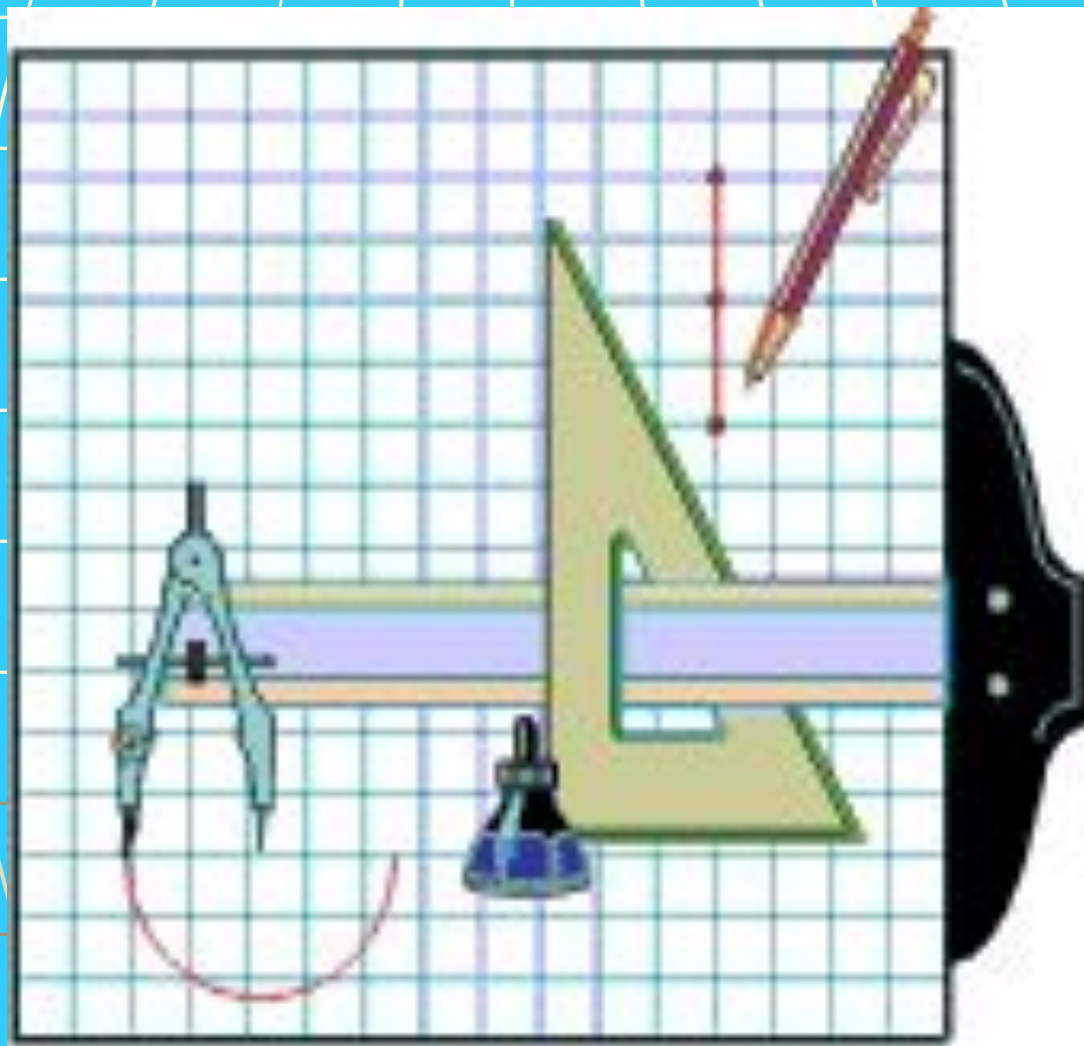


# Геометрия 11 класс



Корниенко Татьяна  
Федоровна

# 1. Как можно получить цилиндр

Если в одной из 2 параллельных плоскостей взять окружность, и из каждой ее точки восстановить перпендикуляр до пересечения со второй плоскостью, то получится тело, ограниченное двумя кругами и поверхностью, образованной из перпендикуляров, это тело, называемся

