекции прямой

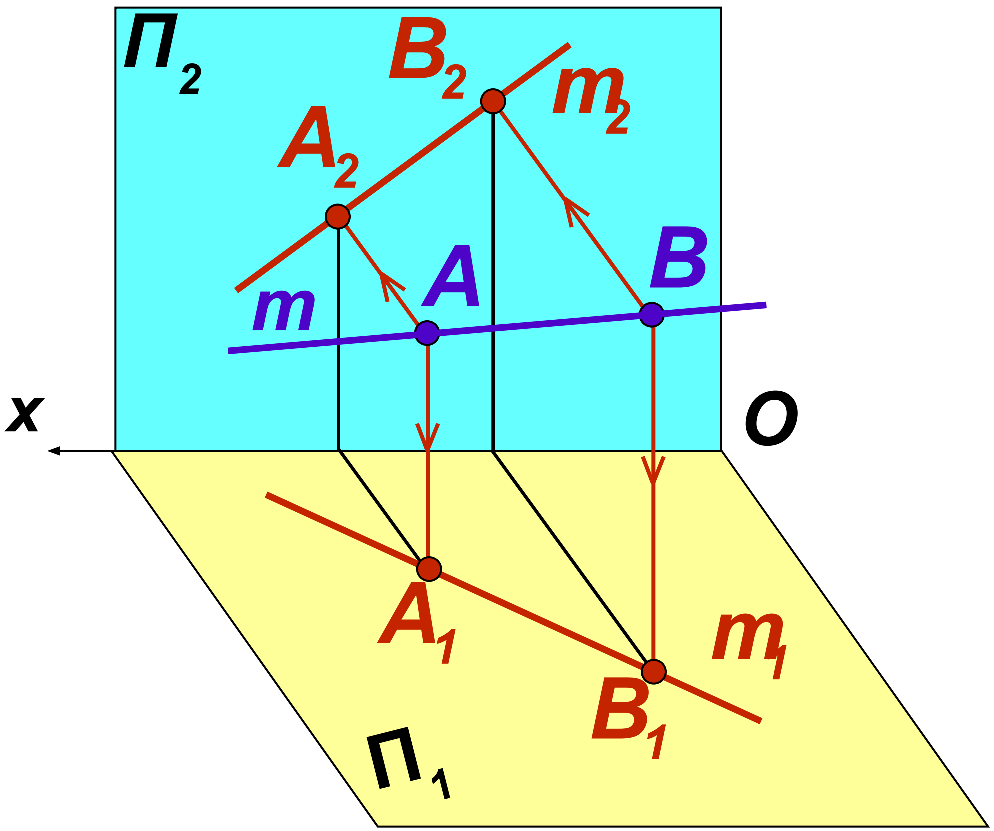
Пространственная картина



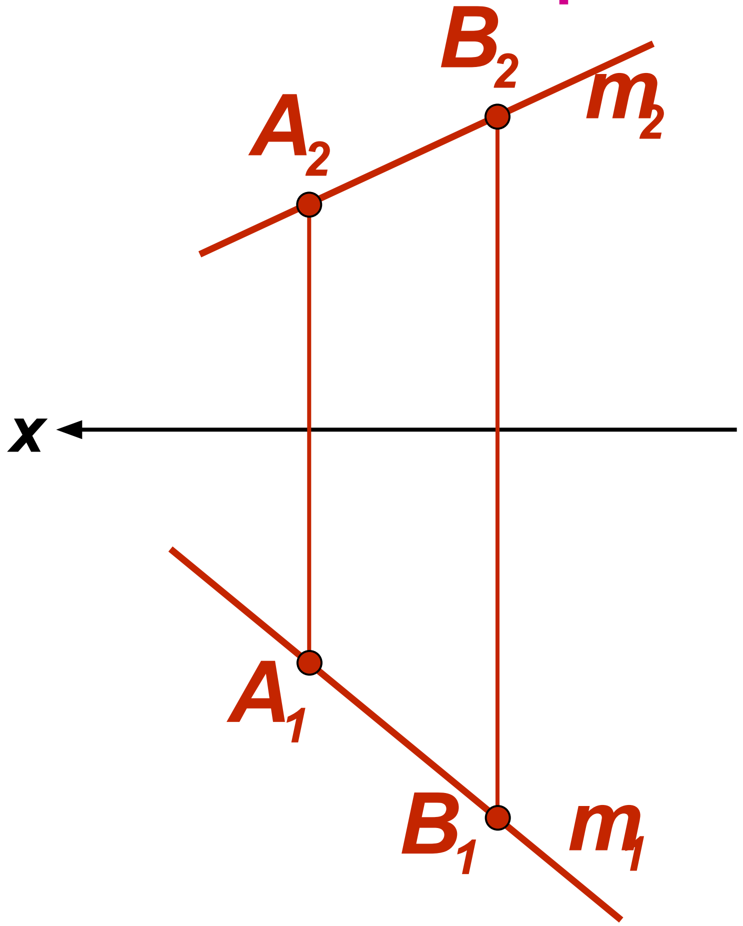
Положение прямой *m* в пространстве определяют две произвольные точки *A* и *B*, лежащие на этой прямой. Это наиболее удобный способ задания прямой. Прямая линия *m* считается заданной, если на комплексном чертеже построить проекции двух ее точек *A* и *B*

Проекции прямой

Пространственная картина



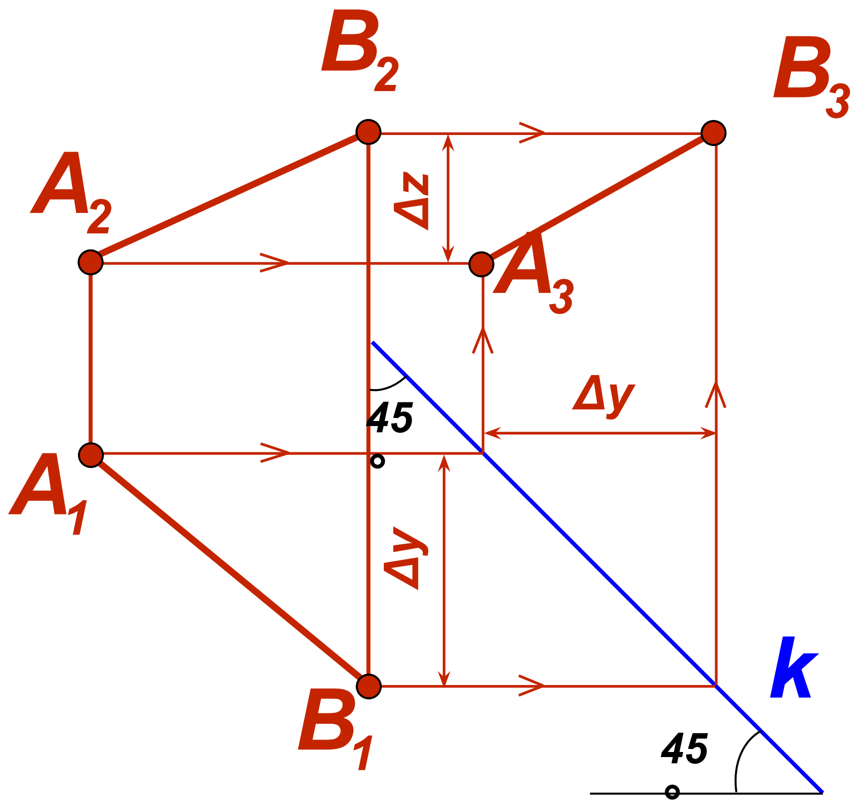
Комплексный чертеж



Проекции прямой *m* проходят через пары соответствующих проекций точек: горизонтальная проекция прямой m_1 – через A_1 и B_1; фронтальная проекция прямой m_2 – через A_2 и B_2

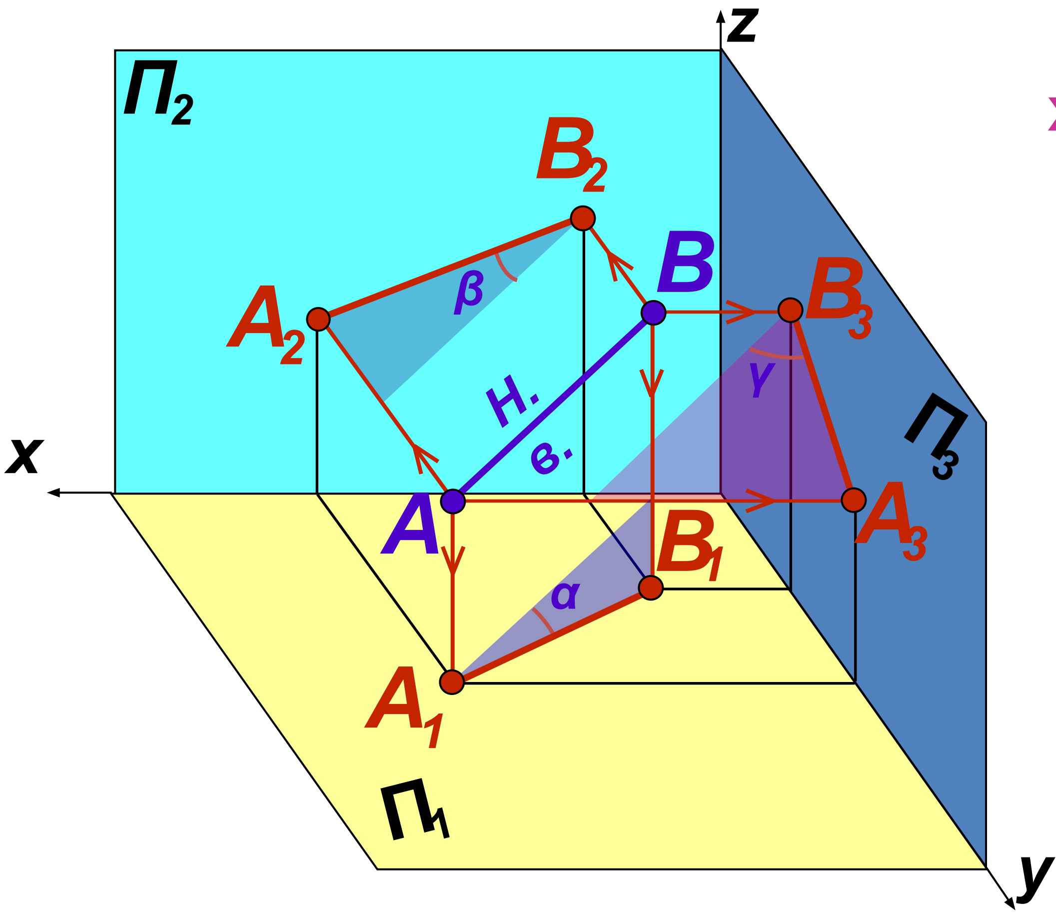
Безосный чертеж

Безосным называется чертеж, на котором отсутствуют оси проекций



Для построения профильной проекции прямой на безосном чертеже проводят постоянную чертежа *k* под углом 45°. С ее помощью по линиям связи получают профильную проекцию прямой A_3B_3, положение которой определяется разностями координат Δz и Δy

Положение прямой относительно плоскостей проекций



Метрические характеристики отрезка:

н.в. – натуральная величина отрезка;

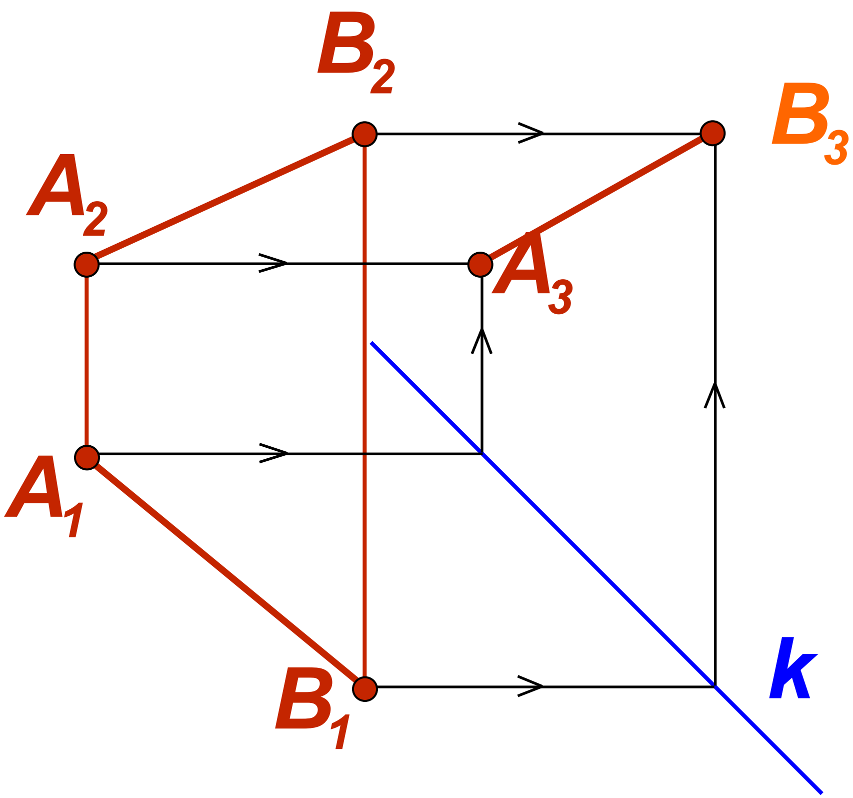
α – угол наклона отрезка к плоскости $П_1$;

β – угол наклона отрезка к плоскости $П_2$;

γ – угол наклона отрезка к плоскости $П_3$

Прямая общего положения

Прямая общего **положения** наклонена ко всем плоскостям проекций



На чертеже проекции отрезка прямой общего положения имеют искаженные метрические характеристики, ни одна из ее проекций не параллельна осям координат и не перпендикулярна к ним

Прямые частного положения

Прямая частного положения параллельна или перпендикулярна одной из плоскостей проекций

Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется прямой уровня:

Горизонтальная прямая уровня (горизонталь) $h \parallel \Pi_1$

Фронтальная прямая уровня (фронталь) $f \parallel \Pi_2$

Профильная прямая $p \parallel \Pi_3$

Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется проецирующей прямой:

