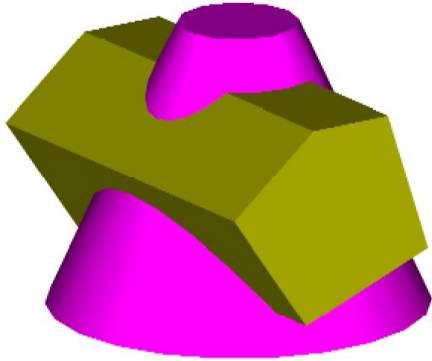


# Лекция 7

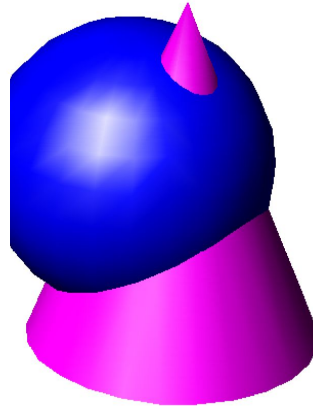
***Пересечение поверхностей.  
Способ вспомогательных секущих  
плоскостей.***

# Пересечение поверхностей

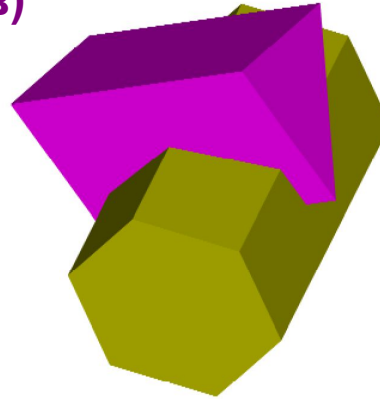
а)



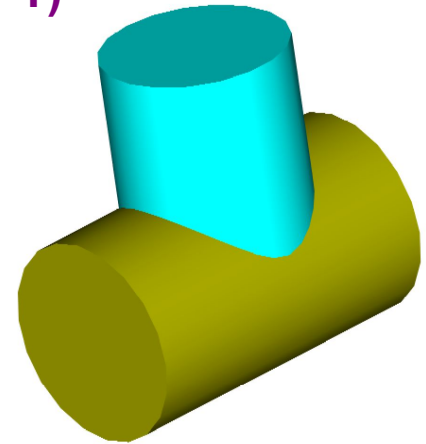
б)



в)



г)



Геометрическое место точек, принадлежащее одновременно двум поверхностям, называют линией пересечения данных поверхностей

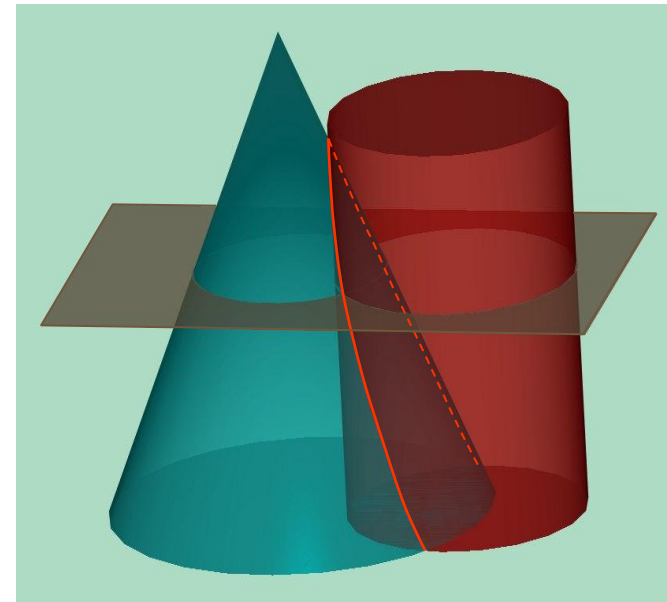
## Возможные случаи:

- Одна замкнутая линия (врезание одной в другую)
- Две замкнутые линии (пересечение насквозь)
- Две многогранные поверхности (ломаная линия)
- Кривая и гранная поверхности (совокупность плоских кривых)

Для построения линии пересечения поверхностей необходимо найти ряд точек, общих для заданных поверхностей, и соединить их плавной линией