цилиндром, называемся

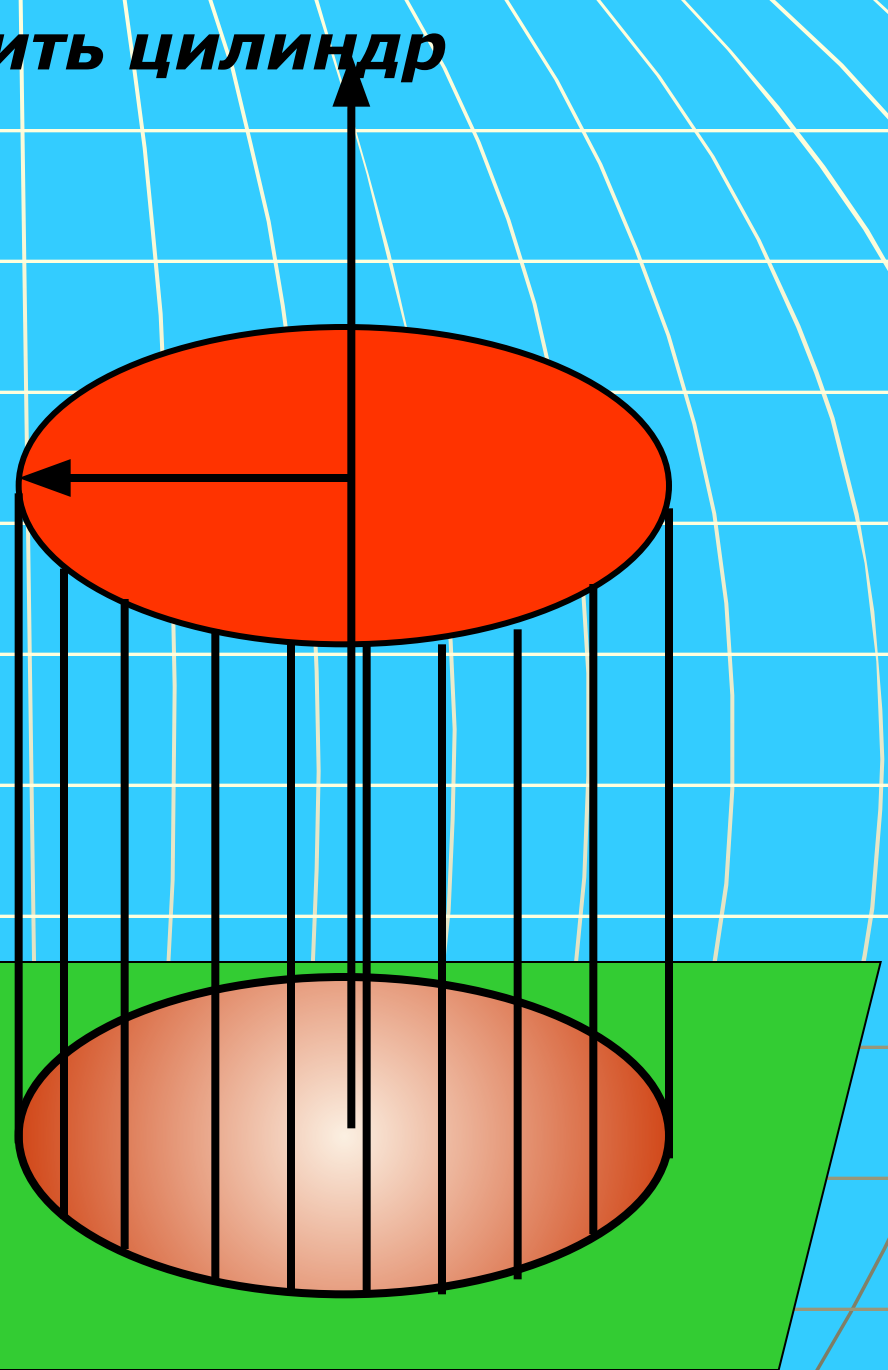
основаниями цилиндра, а

отрезки, соединяющие

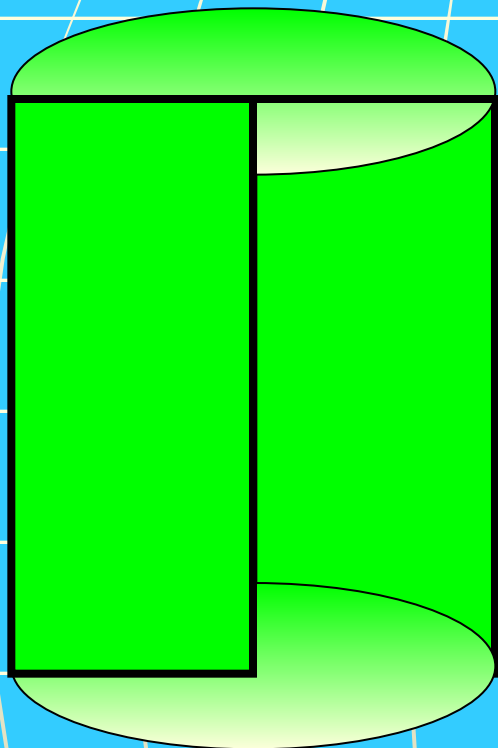
соответствующие точки

окружностей оснований –

называются образующими

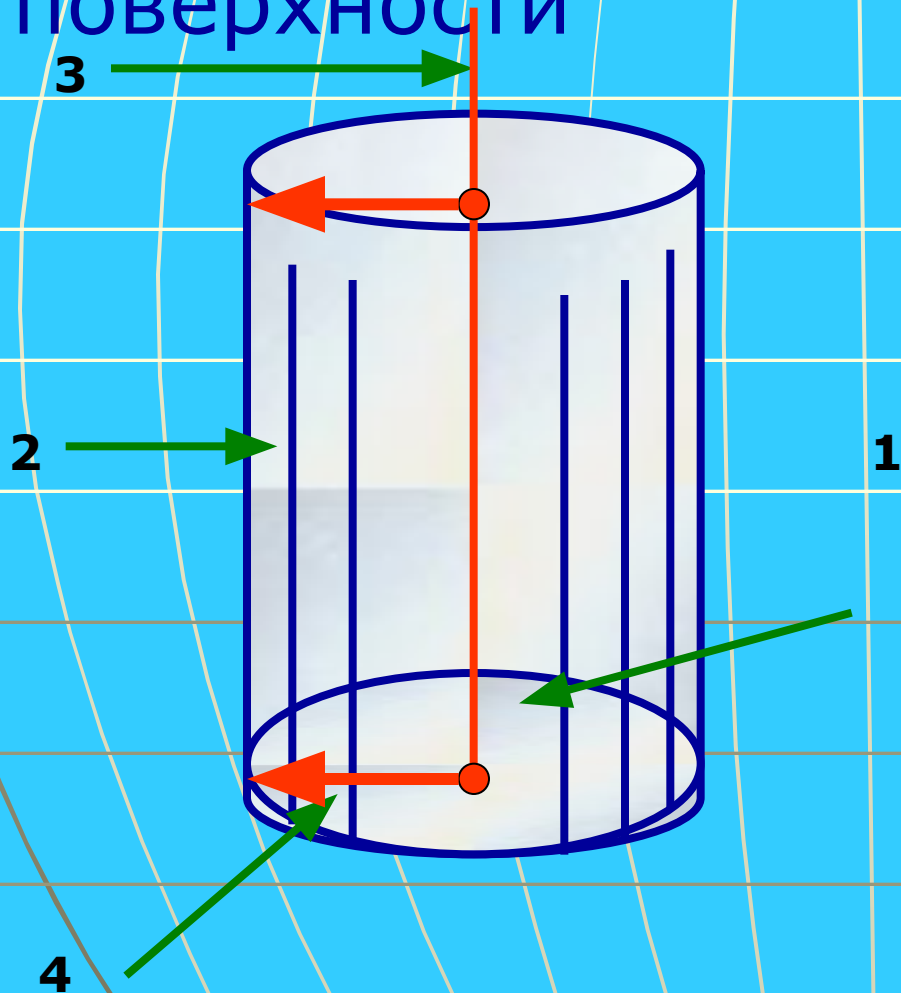


***А можно так получить цилиндр***



***Вращением  
прямоугольника  
вокруг одной из  
его сторон***

## 2. Понятие цилиндрической поверхности



1. Основание цилиндра

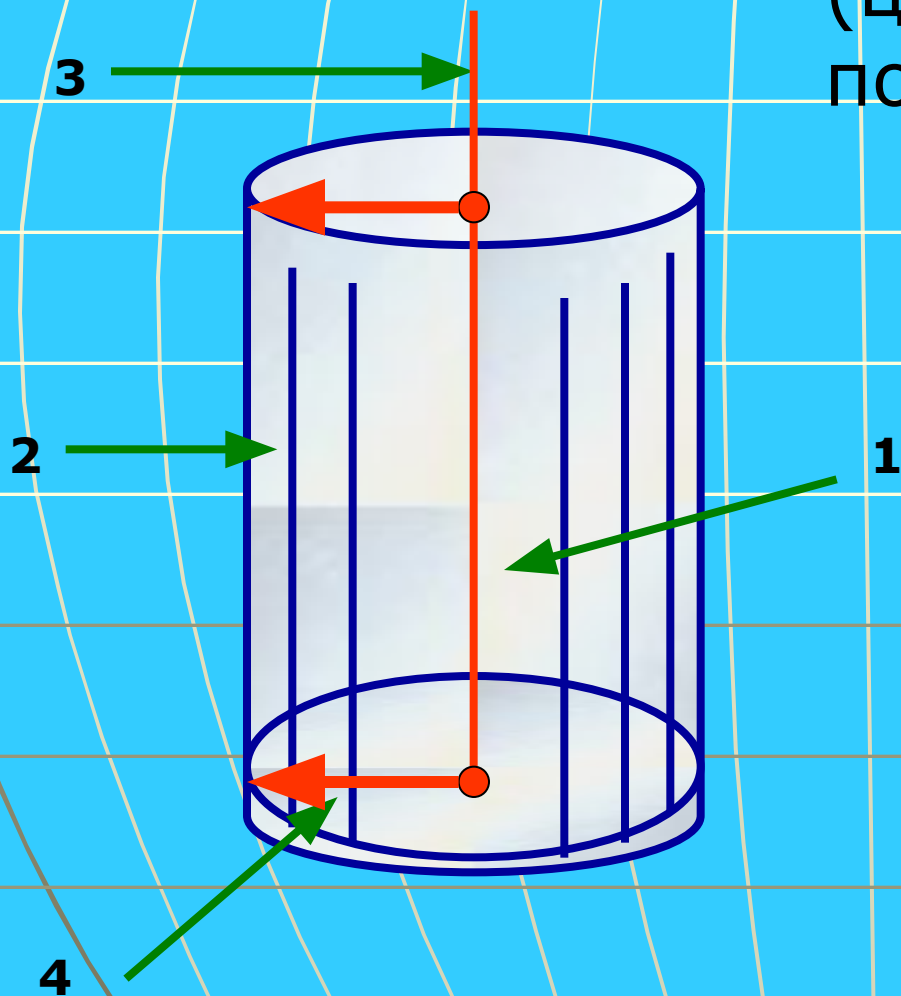
2. Образующие

3. Ось цилиндра

4. Радиус основания

■ Радиусом цилиндра называется радиус его основания.