Горизонтально проецирующая прямая $\perp \Pi_1$

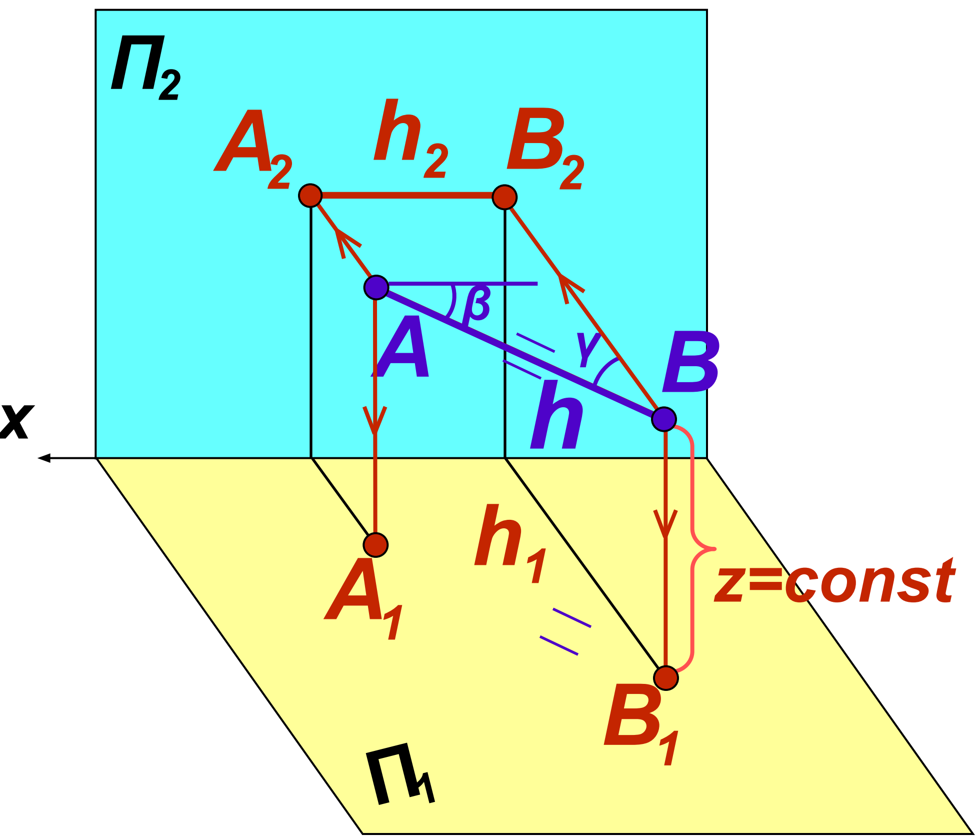
Фронтально проецирующая прямая $\perp \Pi_2$

Профильно проецирующая прямая $\perp \Pi_3$

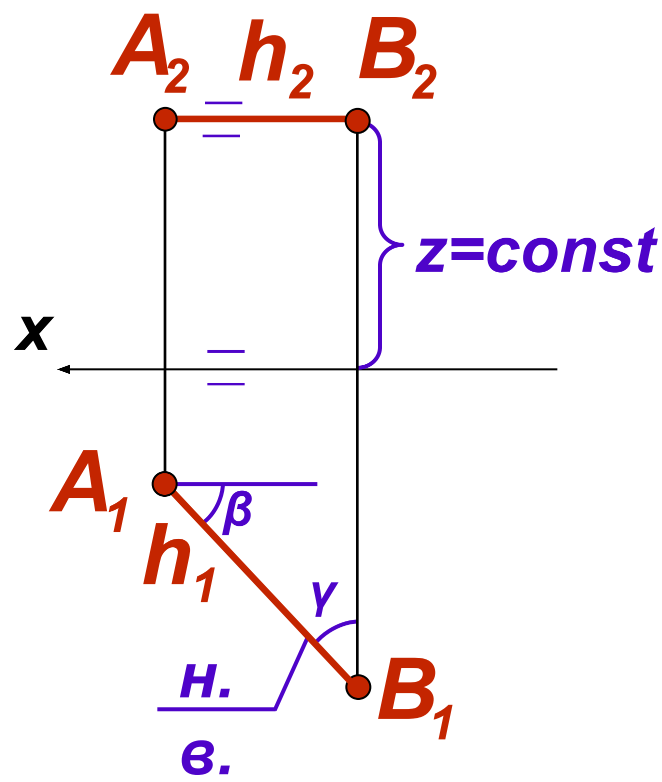
У прямой частного положения на комплексном чертеже определяются натуральные величины каких-либо ее характеристик. Прямая уровня проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой она параллельна. Одна из проекций проецирующей прямой вырождается в точку

Прямые уровня: горизонталь ($h \parallel П_1$)

Пространственная картина



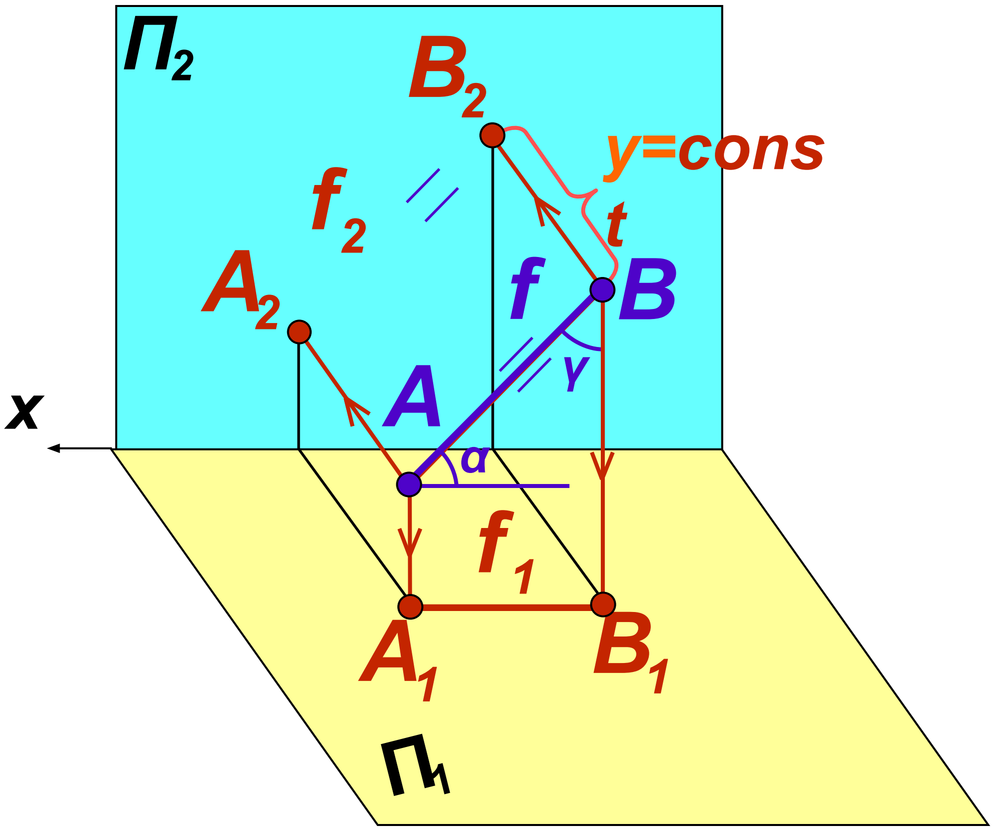
Комплексный чертеж



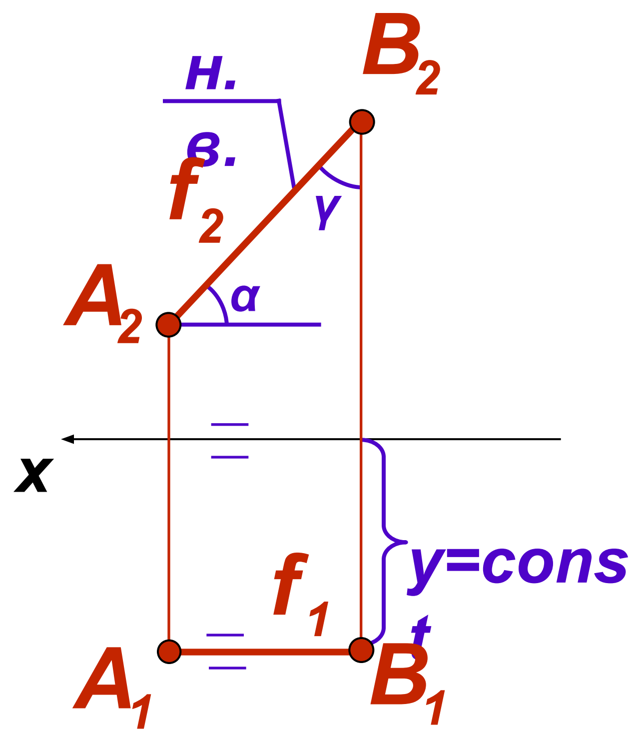
Все точки прямой *AB* равноудалены от горизонтальной плоскости проекций $П_1$ и имеют одинаковую аппликату *z= const*. Фронтальная проекция горизонтали A_2B_2 параллельна оси *x*. Горизонтальная проекция горизон-тали A_1B_1, углы β и γ изображаются в натуральную

Прямые уровня: фронталь $(f \parallel П_2)$

Пространственная картина



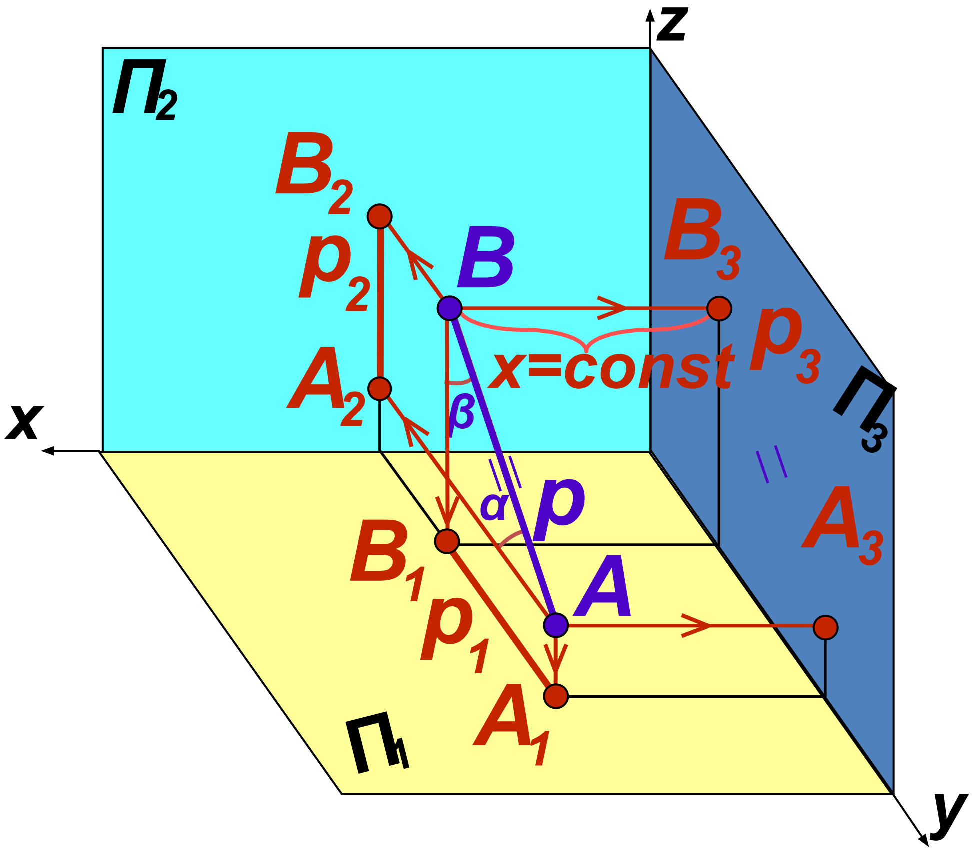
Комплексный чертеж



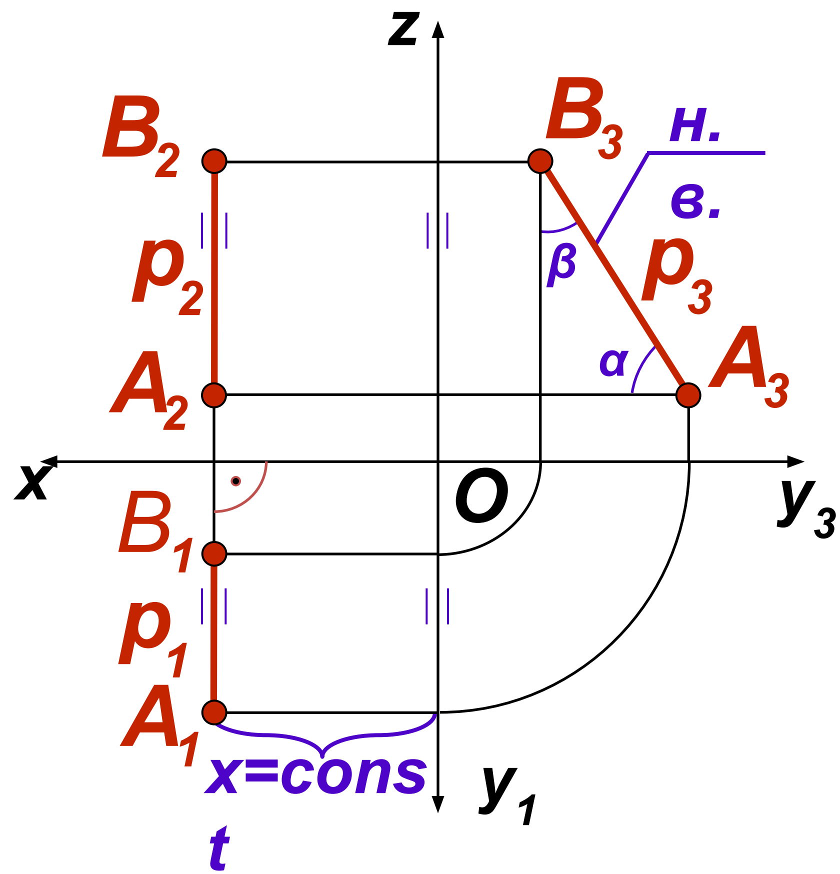
Все точки прямой *AB* равноудалены от фронтальной плоскости проекций $П_2$ и имеют одинаковую координату *y* (*y= const*). Горизонтальная проекция фронтали A_1B_1 параллельна оси *x*. Фронтальная проекция фронтали A_2B_2, углы α и γ изображаются в натуральную величину на