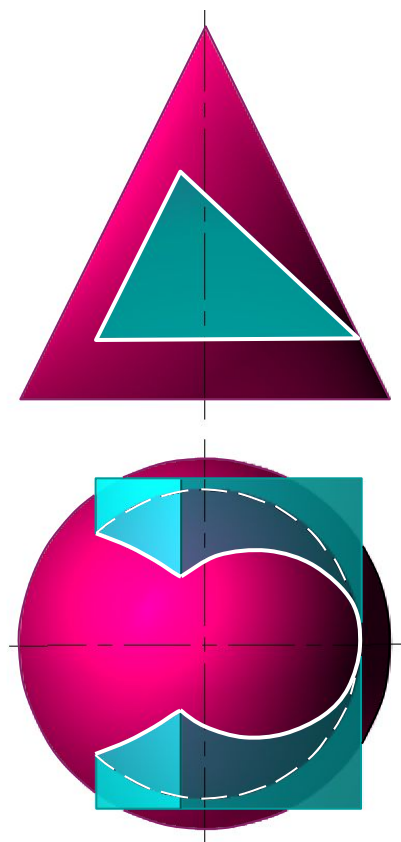
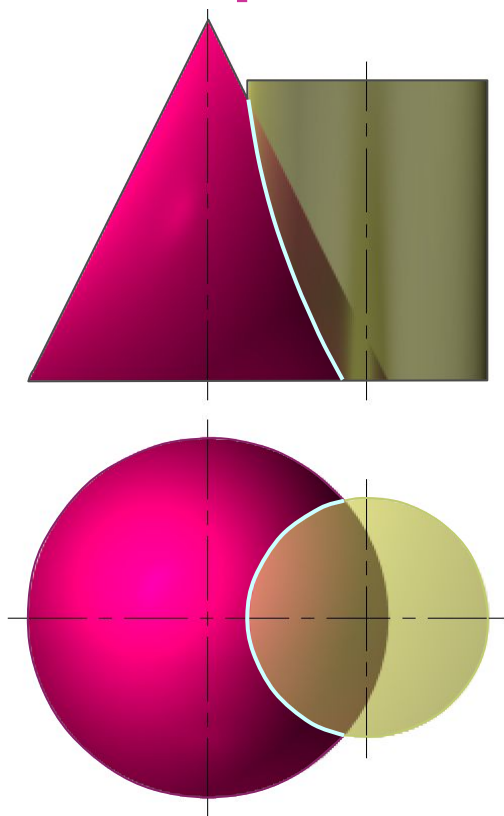
# Анализ заданных поверхностей

1. Линия пересечения 2-х поверхностей в общем случае представляет собой пространственную кривую
2. Если заданы поверхности второго порядка, то при их пересечении получается пространственная кривая четвертого порядка
3. Часть искомой линии пересечения получается видимой в пересечении видимых частей поверхностей



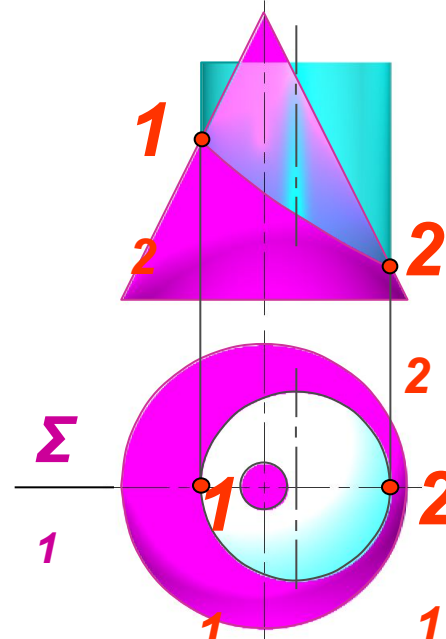
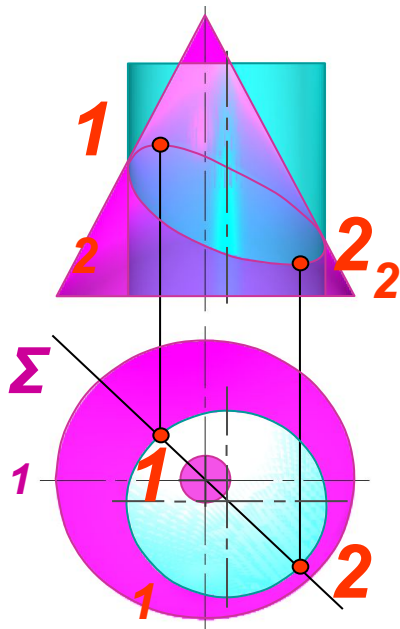
# Анализ заданных поверхностей

4. Если одна из заданных поверхностей является проецирующей (цилиндр, призма), то одна из проекций искомой линии пересечения совпадает со следом этой поверхности