- Образующая цилиндра при вращении вокруг своей оси образует боковую (цилиндрическую) поверхность цилиндра.

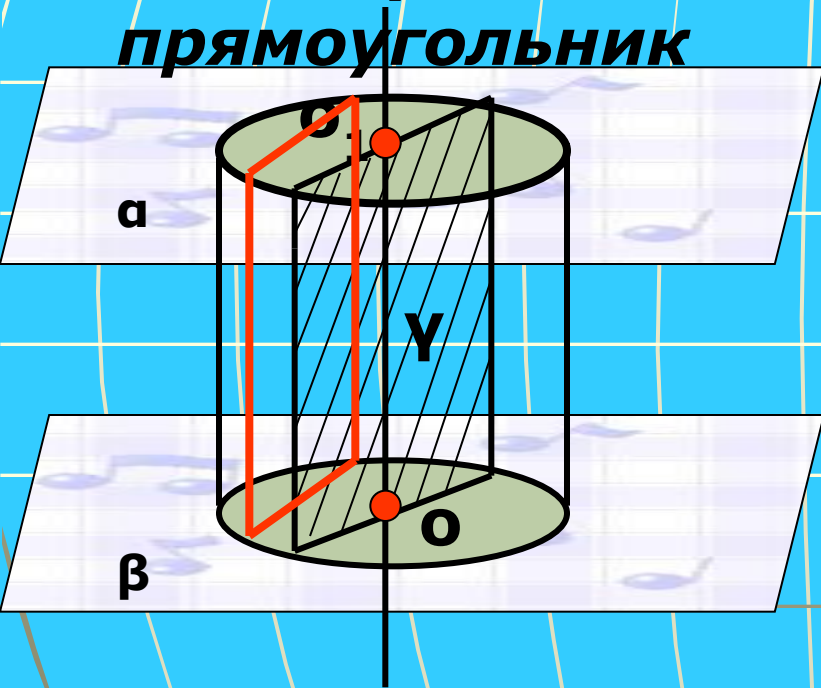


## 2. Образующие

Поверхность, состоящая из образующих, называется **боковой поверхностью цилиндра.**

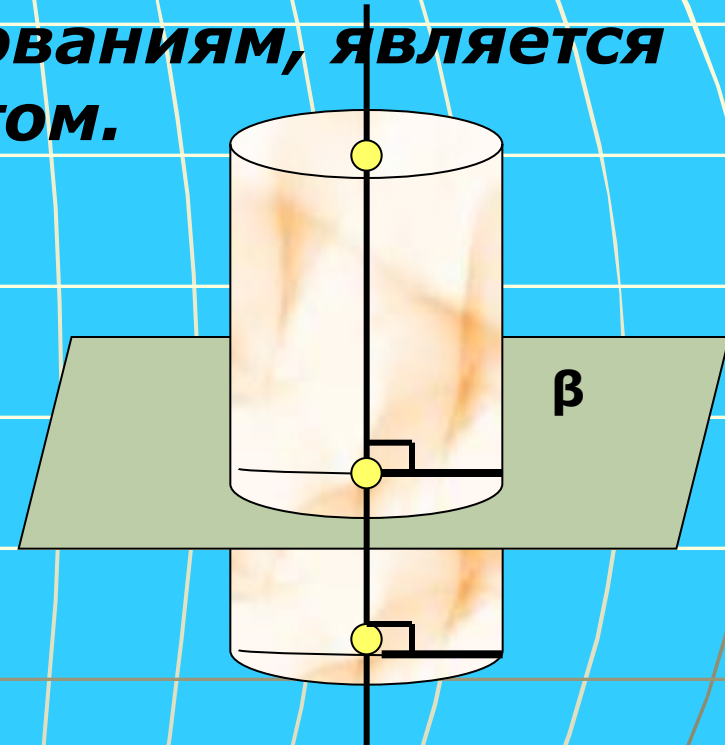
### 3. Сечения цилиндра

**Сечение, параллельное оси цилиндра - прямоугольник**



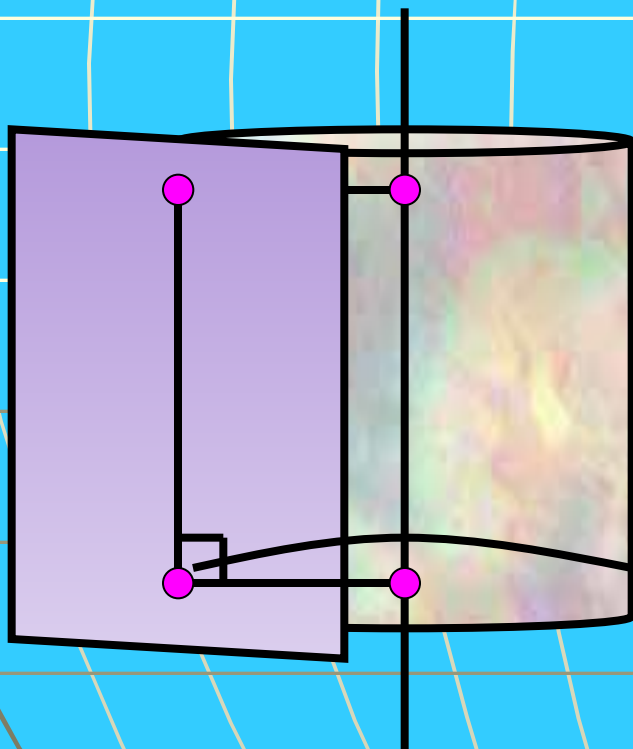
**Если сечение проходит через ось цилиндра, то оно имеет форму прямоугольника и**

**Сечение плоскостью, перпендикулярной к оси или параллельное основаниям, является кругом.**



## 5. Касательная плоскость цилиндра

Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую



- **Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник со сторонами  $H$  и  $C$ , где  $H$  – высота цилиндра, а  $C$  – длина окружности основания.**



The diagram illustrates the net of a cylinder. It consists of three main components: a central horizontal rectangle, and two circles positioned above and below it. The rectangle is labeled with the letter 'H' on its right side, representing the height of the cylinder. The top and bottom circles are labeled with the formula  $S = \pi R^2$ , representing the area of the circular bases. The rectangle is labeled with the formula  $C = 2\pi R$ , representing the circumference of the base. The entire diagram is set against a blue background with a white grid pattern.

$$S = \pi R^2$$

**$H$**

$$C = 2\pi R$$

$$S = \pi R^2$$



## 6. Площадь поверхности цилиндра



The diagram illustrates the components of a cylinder's surface area. It features two red circles representing the top and bottom bases, and a yellow rectangle representing the side surface. The top circle is labeled with the formula  $S = \pi R^2$ . The bottom circle is also labeled with  $S = \pi R^2$ . The yellow rectangle is labeled with its width as  $C = 2\pi R$  and its height as  $h$ . To the right of the top circle, the formula  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$  is written. To the right of the rectangle, the formula for the lateral surface area is given as  $S(\text{бок.поверхн.}) = 2\pi Rh$ . At the bottom left, the formula for the total surface area is  $S(\text{полн.поверхн.}) = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$ . At the bottom center, the formula for the total surface area is simplified to  $S(\text{полн.поверхн.}) = 2\pi R(R+h)$ .