Прямые уровня: профильная прямая $(p \parallel \Pi_3)$

Пространственная картина



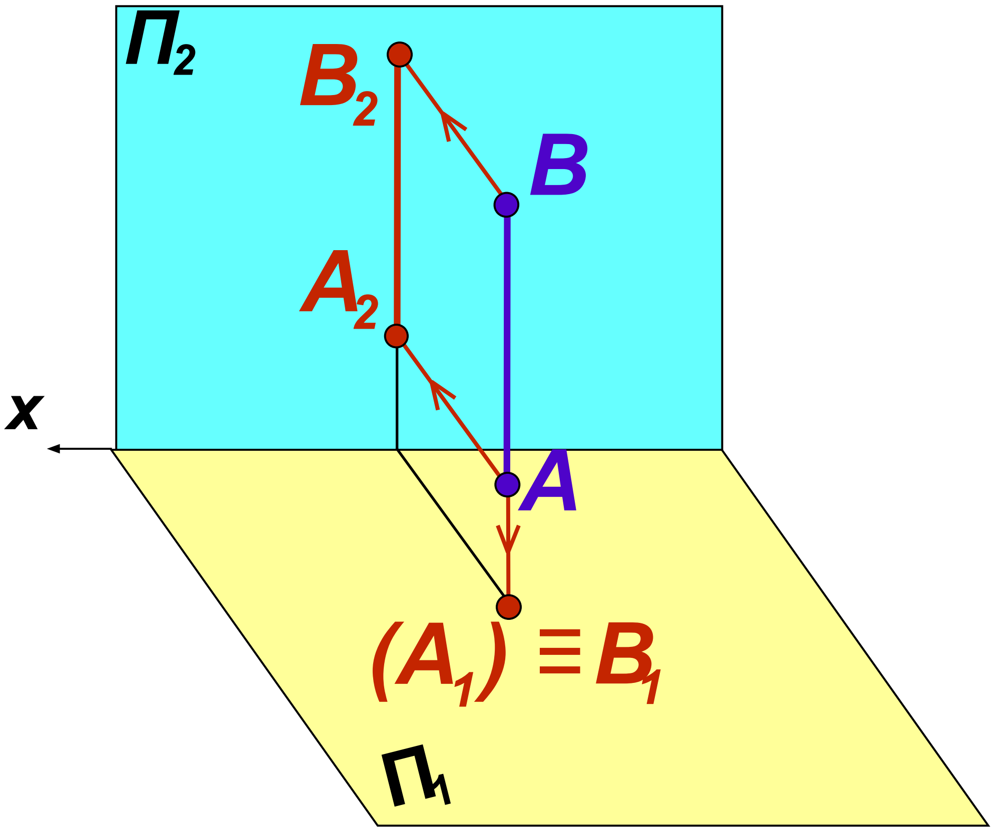
Комплексный чертеж

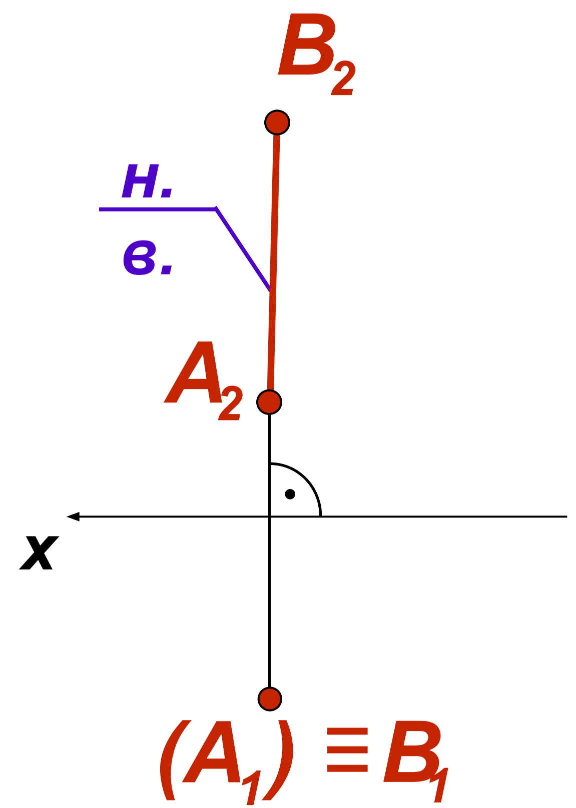


Все точки прямой *AB* равноудалены от профильной плоскости проекций *Π_3* и имеют одинаковую координату *x* (*x*= *const*). Горизонтальная *$A_1 B_1$* и фронтальная *$A_2 B_2$* проекции прямой перпендикулярны оси *x*. Профиль-ная проекция *$A_3 B_3$*, углы *α* и *β* имеют натуральную величину

Горизонтально проецирующая прямая ($\perp П_1$)

Пространственная картина **Комплексный чертеж**

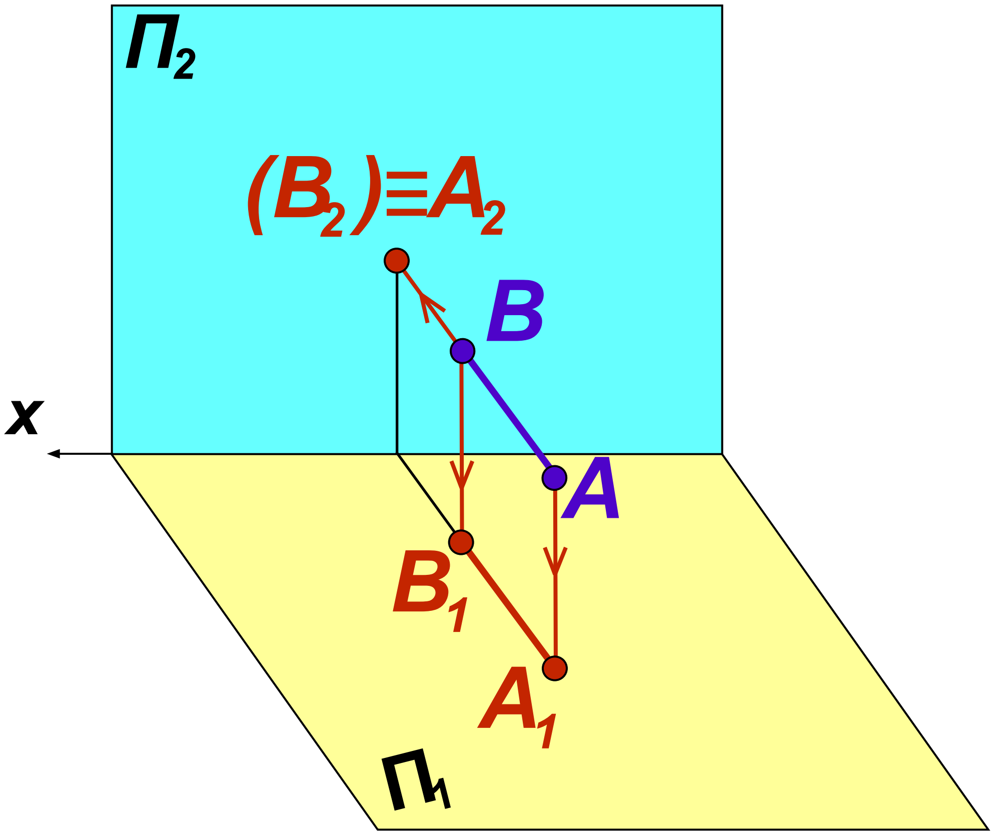




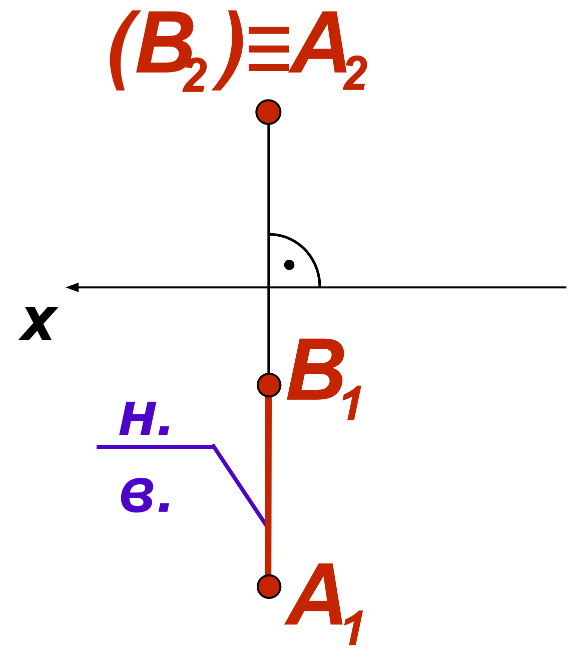
Прямая перпендикулярна $П_1$, поэтому ее горизонтальная проекция $A_1 B_1$ вырождается в точку. Относительно $П_2$ и $П_3$ прямая параллельна и изображается на этих плоскостях проекций в натуральную величину. Проекция $A_2 B_2$ перпендикулярна оси координат x

Фронтально проецирующая прямая ($\perp \Pi_2$)

Пространственная картина



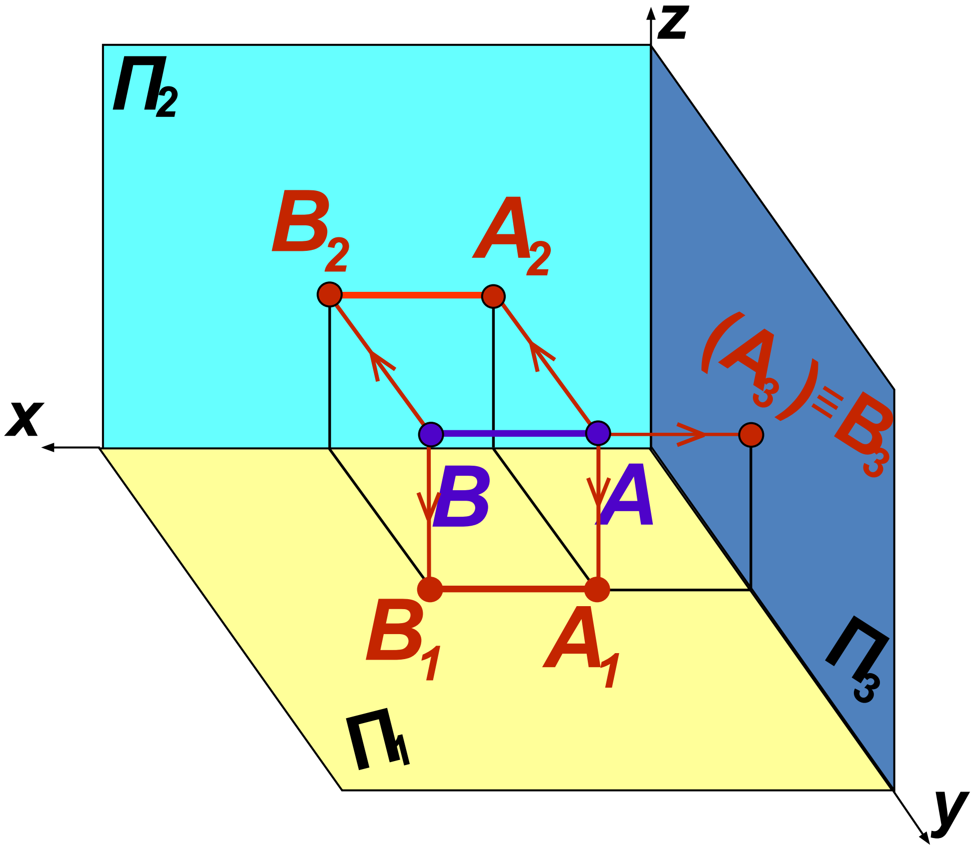
Комплексный чертеж



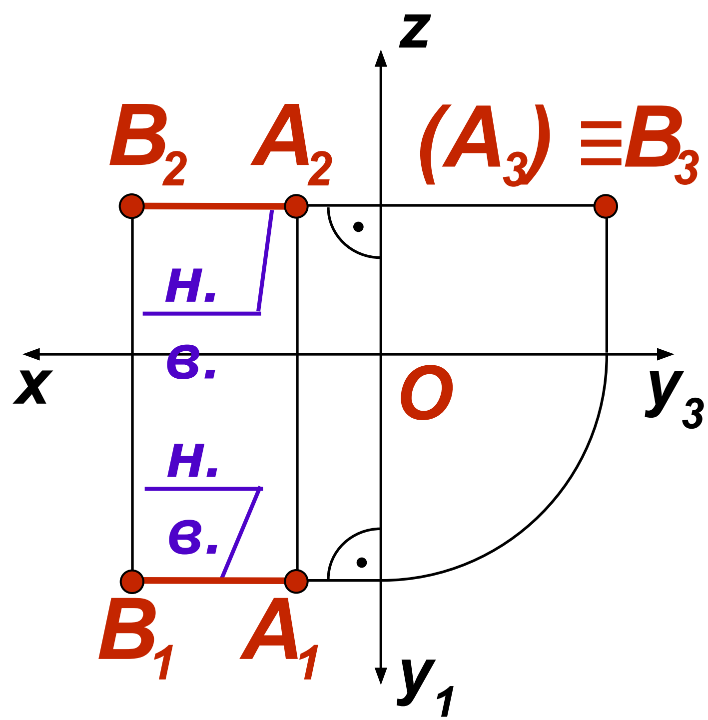
Прямая перпендикулярна фронтальной плоскости проекций Π_2 и параллельна Π_1 и Π_3. Фронтальная проекция A_2B_2 вырождается в точку. На Π_1 и Π_3 прямая проецируется в натуральную величину. Проекция A_1B_1 перпендикулярна оси координат x