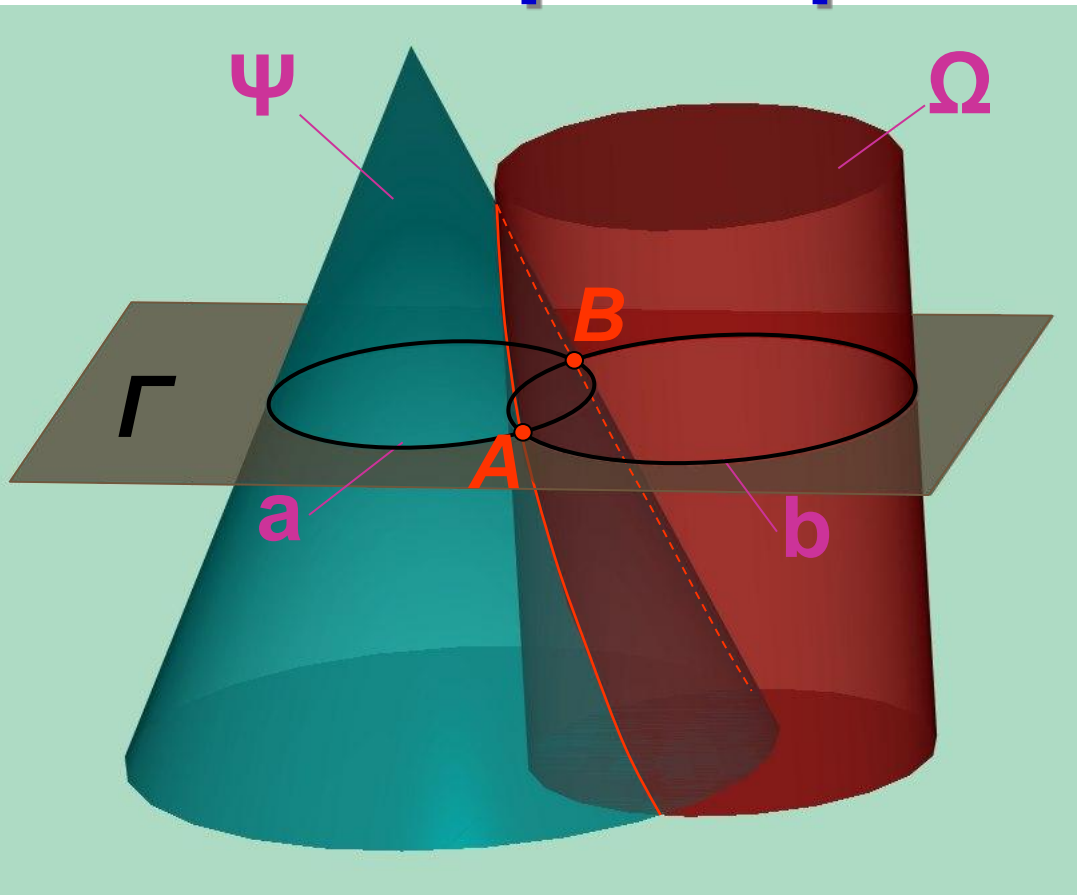


# Анализ заданных поверхностей

5. Если у заданных поверхностей 2 порядка есть общая плоскость симметрии  $\Sigma$ , которая проходит через их оси вращения, то:
- Линия пересечения будет симметрична относительно плоскости  $\Sigma$
  - Наивысшая 1 и низшая 2 точки линии пересечения всегда располагаются в плоскости  $\Sigma$
  - Если плоскость  $\Sigma$  параллельна плоскости проекций, то на ней линия пересечения будет кривой второго порядка, ее видимая и невидимая части накладываются



# Алгоритм решения задачи



1. Поверхности рассекают вспомогательной секущей плоскостью  $\Gamma$

2. Находят линию пересечения вспомогательной плоскости с каждой из поверхностей

$\Gamma \cap \Psi$  Ю  $a$ ;  $\Gamma \cap \Omega$  Ю  $b$

3. На полученных линиях пересечения определяют общие точки, принадлежащие заданным поверхностям

$a \cap b$  Ю  $A, B$

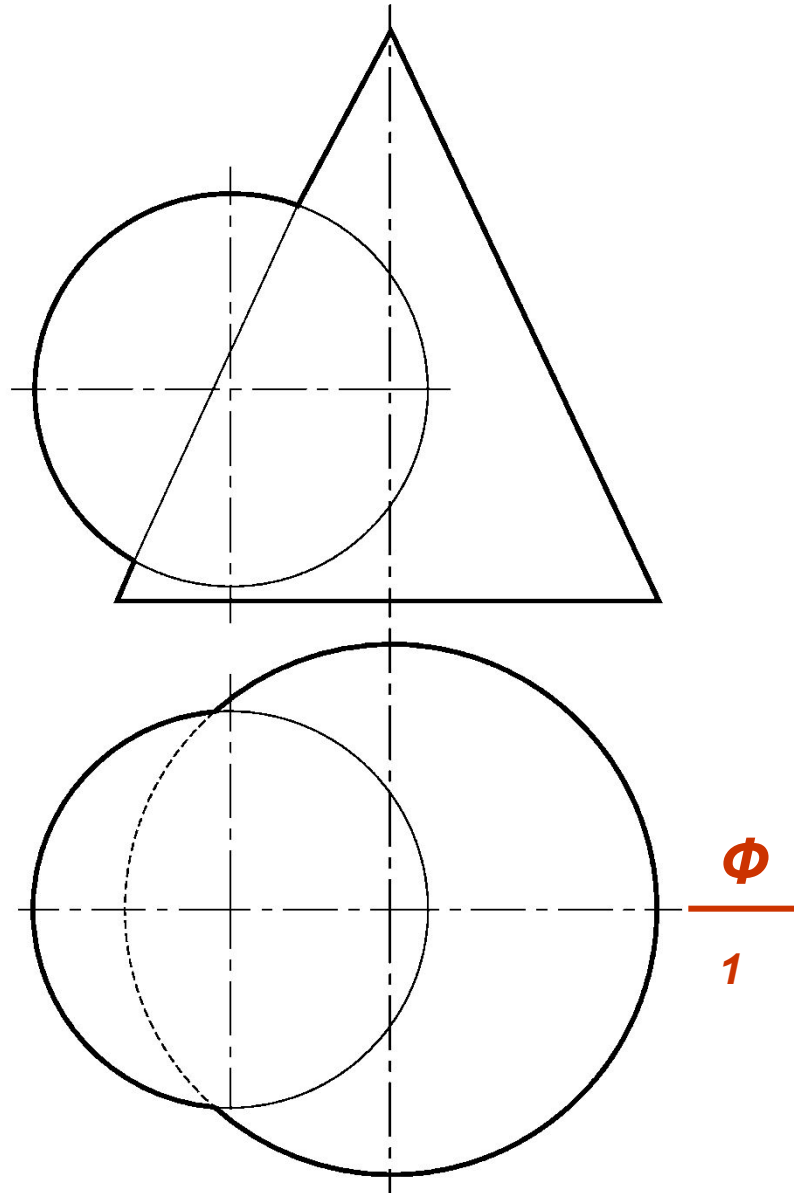
4. Выбирают следующую секущую плоскость и повторяют алгоритм