$$S = \pi R^2$$

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

$$C = 2\pi R$$

$h$

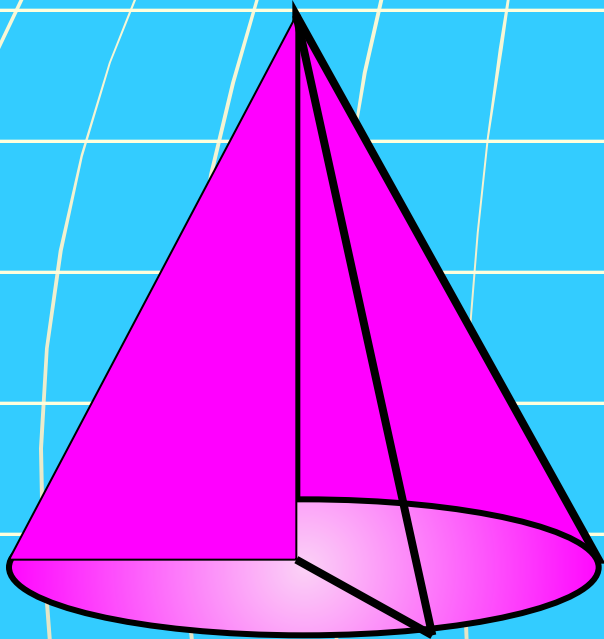
$$S = \pi R^2$$

$$S(\text{бок.поверхн.}) = 2\pi Rh$$

$$S(\text{полн.поверхн.}) = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$$

$$S(\text{полн.поверхн.}) = 2\pi R(R+h)$$

# Конус

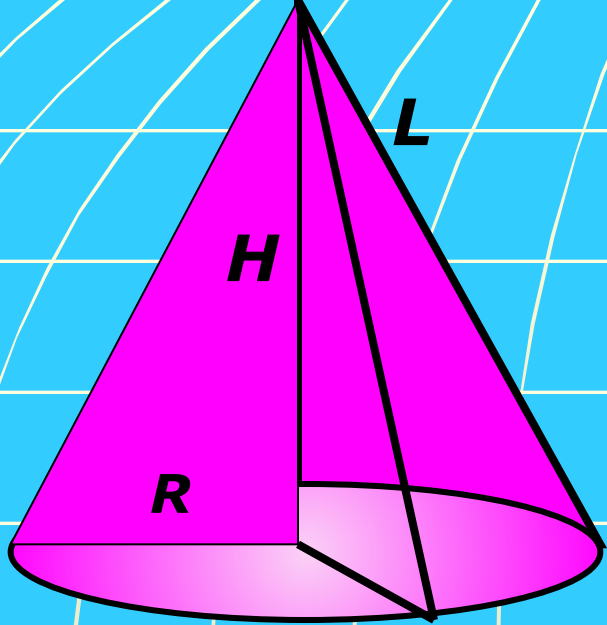


**С 1. Пусть прямоугольный треугольник вращается вокруг одного из катетов, тогда второй катет описывает окружность.**

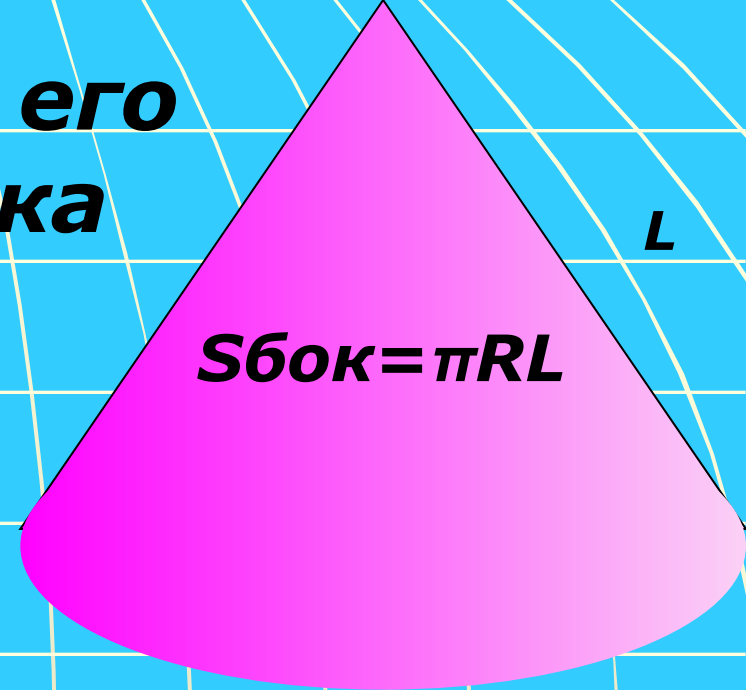
**2. Полученная при вращении фигура называется конусом.**  
**3. Гипотенуза данного треугольника-образующая конуса**

**4. Катет, вокруг которого вращается треугольник – ось конуса,**

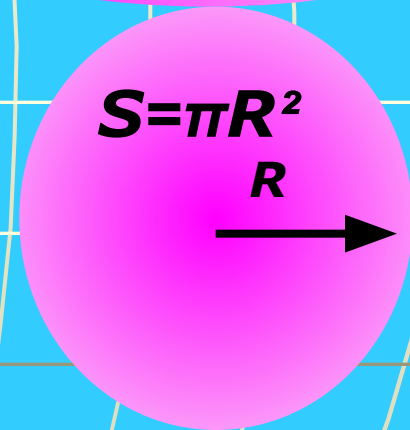
**Второй катет- радиус описываемой окружности основания**



# Конус и его развертка



$L$ -образующая       $H$ -высота  
 $R$ -радиус основания



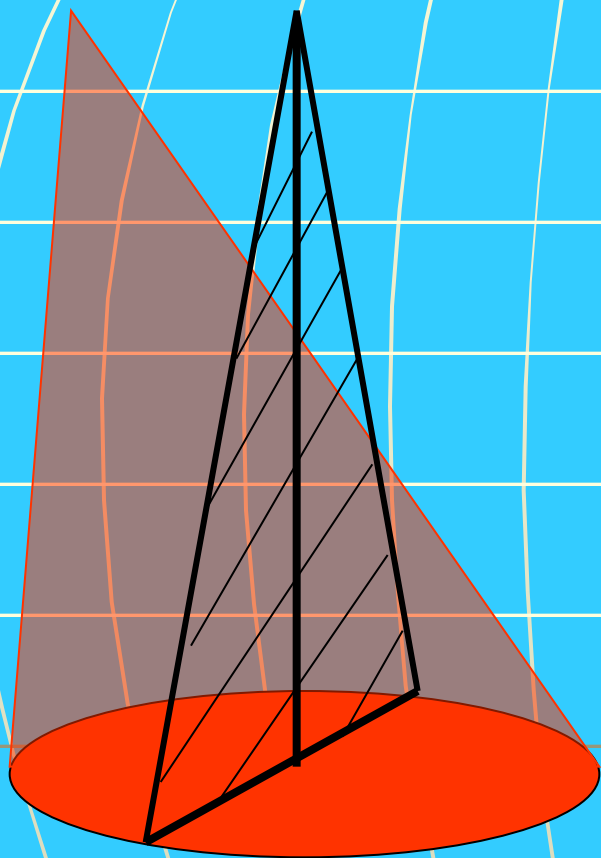
Нахождение  $S_{бок}$

$$S_{б} = \frac{\pi R^2}{360} \alpha \rightarrow 2\pi r = \frac{\pi R}{180} \alpha \rightarrow$$