Профильно проецирующая прямая ($\perp П_3$)

Пространственная картина



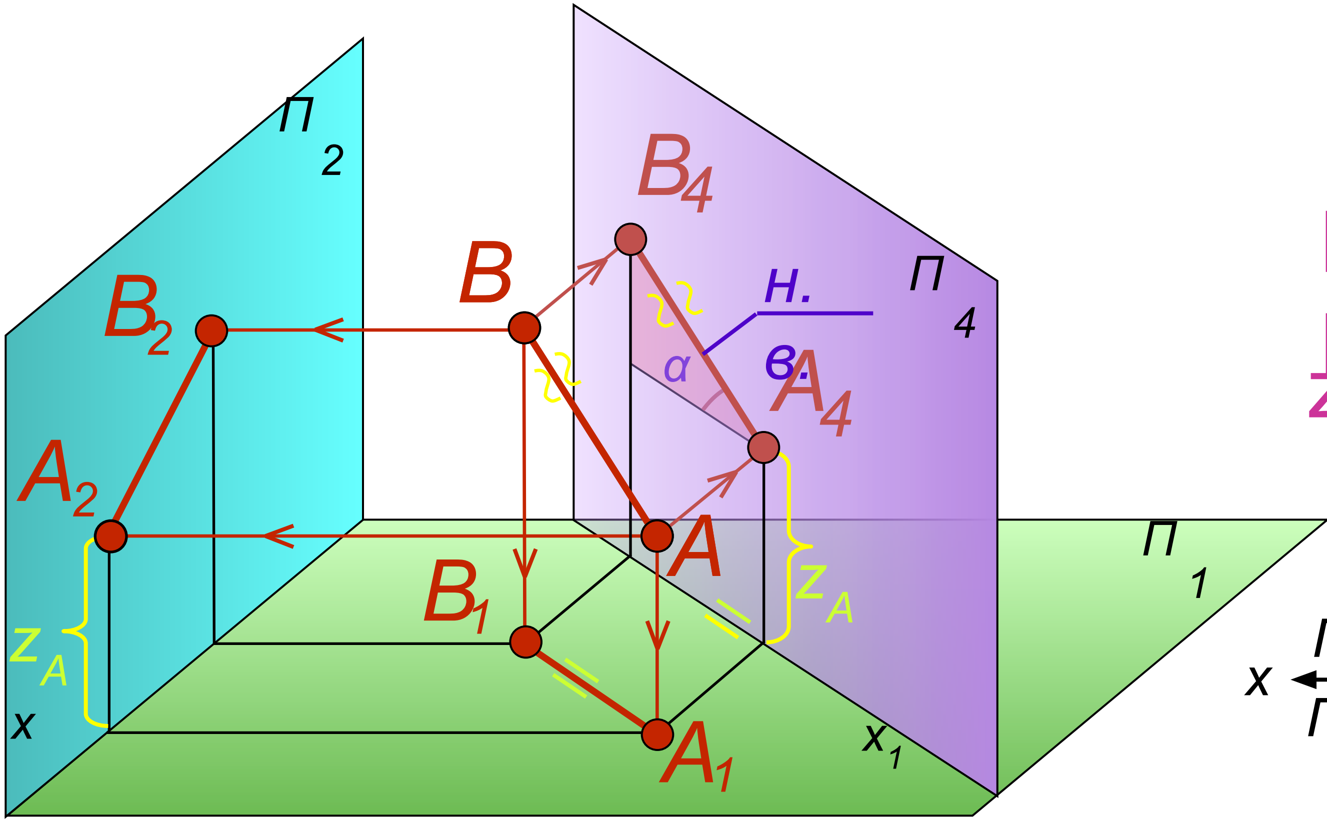
Комплексный чертеж



Прямая перпендикулярна $П_3$, ее профильная проекция $A_3\,B_3$ вырождается в точку. Относительно $П_1$ и $П_2$ прямая параллельна, на этих плоскостях ее проекции имеют натуральную величину. Горизонтальная и фронталь-ная проекции прямой перпендикулярны осям

Преобразование чертежа прямой общего положения.

Способ перемены плоскостей проекций



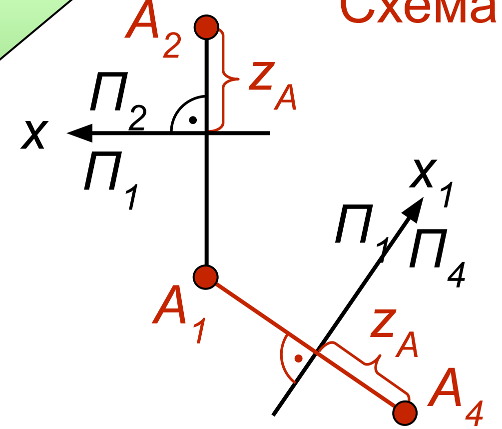
$П_2 \to П_4$

$П_4 \perp П_1$

$П_4 \cap П_1 = x_1$

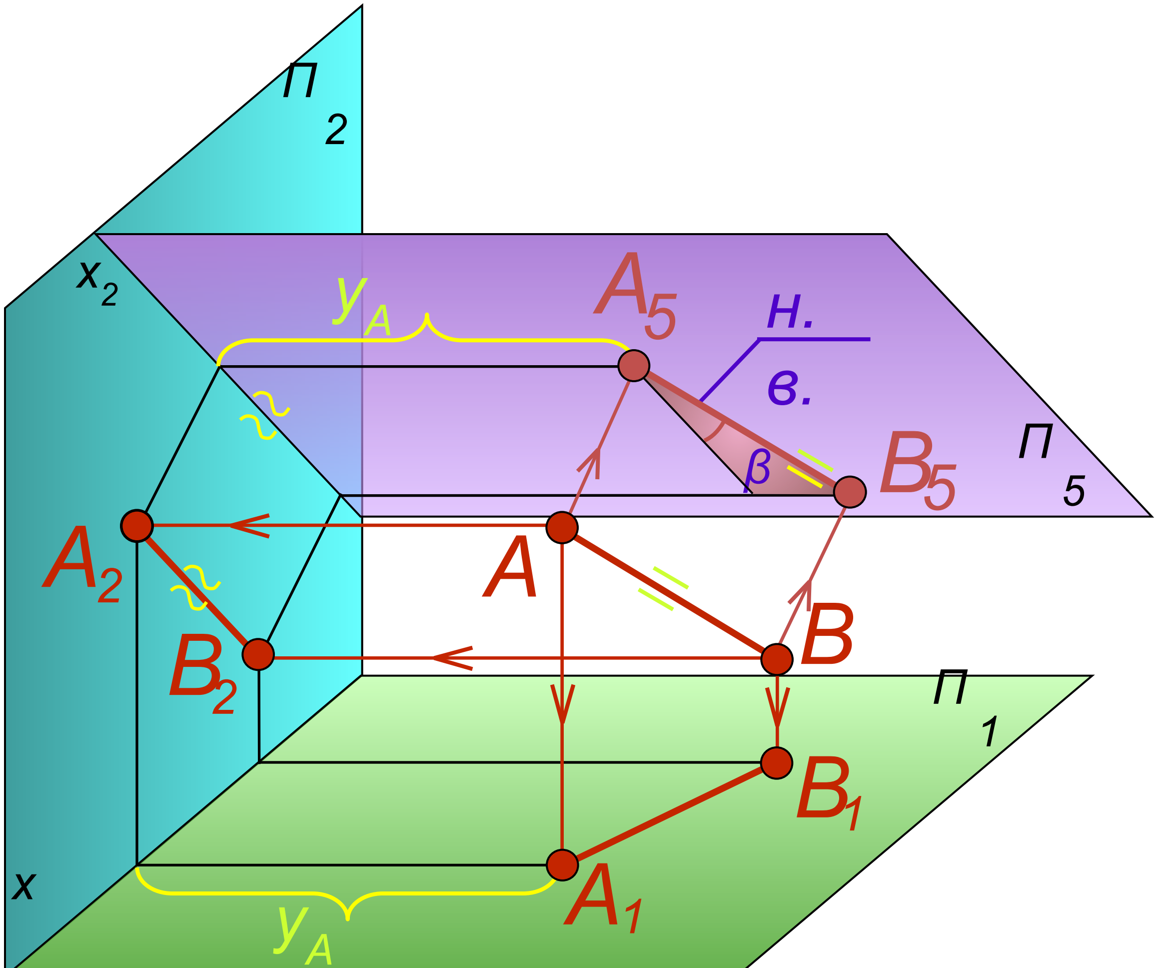
$z|_{П4} = z|_{П2}$

Схема:



Заменим исходную фронтальную плоскость проекций $П_2$ на новую плоскость проекций $П_4$, которой прямая *AB* будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости $П_1$ (координата *z*) остается неизменным

Способ перемены плоскостей проекций



$\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$

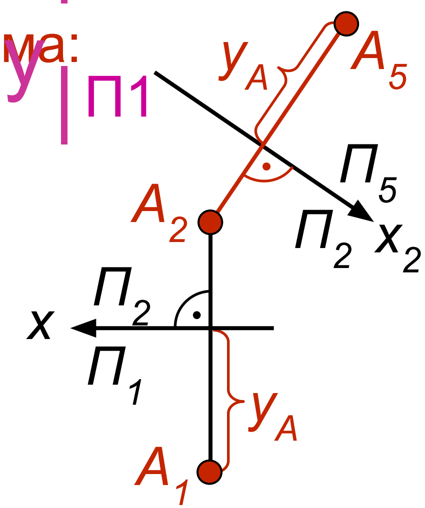
$\Pi_5 \perp \Pi_2$

$\Pi_5 \cap \Pi_2 = x_2$

$y_2 \mid \Pi 5$

$y \mid \Pi 1$

Схема:



Заменим исходную горизонтальную плоскость проекций Π_1 на новую плоскость проекций Π_5 , которой прямая AB будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости Π_2 (координата y) остается неизменным

Определение н.в. отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций (способ замены плоскостей проекций)

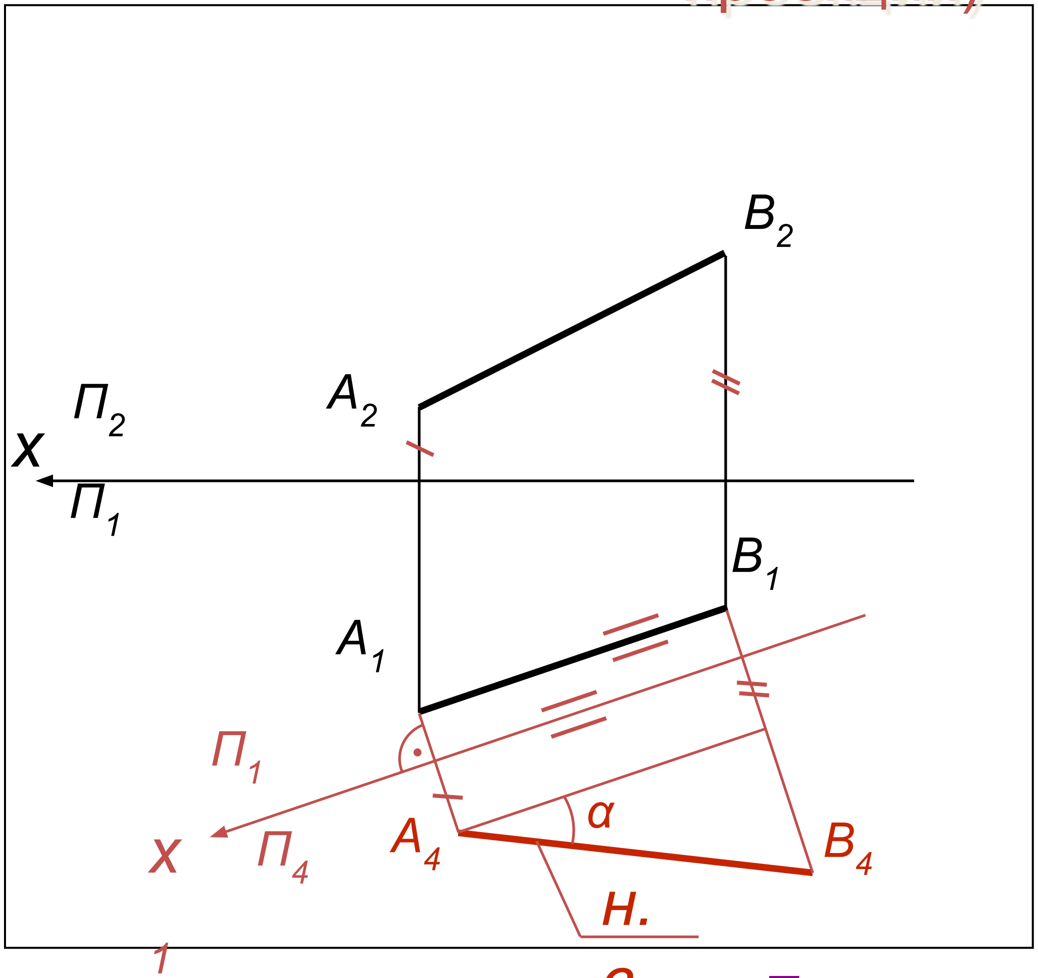
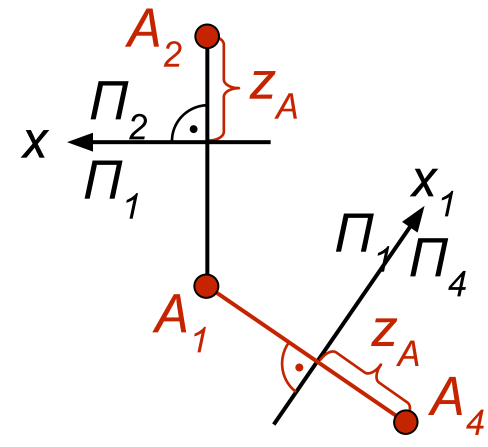