5. Полученные точки соединяют с учетом видимости искомой линии пересечения

# Методические указания

- **Вспомогательные плоскости следует выбирать так, чтобы в сечении получались простые линии**
- **Сначала определяют опорные точки:**
  - **экстремальные точки;**
  - **точки перемены видимости, лежащие на очерках поверхностей;**
  - **особые точки кривых пересечения (концы осей эллипса, вершины гиперболы или параболы, вершины ломанной)**
- **Уточняют линию пересечения с помощью промежуточных точек**

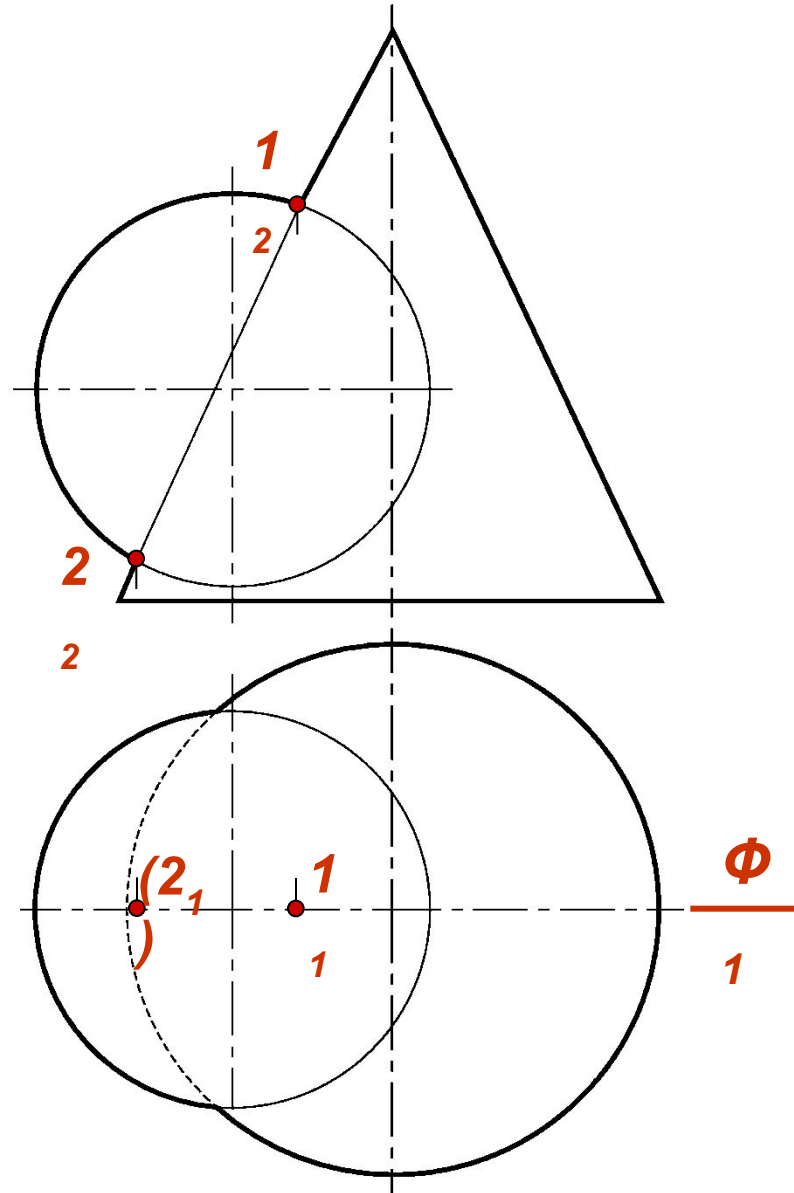
# 4.ПО



Пересекающиеся поверхности (сфера и конус) имеют общую плоскость симметрии  $\Phi(\Phi_1)$ , являющейся фронтальной плоскостью уровня. Следовательно, фронтальные очерки поверхностей, лежащие в плоскости  $\Phi$ , пересекаются.