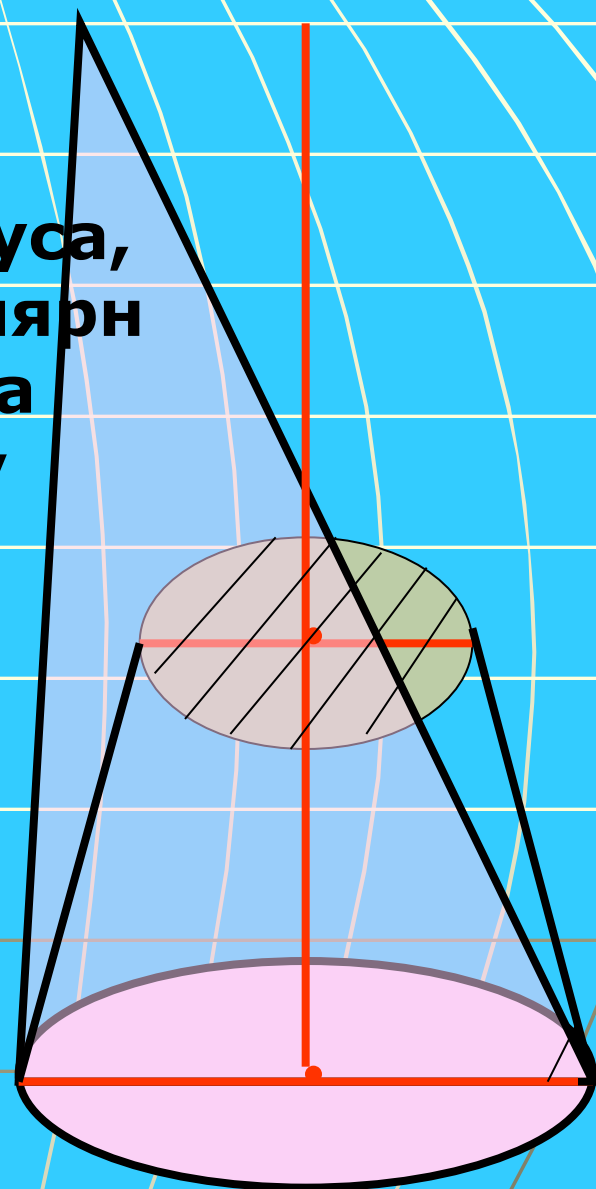
$$\alpha = \frac{360r}{R} \rightarrow \frac{\pi R^2}{180} * \frac{360r}{R} = \pi r R$$

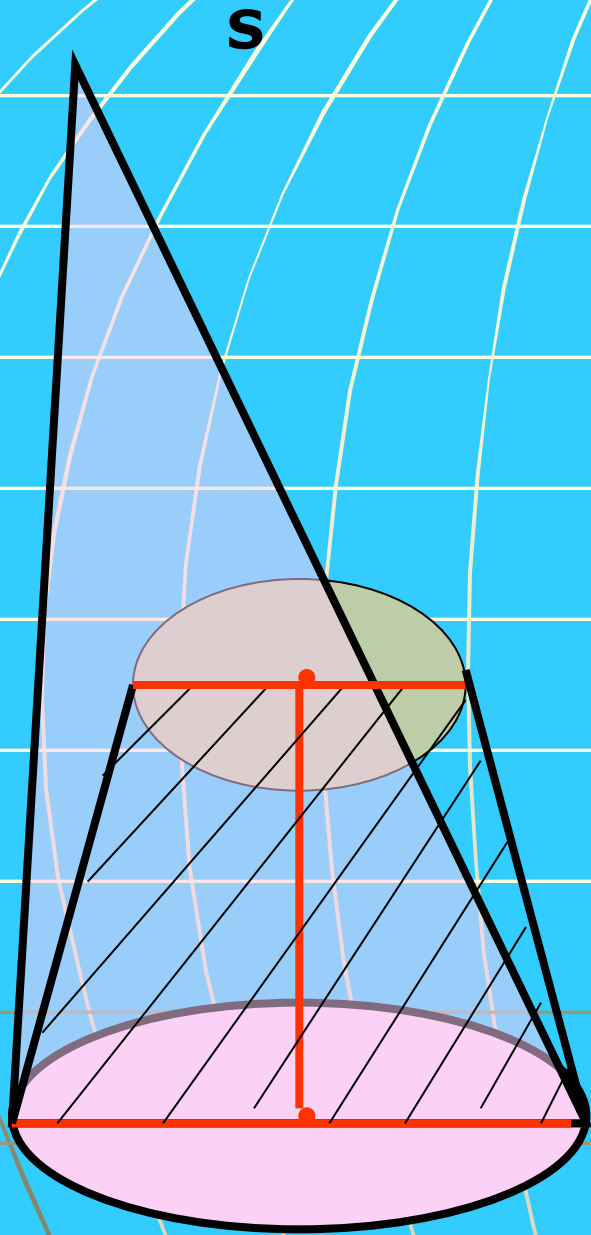
$$S_{полн} = \pi RL + \pi R^2 = \pi R(R + L)$$

# Осевое сечение конуса- равнобедренный треугольник



Сечение конуса,  
перпендикулярн  
ое оси конуса  
имеет форму  
круга





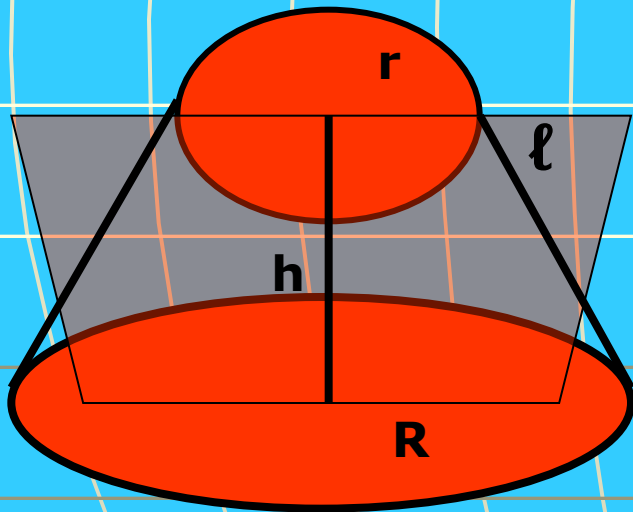
**Усеченным конусом** называется часть полного конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

**Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями усеченного конуса.**

**Осевое сечение  $УС$**

**Образующей** усеченного конуса называется часть образующей полного конуса, заключенная между основаниями. **Высотой** усеченного конуса называется расстояние между основаниями.