Схема:



Ось x_1 новой плоскости проекций $П_4$ проведем параллельно горизон-тальной проекции отрезка $A_1 B_1$. В этом преобразовании сохраняются z-координаты точек. На $П_4$ определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона α к плоскости проекций $П_1$

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

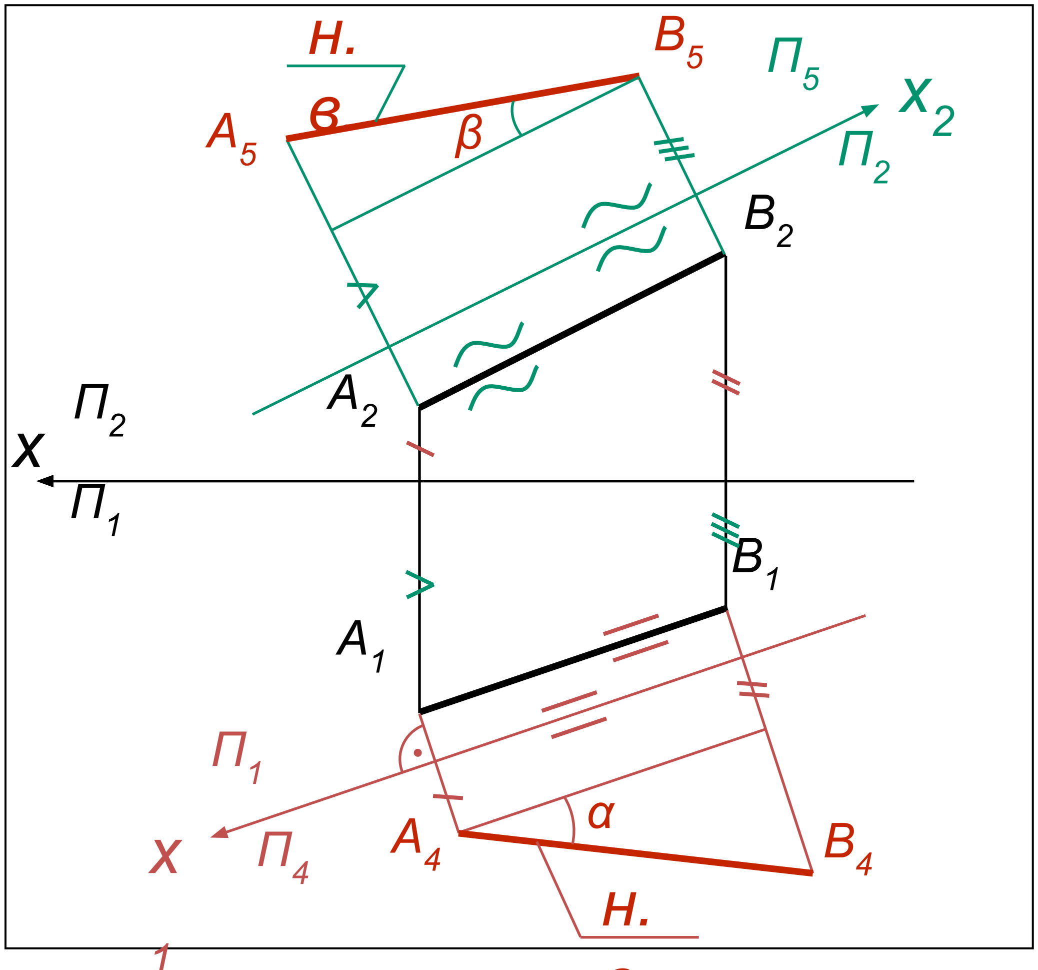
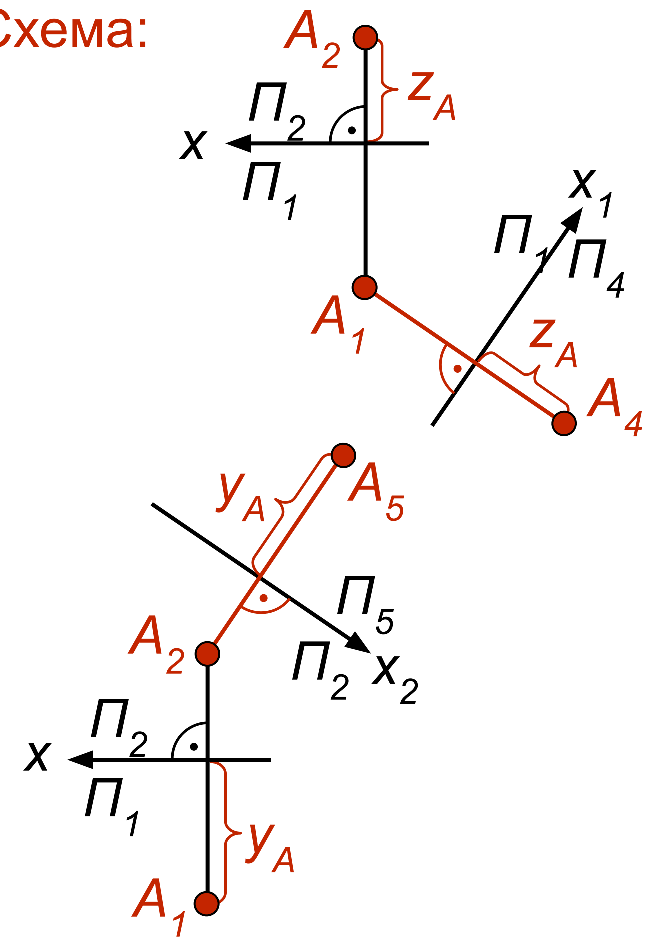


Схема:



Ось x_2 новой плоскости проекций $П_5$ проведем параллельно фронталь-ной проекции отрезка A_2B_2. В этом преобразовании сохраняются y - координаты точек. На $П_5$ определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона β к плоскости проекций $П_2$

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

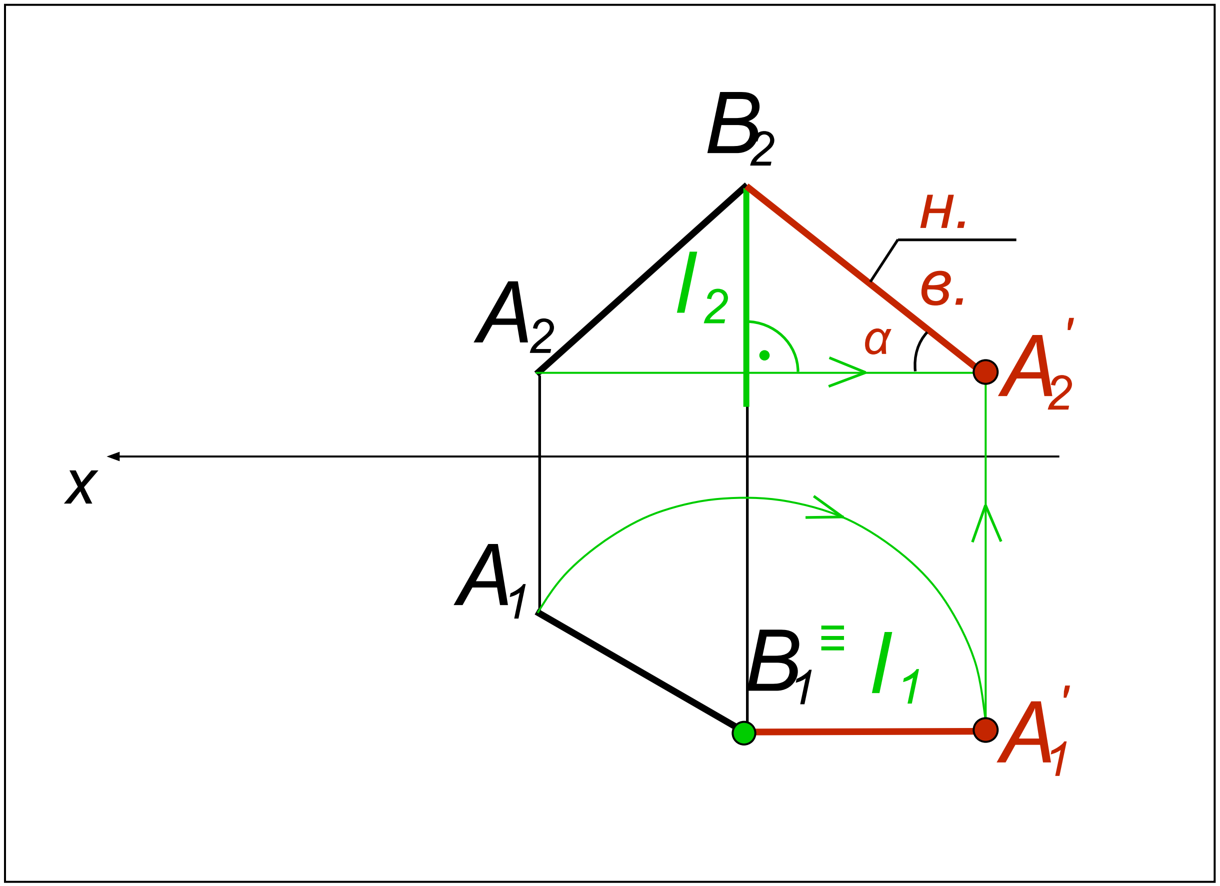
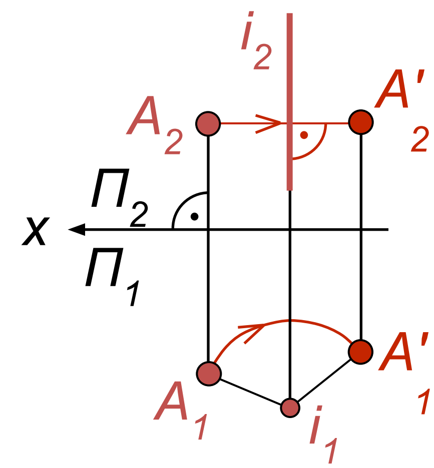


Схема:



Для упрощения горизонтально-проецирующую ось вращения l проводят через точку B, которая остается неподвижной. Точка A_1 описывает дугу окружности с центром в точке l_1 так, чтобы $B_1 A_1' \,||$ оси x. Тогда прямая AB займет положение фронтали. На $П_2$ угол α и отрезок AB не искажаются

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

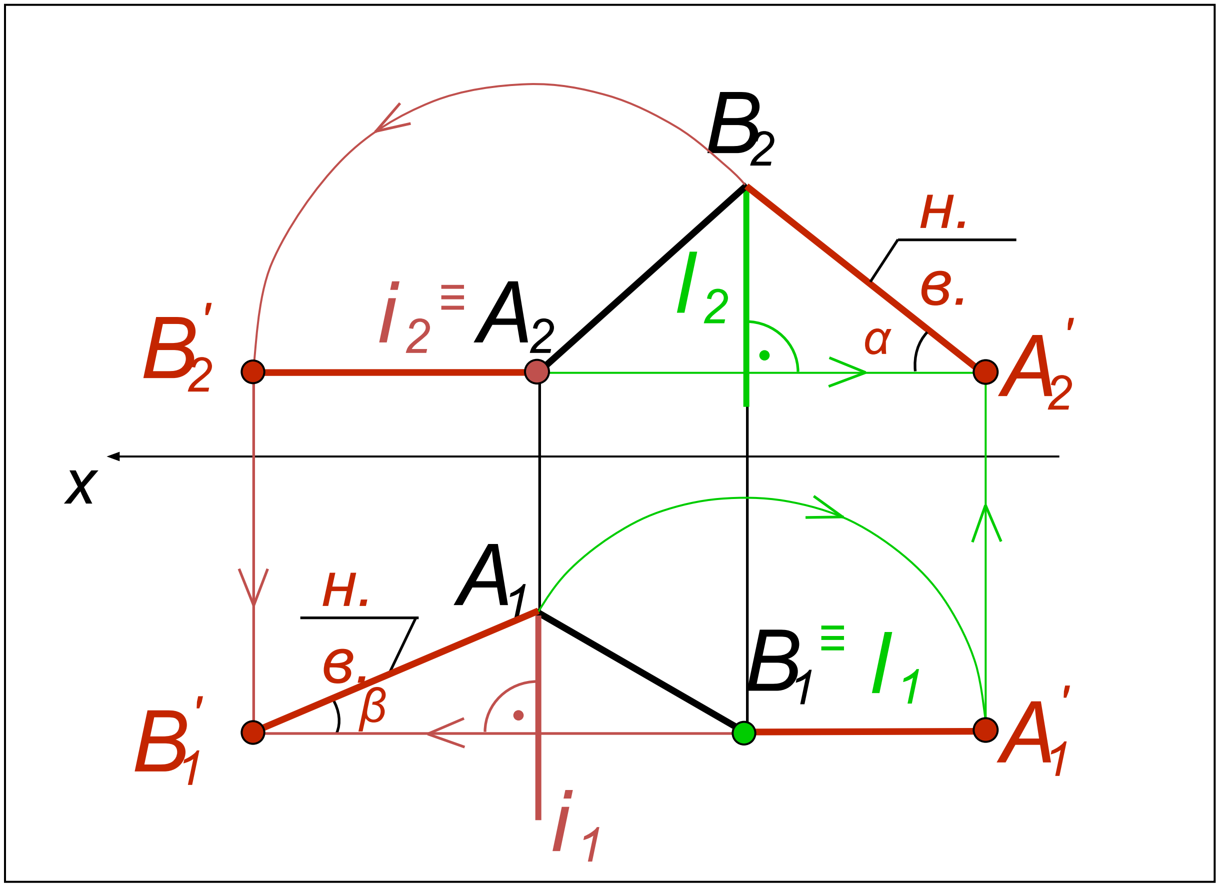
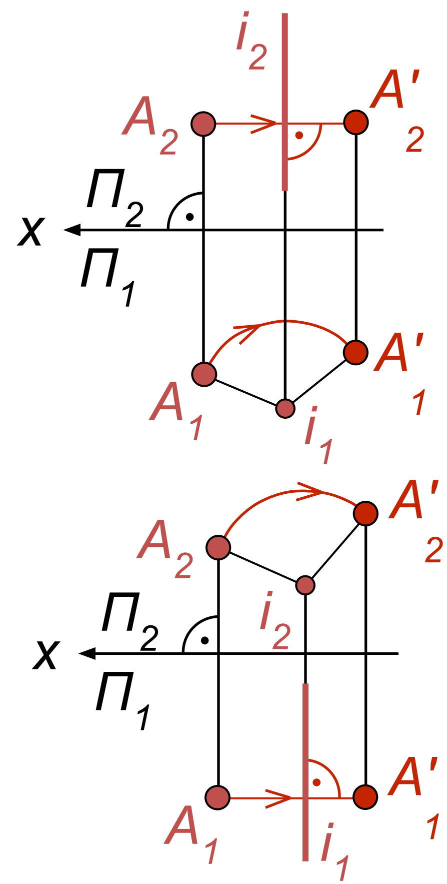