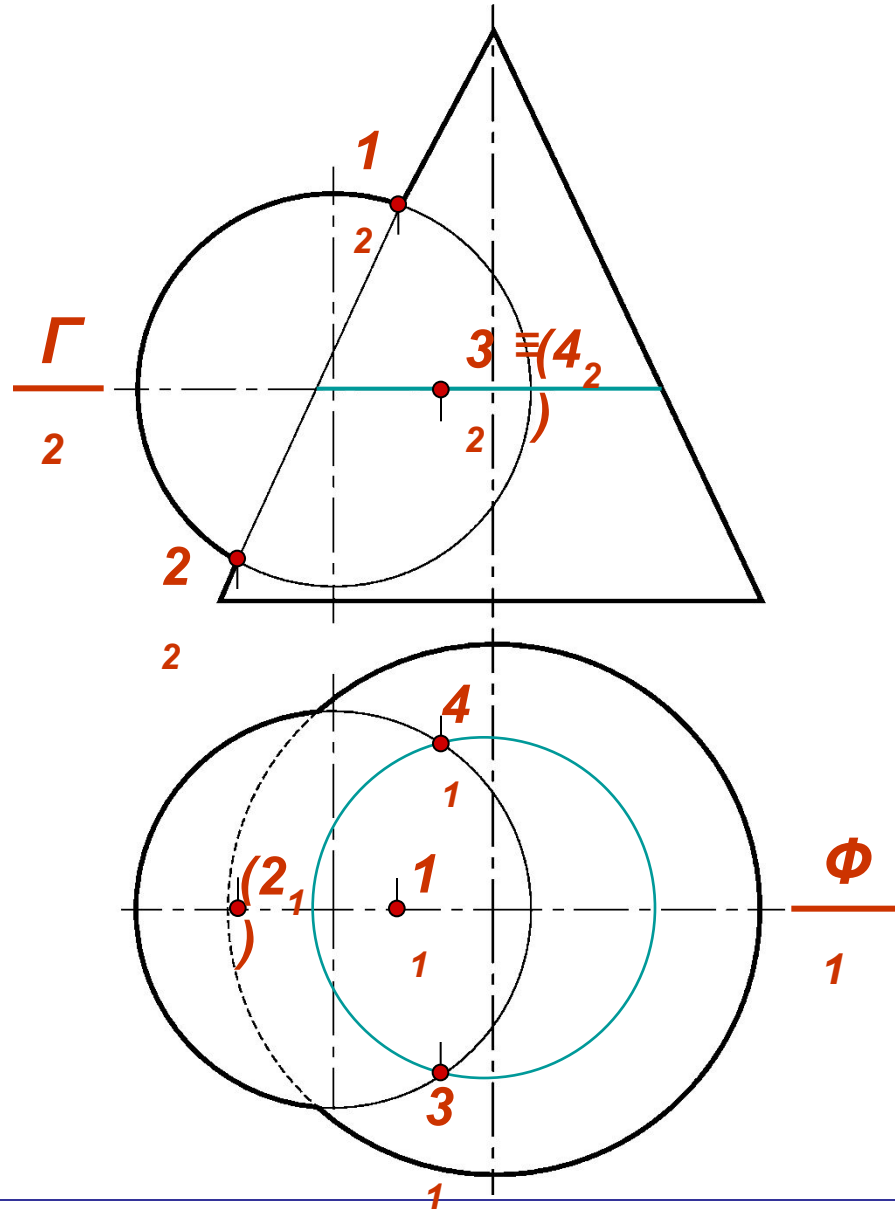


# 4.ПО



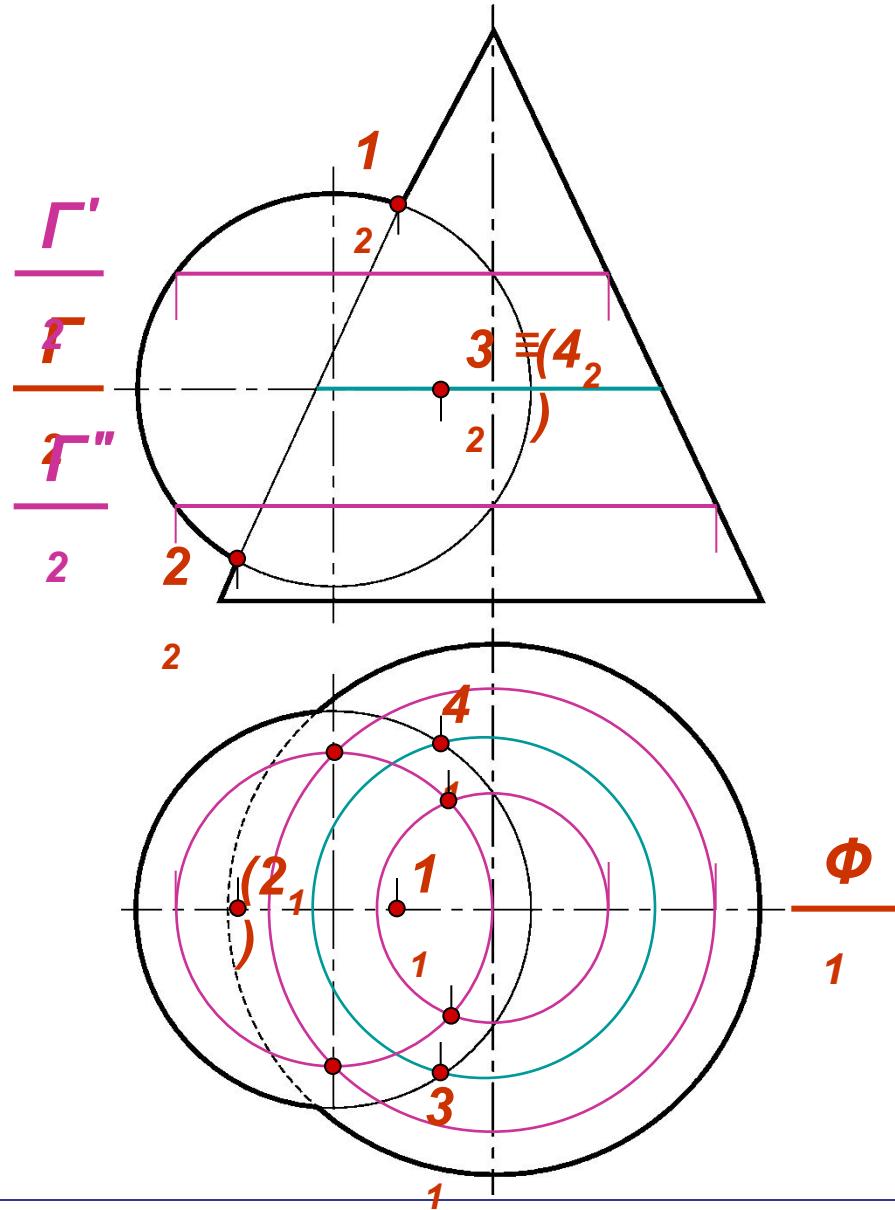
На  $\Pi_2$  находим проекции высшей (12) и низшей (22) точек искомой линии, как точек пересечения фронтальных очерков поверхностей.  
Горизонтальные проекции точек (11 и 21) будут располагаться на следе плоскости  $\Phi_1$ .