**Площадь боковой поверхности** усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей оснований на образующую.



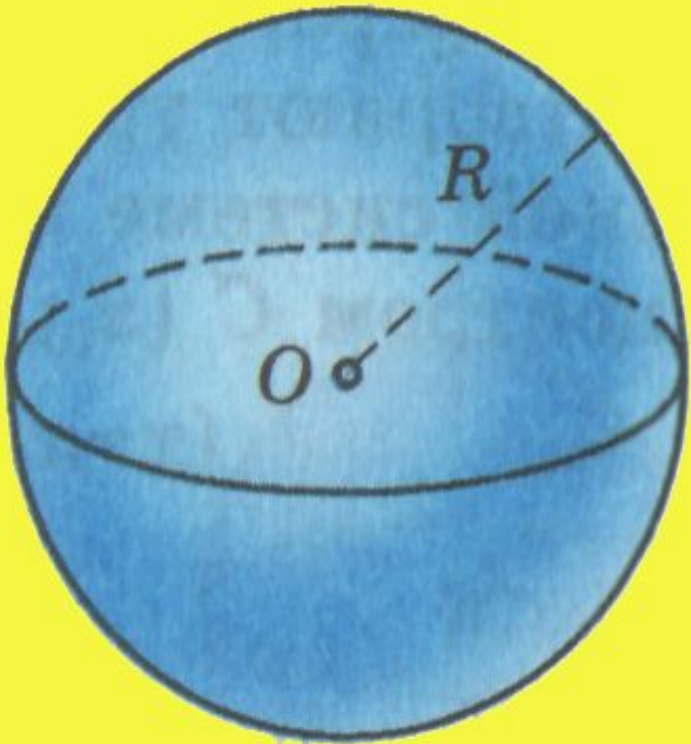
$$S_{\text{бок}} = \frac{2\pi(R+r)}{2} l = \pi(R+r)l$$

$$S_{\text{полн}} = \pi(R+r)l + \pi r^2 + \pi R^2 = \pi((R+r)l + r^2 + R^2)$$

# Сфера и шар

*Сферой*

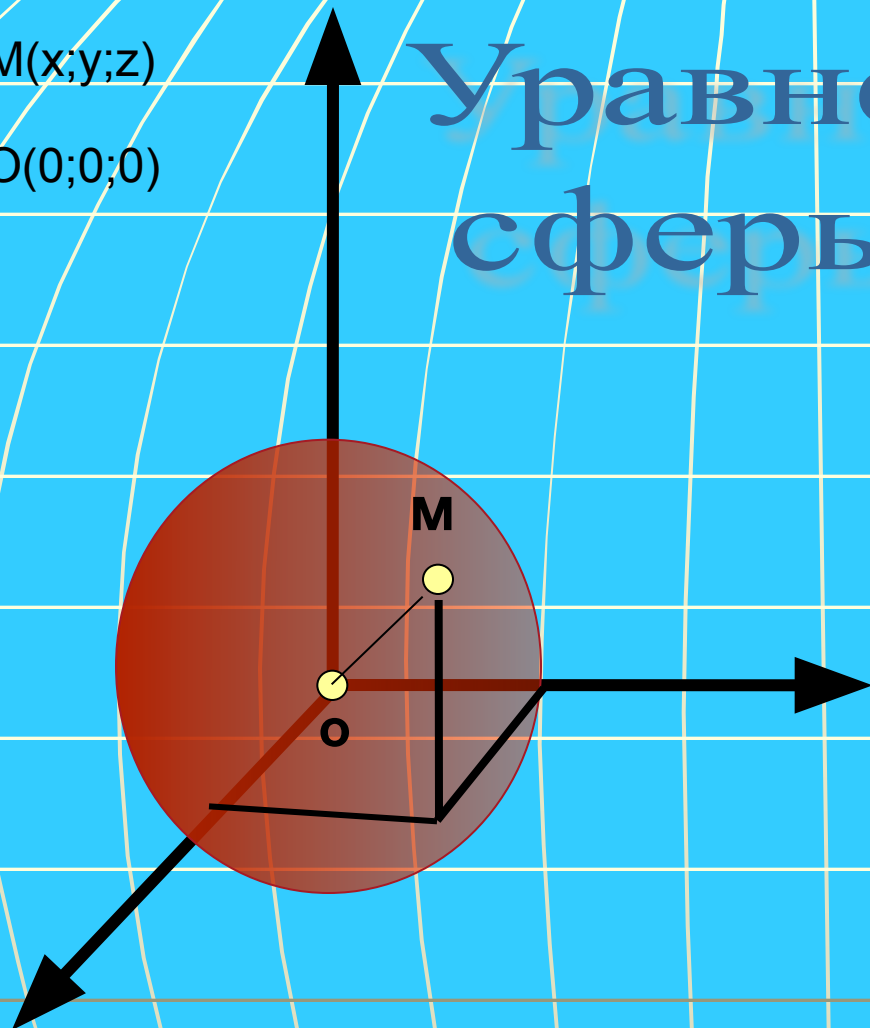
*называется  
поверхность,  
состоящая из всех  
точек пространства,  
расположенных на  
данном расстоянии от  
данной точки.*