Схема:



Для определения угла β прямую AB нужно вращать вокруг оси $i \perp \Pi_2$ до положения горизонтали. Ось проходит через точку A, которая неподвижна. Точка B_2 вращается по дуге окружности с центром в точке i_2 до положения $B'_2 A_2 \| $ оси x. На Π_1 угол β и отрезок AB не искажаются

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

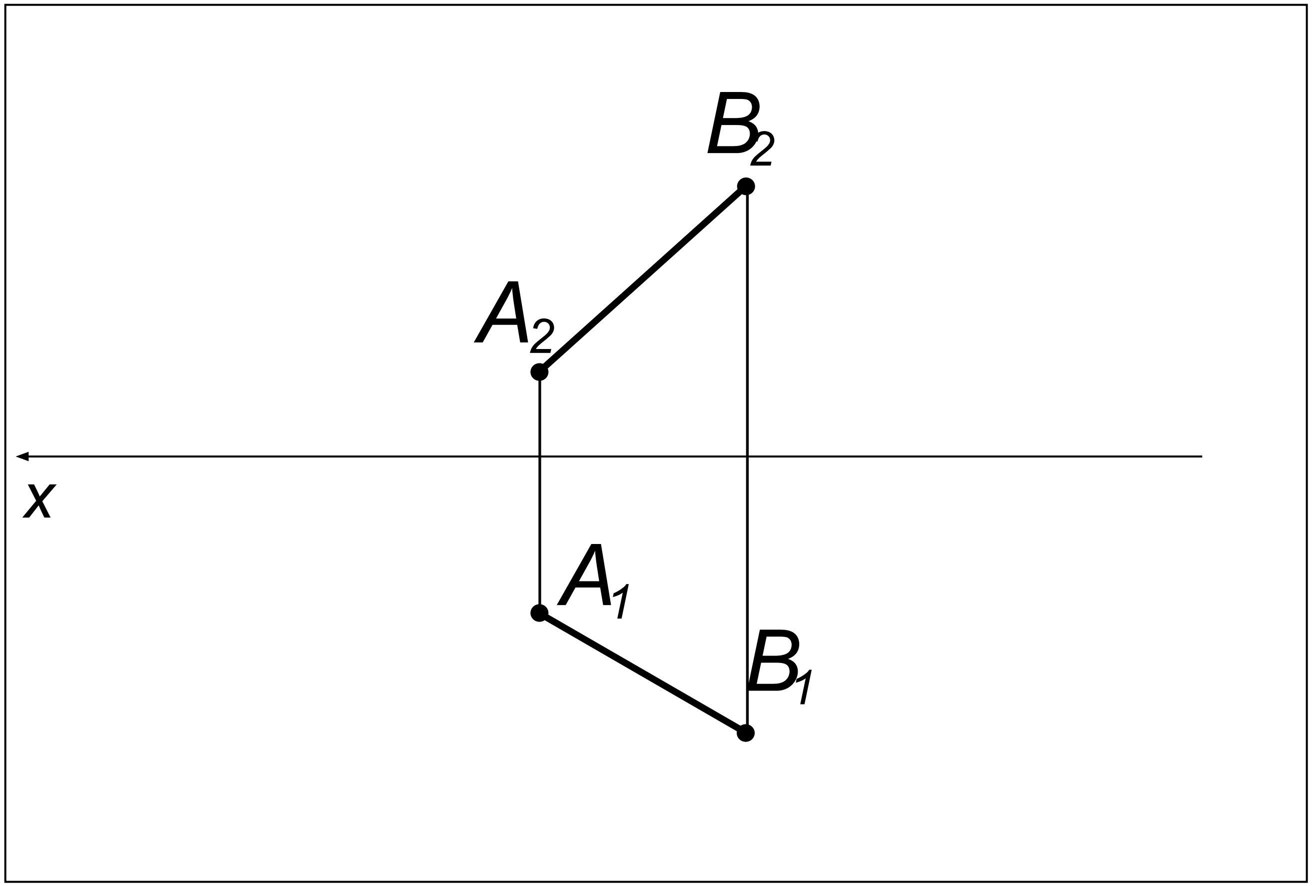
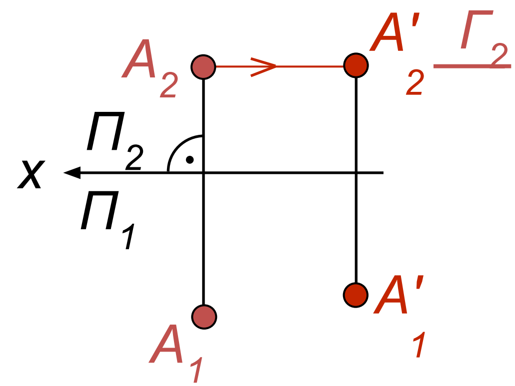


Схема:



Данный отрезок *AB* занимает общее положение, преобразуем его во фронтальную прямую уровня путем перемещения концов отрезка по горизонтальным плоскостям уровня согласно схемы

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

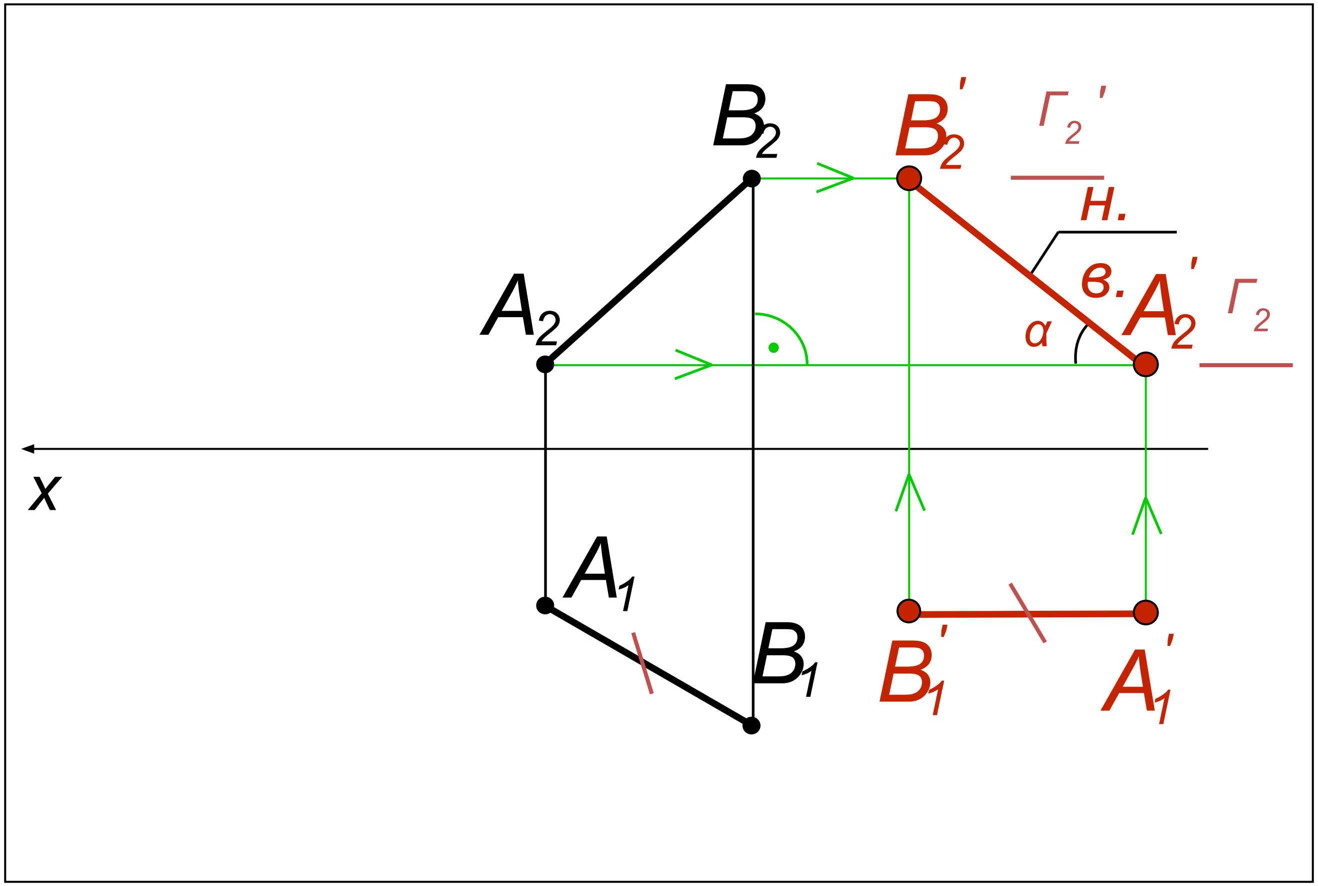
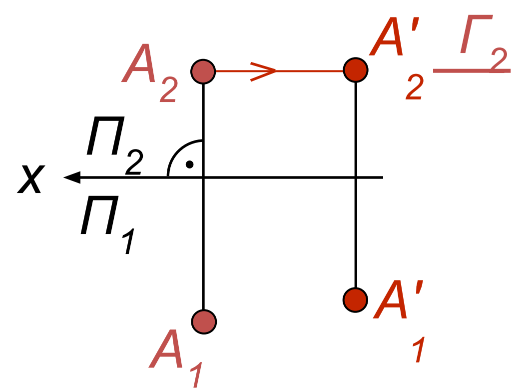


Схема:



Горизонтальную проекцию прямой ($A_1 B_1' \equiv A_1' B_1$) располагают параллель-но оси x. Фронтальную проекцию (определяющую н.в. отрезка и угла α) задают новые проекции точек A_2 и B_2, расположенные на соответствую-щих следах горизонтальных плоскостей уровня $Г(Г_2)$ и $Г(Г_2)'$

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

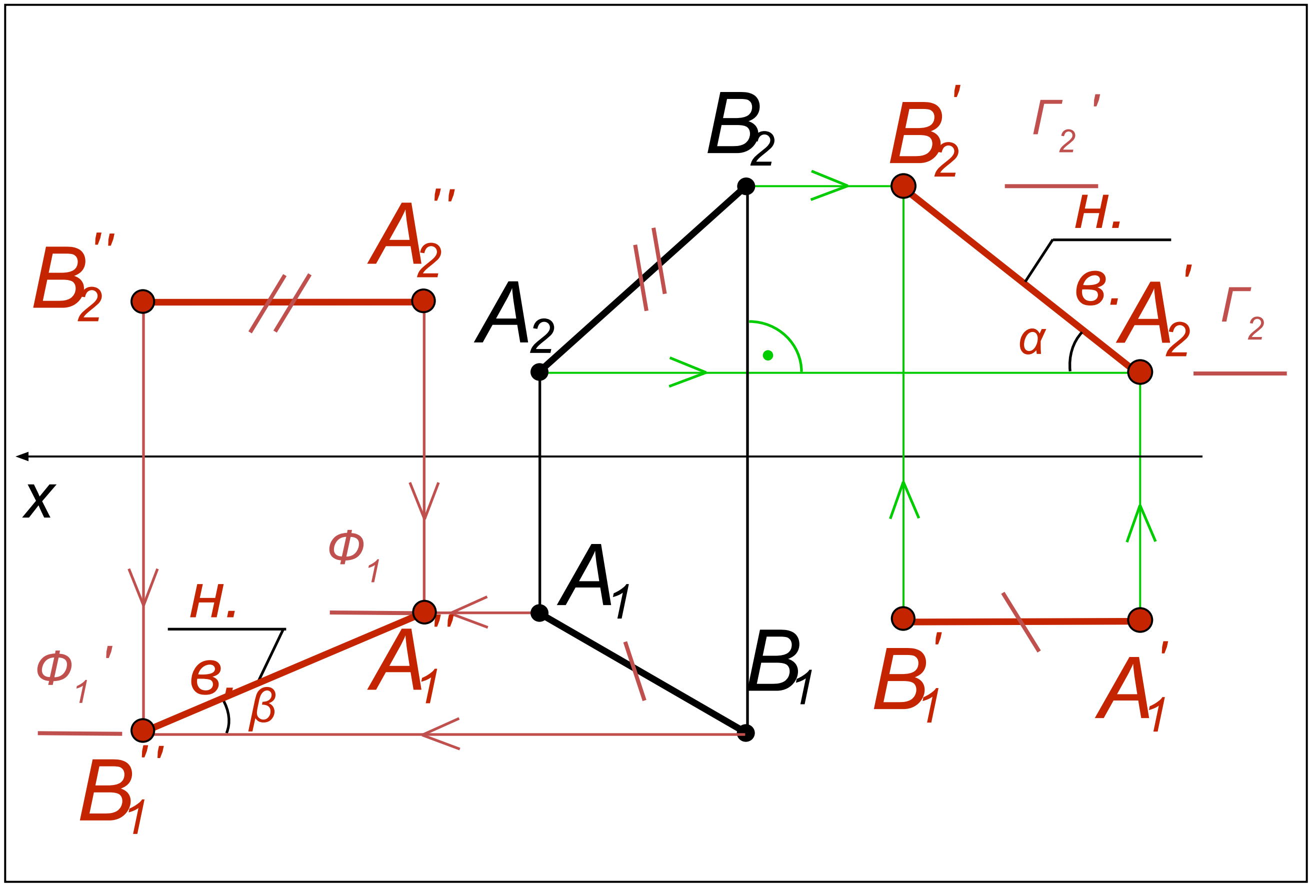
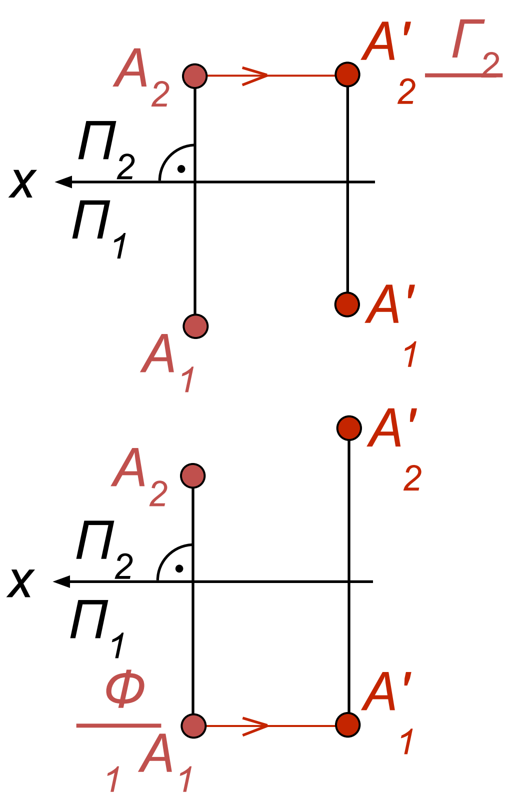