# 4.ПО



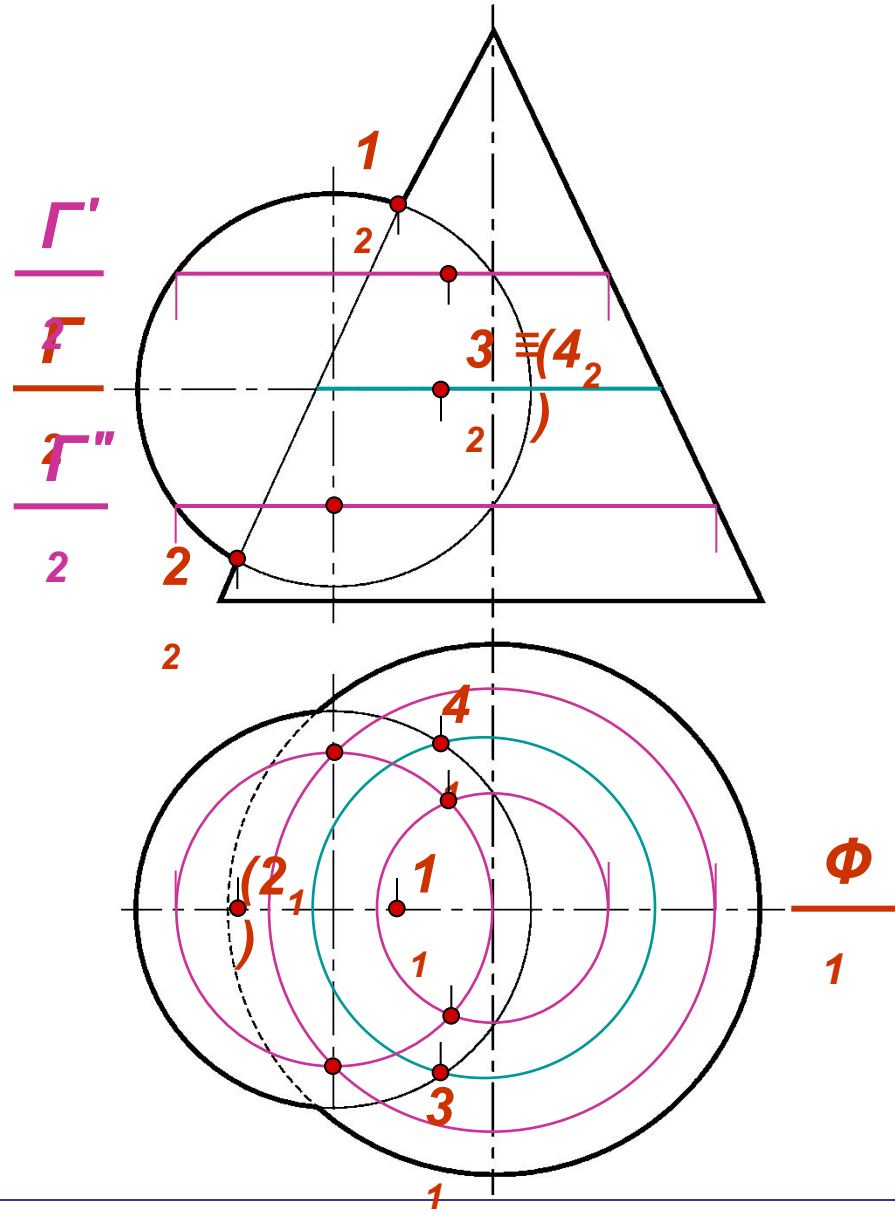
Точки изменения видимости линии на  $\Pi_1$ , лежащие на экваторе сферы, находим с помощью плоскости  $\Gamma$  ( $\Gamma_2$ ). На  $\Pi_1$  это будут точки пересечения экватора сферы с соответствующей параллелью конуса -  $3_1$  и  $4_1$ . На  $\Pi_2$  проекции точек ( $3_2$  и  $4_2$ ) располагаем на следе плоскости ( $\Gamma_2$ ).