# Уравнение сферы

$M(x; y; z)$

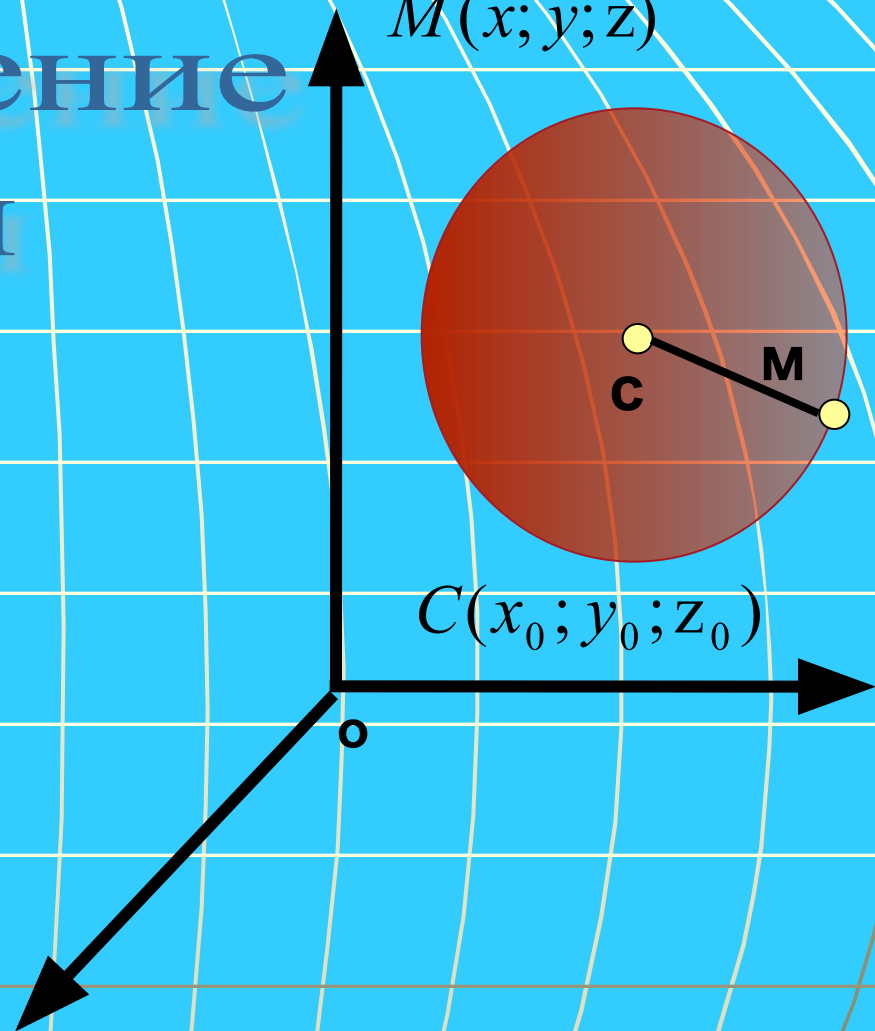
$O(0; 0; 0)$



$$MO = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$M(x; y; z)$



$C(x_0; y_0; z_0)$

$$MC = \sqrt{(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2}$$

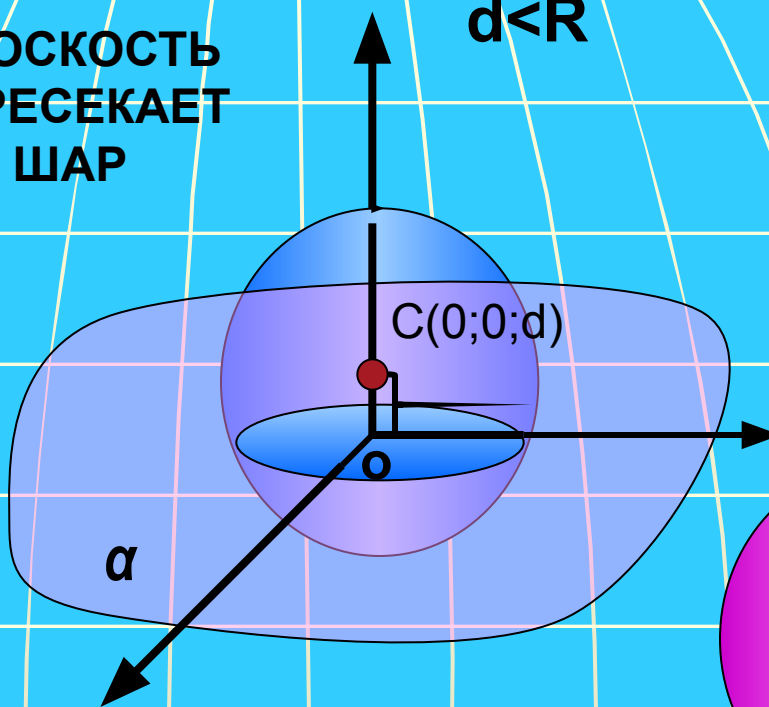
$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$$



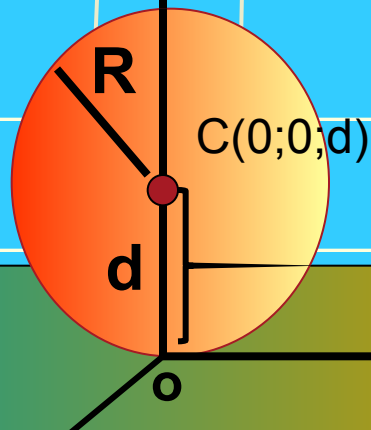
**Взаимное  
расположе  
ние сферы  
и  
плоскости**