Схема:



Для перевода прямой в положение горизонтали фронтальную проекцию прямой ($A_2''B_2'' \equiv A_2B_2$) располагают параллельно оси x. Новые проекции точек A_1'' и B_1'' расположены на соответствующих следах фронтальных плоскостей уровня $\Phi(\Phi_1)$ и $\Phi\ (\Phi_1')$. На $П_1''$ имеем н.в. отрезка и угла β

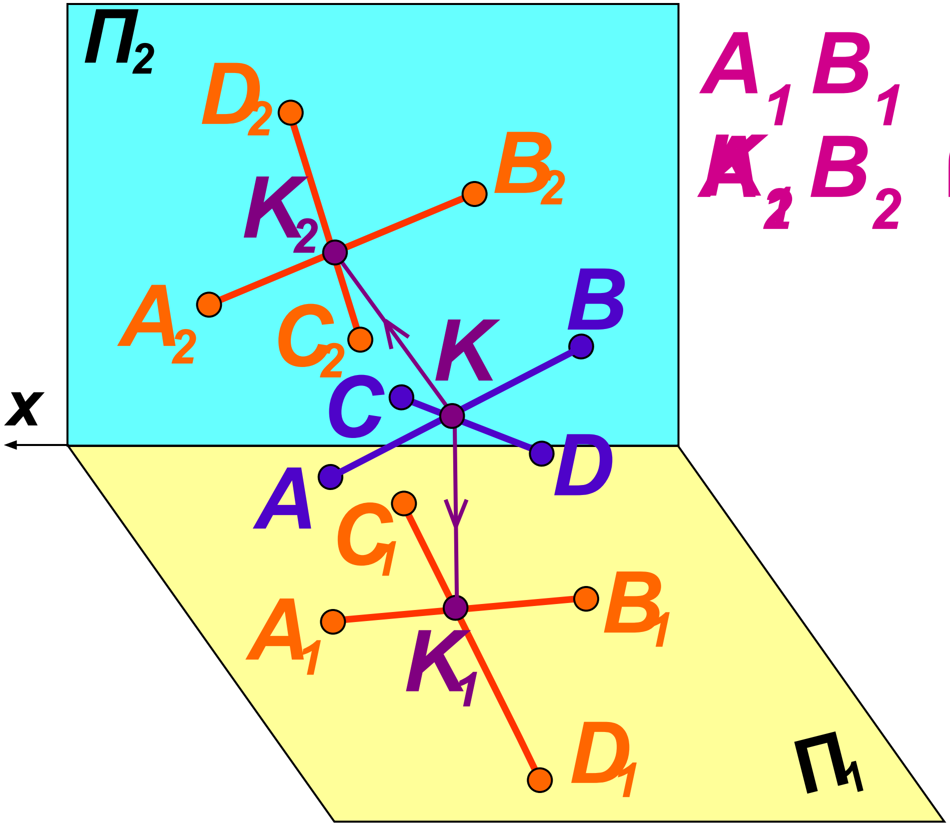
Взаимное положение двух прямых

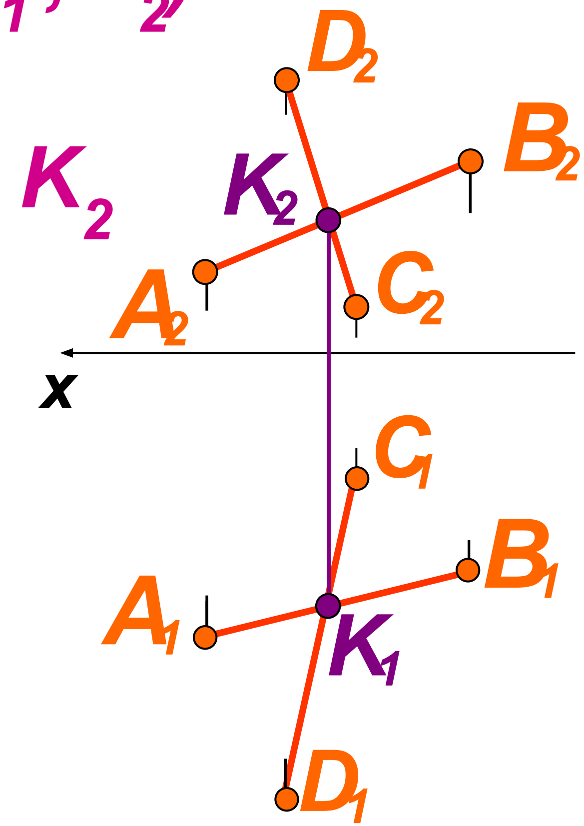
Пересекающиеся прямые имеют одну общую точку

$$AB \cap CD = K(K_1, K_2)$$

$$A_1B_1 \cap C_1D_1 = K_1$$

$$A_2B_2 \cap C_2D_2 = K_2$$

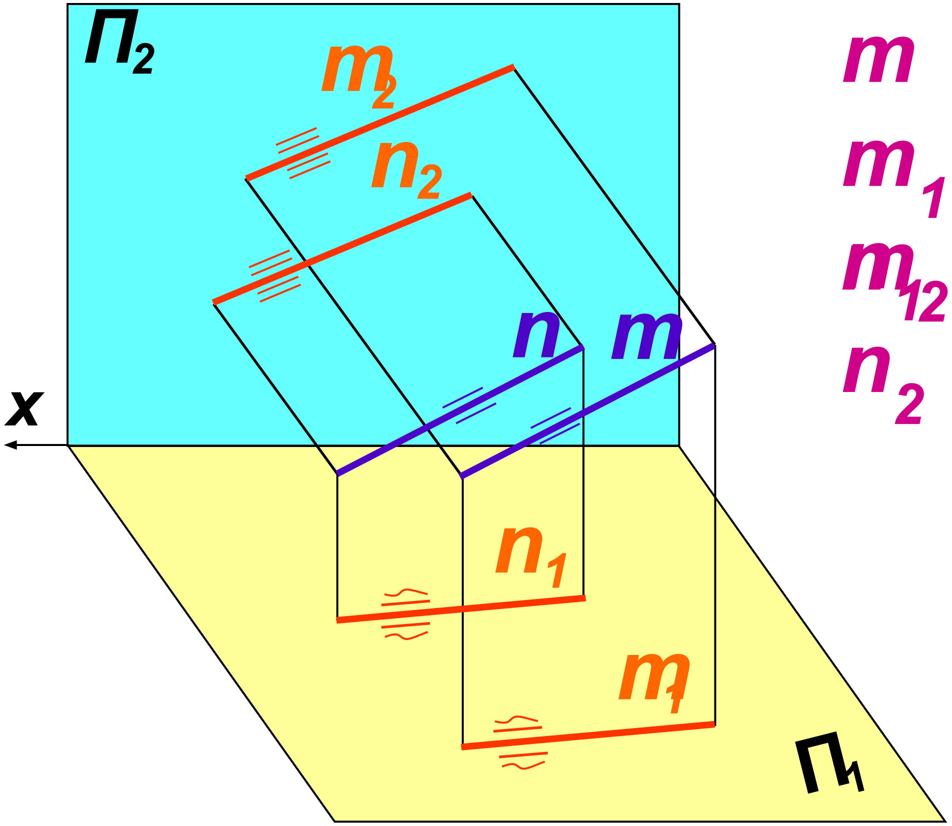




Точка пересечения *К* прямых *АВ* и *CD* проецируется в точки пересечения соответствующих проекций прямых: на $П_1$ - это точка $К_1$; на $П_2$ - точка $К_2$. Точки пересечения $К_1$ и $К_2$ одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи

Взаимное положение двух прямых

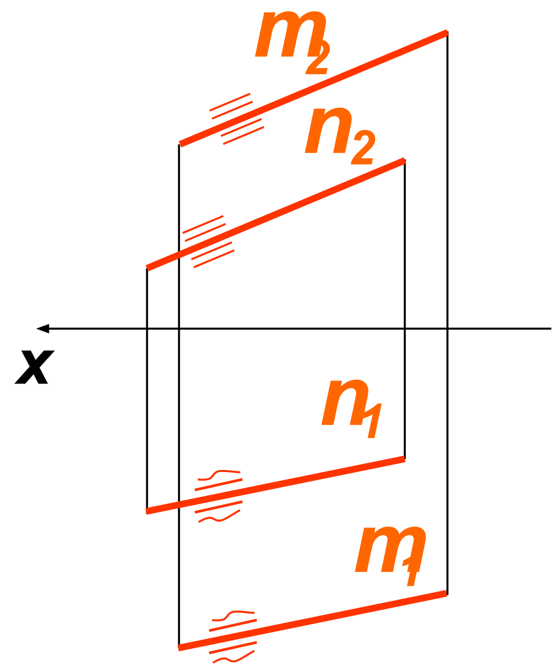
Параллельные прямые не имеют общих точек



$m \parallel n$

$m_1 \parallel n_1$

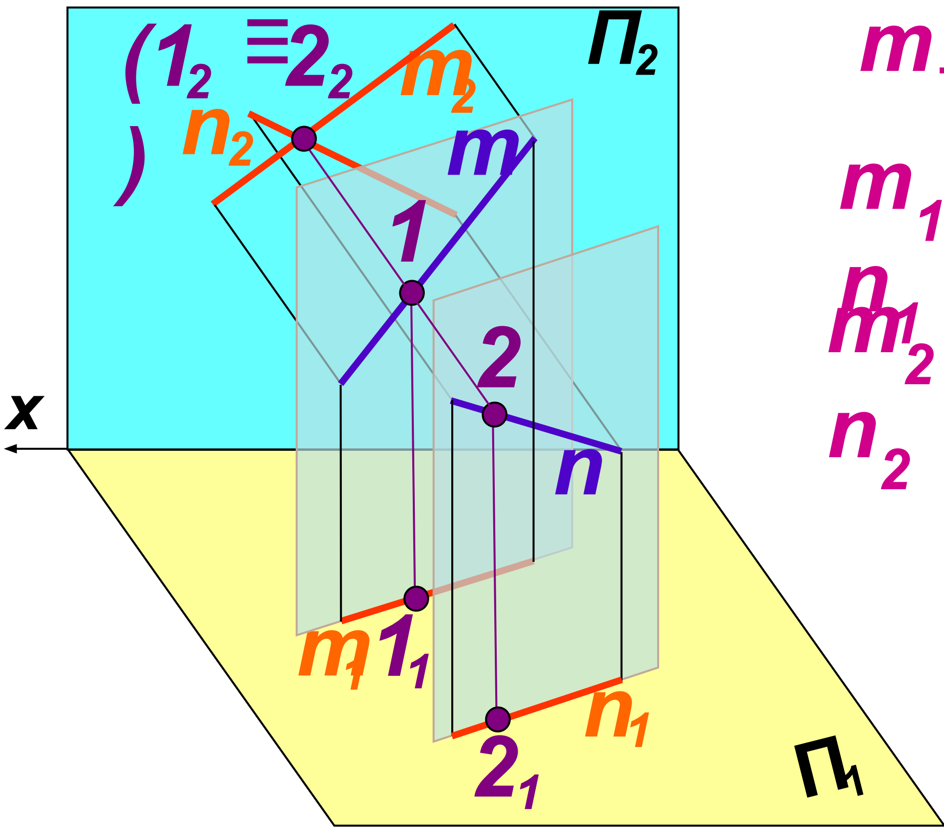
$m_2 \parallel n_2$



Проекции параллельных прямых не пересекаются. Одноименные проекции прямых параллельны или совпадают, если параллельные прямые лежат в проецирующей плоскости

Взаимное положение двух прямых

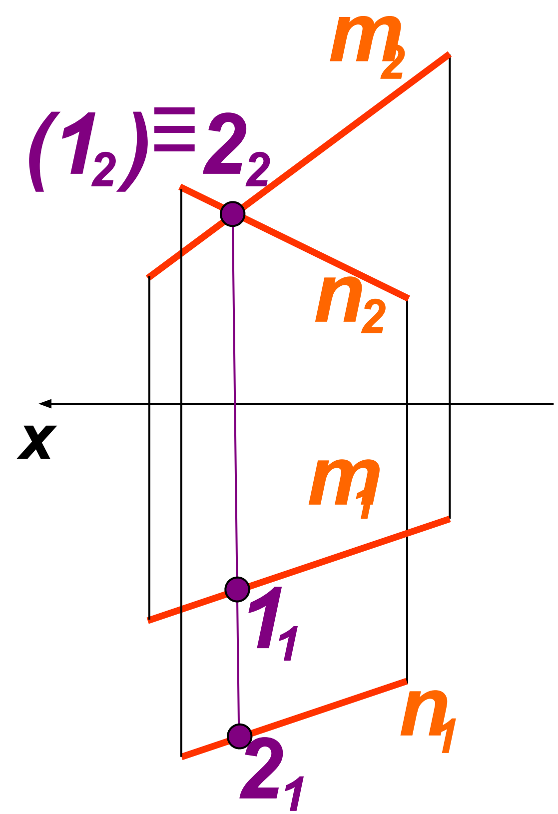
Скрещивающиеся прямые не пересекаются и не параллельны между собой