# 4.ПО



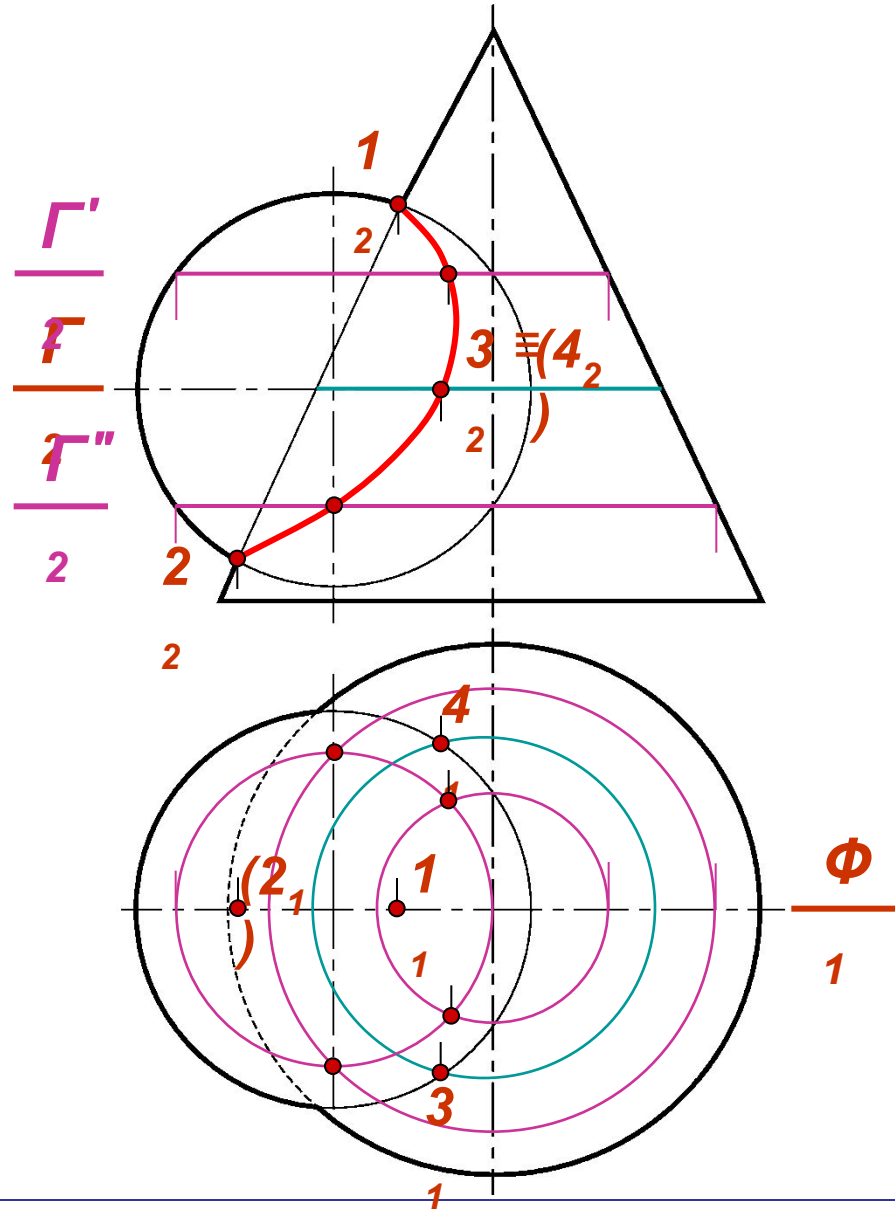
Промежуточные точки, уточняющие форму линии пересечения, находим с помощью вспомогательных горизонтальных плоскостей уровня  $\Gamma'$  и  $\Gamma''$ . На  $\Pi_1$  это будут точки пересечения соответствующих параллелей сферы и конуса. Точки можно оставить без обозначения.