**ПЛОСКОСТЬ  
ПЕРЕСЕКАЕТ  
ШАР**

$d < R$



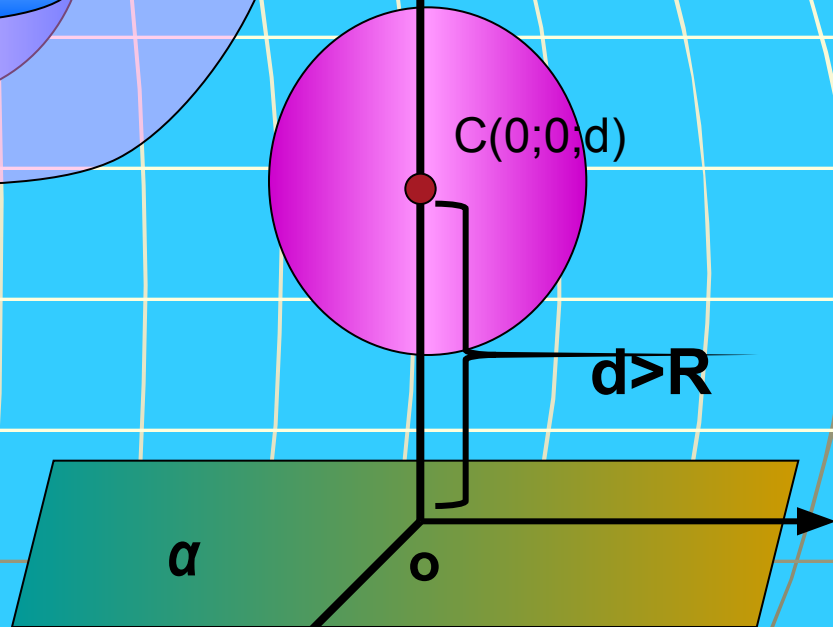
$d = R$



**ПЛОСКОСТЬ  
КАСАЕТСЯ ШАРА**

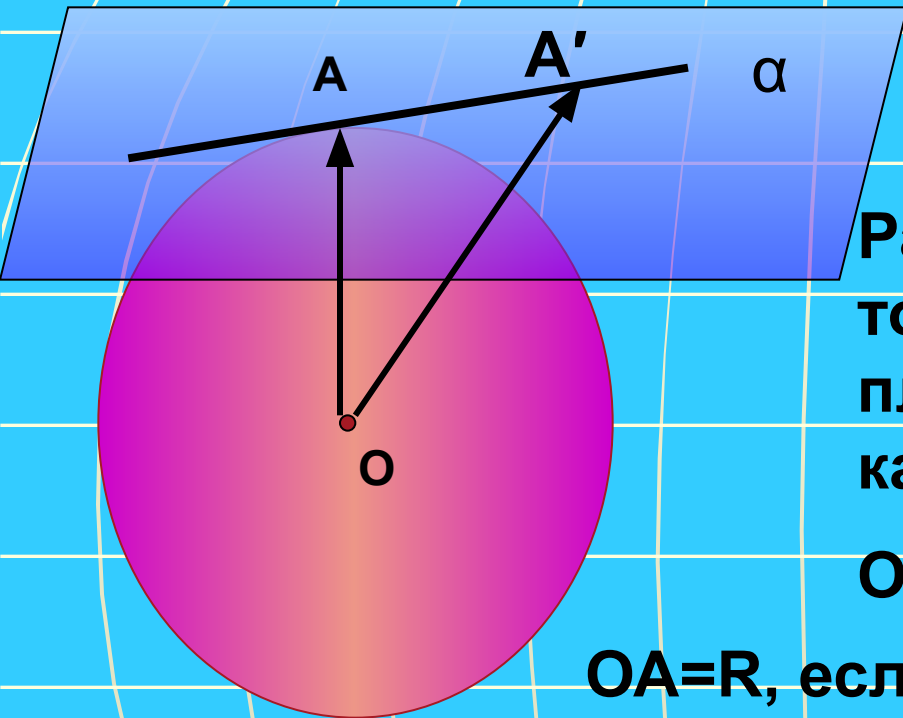
$C(0;0;d)$

$d > R$



**ПЛОСКОСТЬ НЕ  
ИМЕЕТ С ШАРОМ  
НИ ОДНОЙ ОБЩЕЙ  
ТОЧКИ**

**Плоскость, имеющая со сферой одну общую точку, называется касательной к сфере**



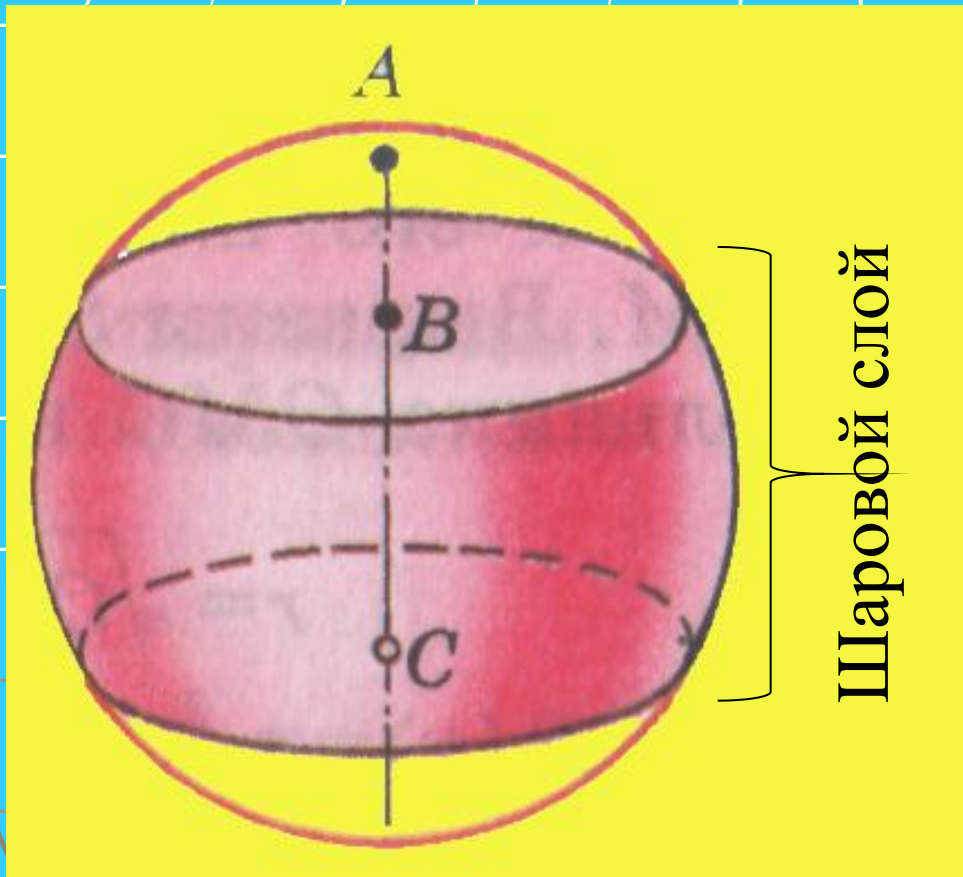
**Радиус сферы, проведенный к точке касания сферы и плоскости перпендикулярен к касательной плоскости.**

$$OA \perp \alpha$$

**$OA=R$ , если  $OA \perp \alpha$ , то любая другая  $OA'$ -наклонная, а любая наклонная больше, чем  $OA$ , т.е. условие не выполняется ( $OA' > R$ )**

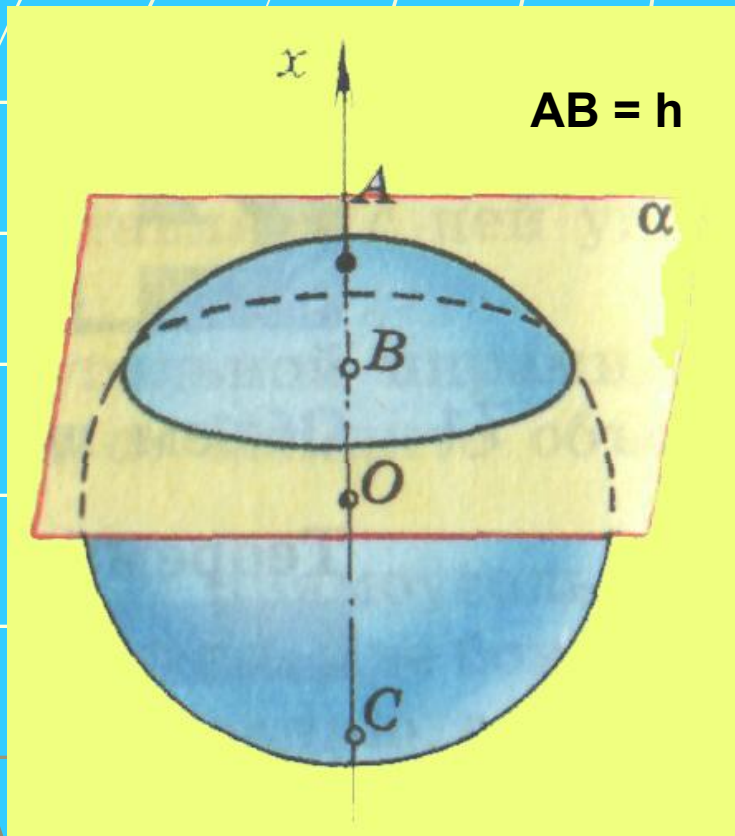
**Обратная теорема : Если  $OA \perp \alpha$ ,  $\alpha$ -касательная плоскость  
Т.к. перпендикуляр и плоскость имеют одну общую точку, то  $\alpha$ - касательная плоскость**

# Шаровой слой



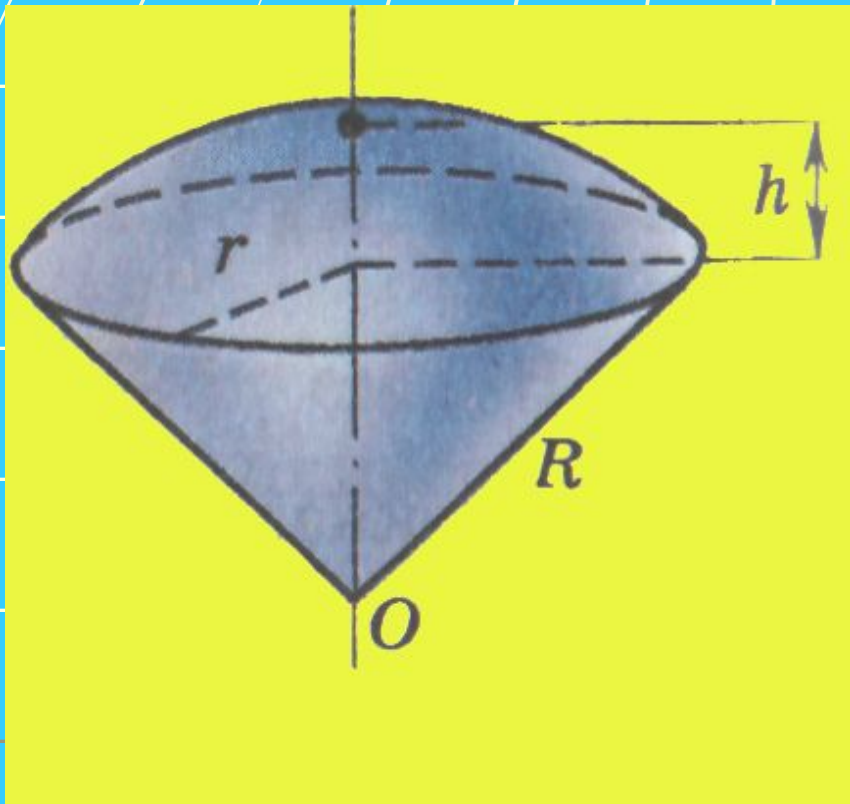
**Шаровым слоем**  
называется часть  
шара,  
заключенная  
между двумя  
параллельными  
секущими  
плоскостями.

# Шаровой сегмент



***Шаровым сегментом***  
***называется часть***  
***шара, отсекаемая от***  
***него какой - нибудь***  
***плоскостью.***

# Шаровой сектор



**Шаровым сектором**

называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим  $90^{\circ}$ , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.