$m \mathbin{\dot{-}} n$

$m_1 \parallel n_1$

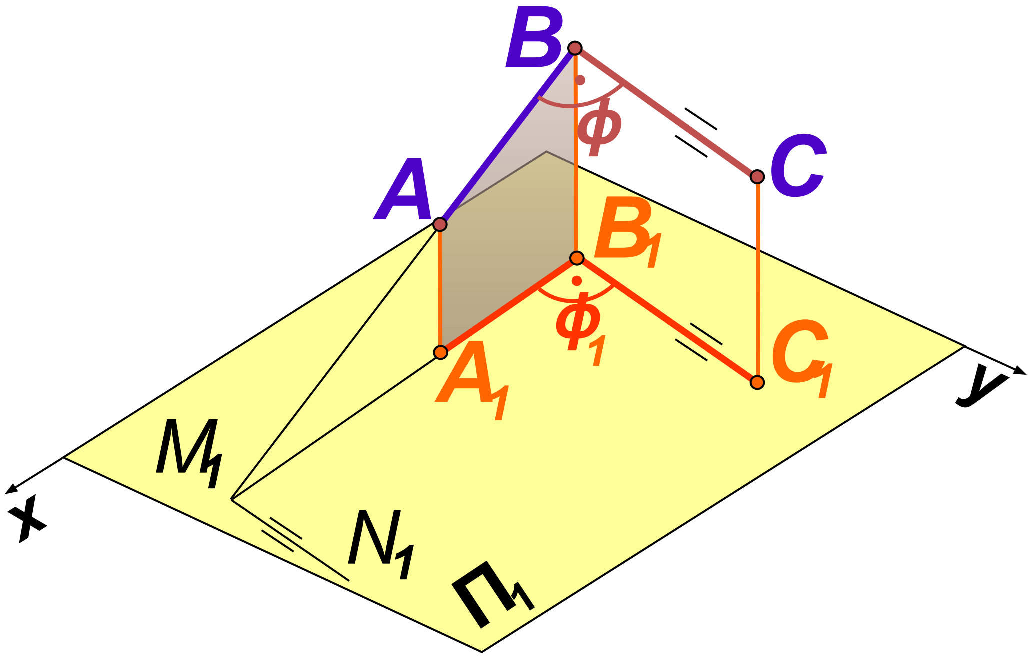
$m_2 \cap n_2$



Проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, т.к. пря-мые *m* и *n* лежат в параллельных плоскостях. Проекции скрещивающихся прямых могут иметь пересечение, т.к. прямые *m* и *n* не параллельны меж-ду собой. 1 и 2 – конкурирующие точки,

Теорема о проецировании прямого угла

Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения



Дано:

$\angle\phi = 90°$

$AB \not\perp \Pi_1$, $BC \parallel \Pi_1$

Доказать:

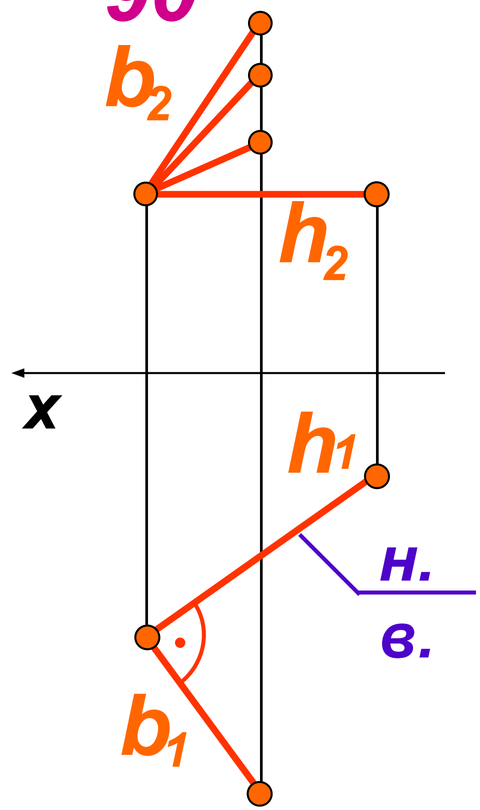
$\angle\phi_1 = \angle\phi = 90°$

Для доказательства продолжим сторону угла *AB* до пересечения с ее проекцией A_1B_1 в точке M_1. Через точку M_1 проведем прямую $M_1N_1 \parallel B_1C_1$.

Т. к. $BC \parallel \Pi_1$, то $BC \parallel B_1C_1$. Значит, $M_1N_1 \parallel BC$ и $\angle BM_1N_1 = 90°$. По

Теорема о проецировании прямого угла

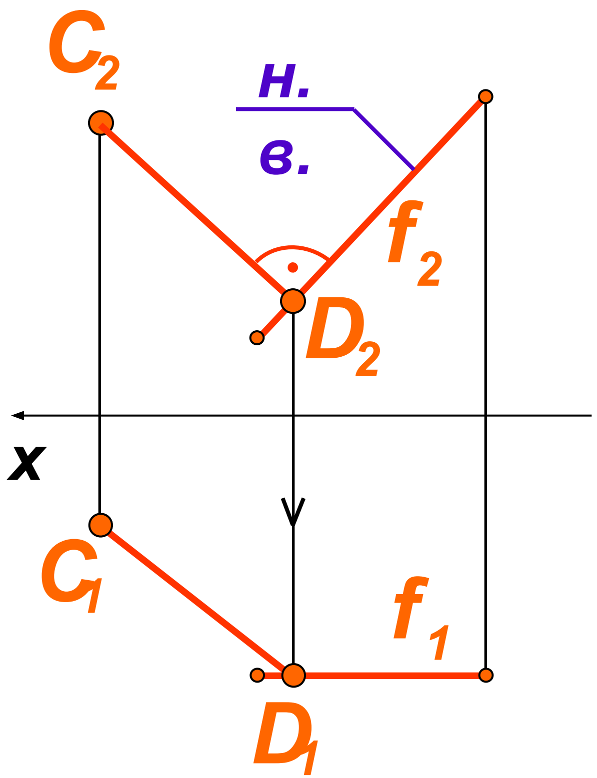
Дано: $\widehat{b\,h} = 90^\circ$



Если на чертеже есть изображение прямого угла, то одна из его сторон обязательно натуральная величина

Одна из сторон прямого угла является горизонталью ($h \parallel П_1$), поэтому на $П_1$ у $\widehat{b_1 h_1}$ будет прямым. На $П_2$ показаны возможные положения фронтальной проекции прямой общего положения *b*

Теорема о проецировании прямого угла



Задача:

Построить проекции перпендикуляра, проведенного из точки C к прямой f

$C_2D_2 \perp f_2$

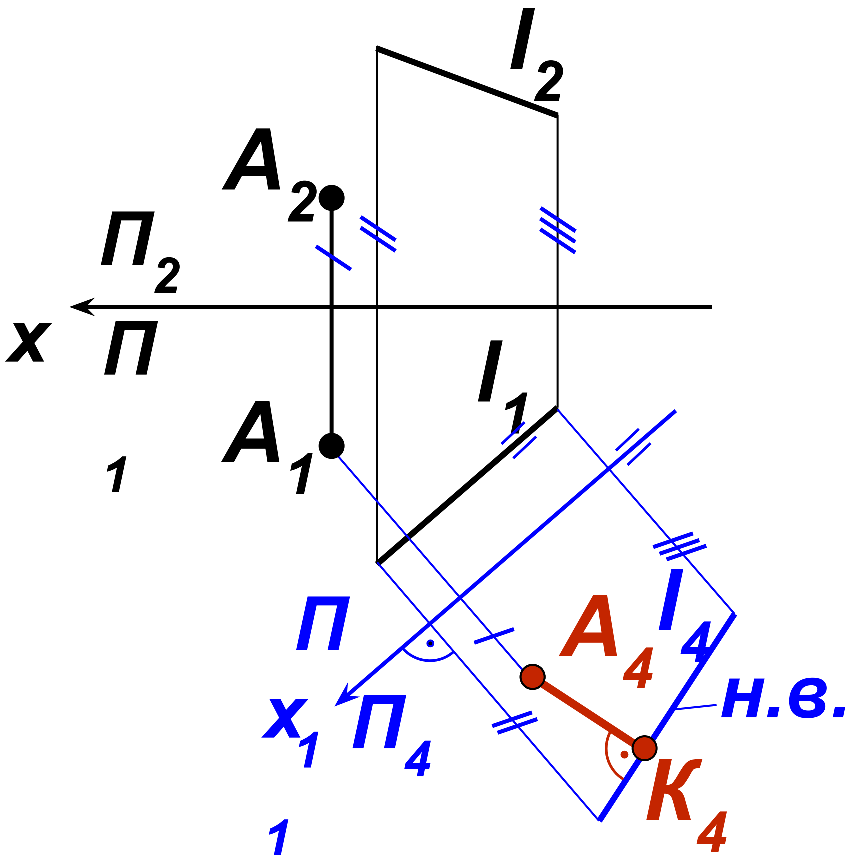
$D_2 \to D_1$

$D_1 \cup C_1$

Прямая *f* является фронталью и проецируется на Π_2 в натуральную величину. Следовательно, фронтальная проекция перпендикуляра C_2D_2 перпендикулярна фронтальной проекции прямой *f*. Определяем основание перпендикуляра – точку *D*. Строим горизонтальную проекцию C_1D_1

Метрические задачи

Задача 1. **Определить расстояние от точки *A* до прямой *l* способом перемены плоскостей проекций**

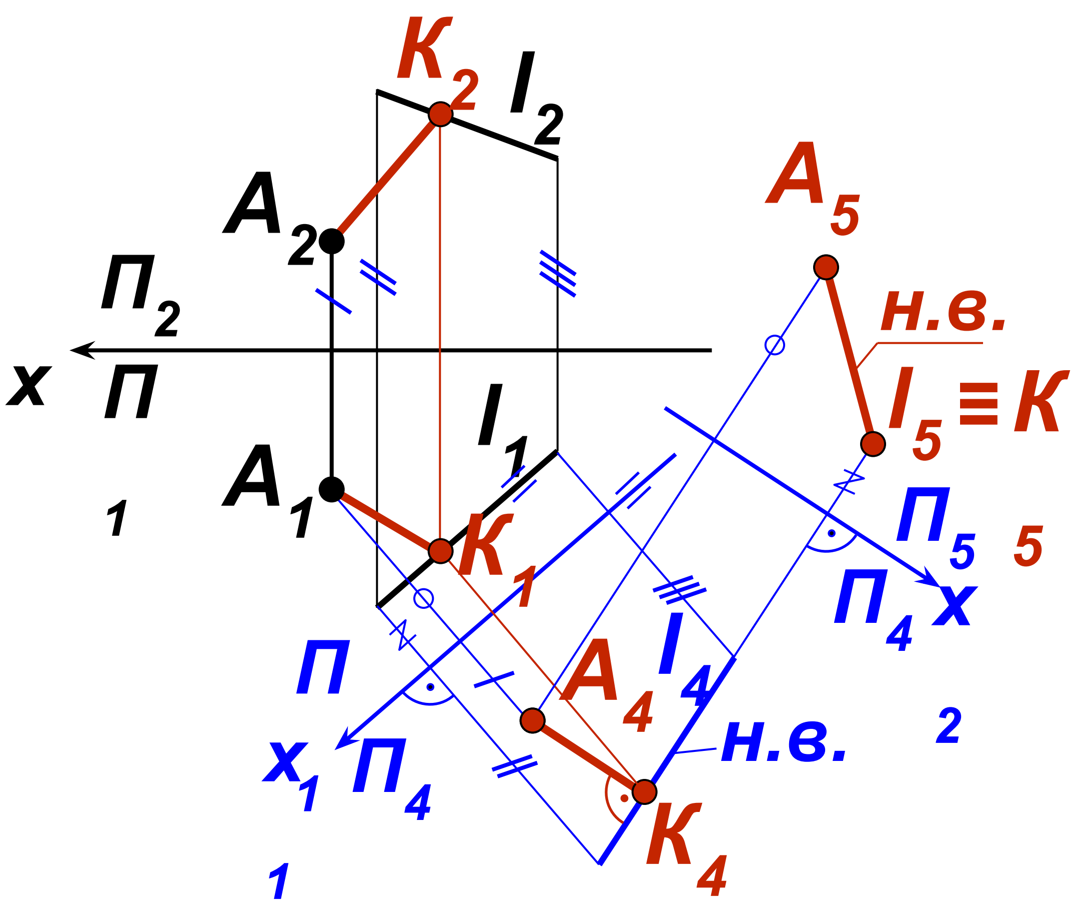


1. $П_4 \perp П_1$
$П_4 \parallel l$

Искомое расстояние есть перпендикуляр. Введем новую плоскость проекций $П_4$ параллельно прямой l так, чтобы прямая заняла частное положение уровня. По теореме о проецировании прямого угла проекция искомого расстояния $A_4K_4 \perp l_4$ определяется на плоскости проекций $П_4$

Метрические задачи

Задача 1. **Определить расстояние от точки *A* до прямой *l* способом перемены плоскостей проекций**



1. $П_4 \perp П_1$

2. $П_4 \parallel l$

$П_5 \perp П_4$

$П_5 \perp l$

АК- искомое расстояние

При втором преобразовании введем новую плоскость проекций $П_5$ перпендикулярно прямой l так, чтобы прямая заняла проецирующее положение. На $П_5$ определяем натуральную величину A_5K_5 перпендикуляра *АК*