# 4.ПО



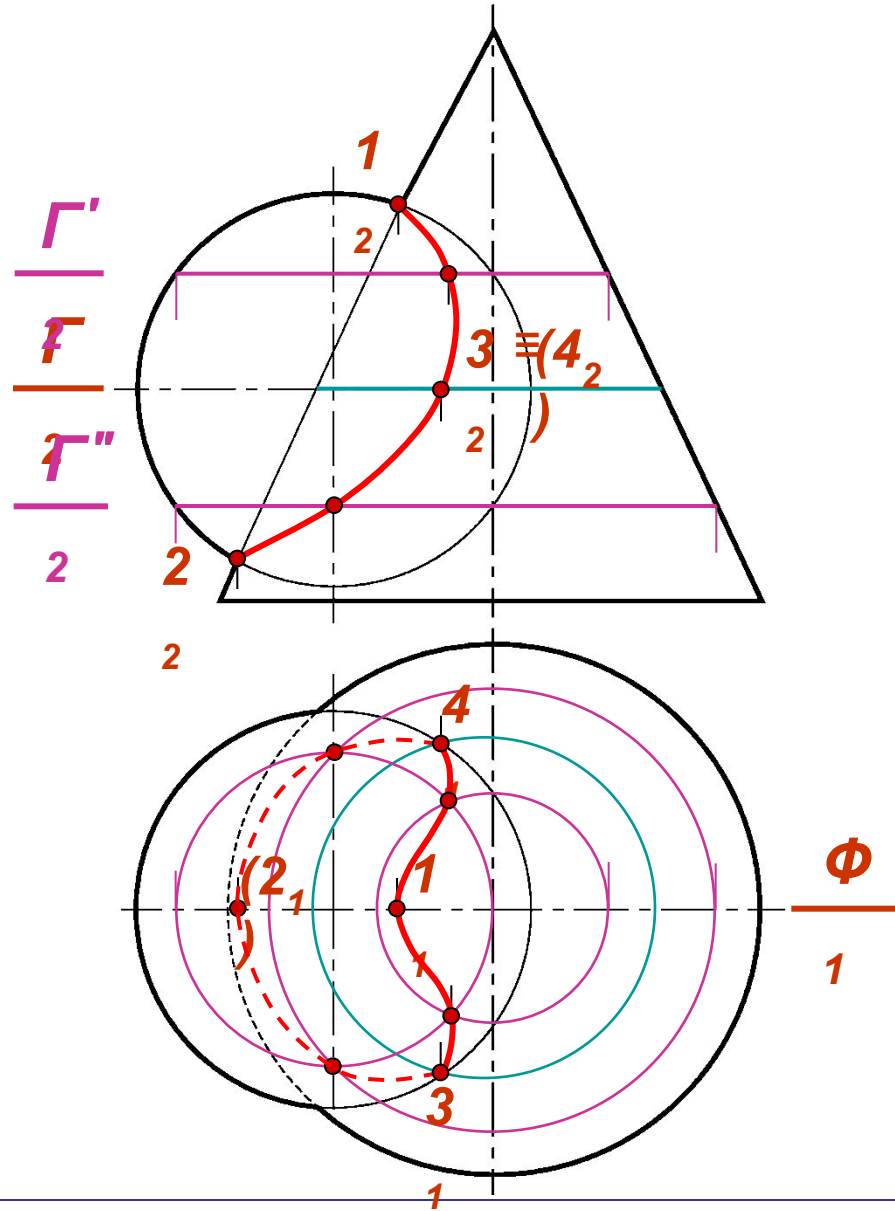
Найденные на горизонтальной плоскости проекций проекции промежуточных точек (они не обозначены на чертеже) переносим на фронтальные следы ( $\Gamma_2'$  и  $\Gamma_2''$ ) плоскостей, с помощью которых промежуточные точки построены.

# 4.ПО



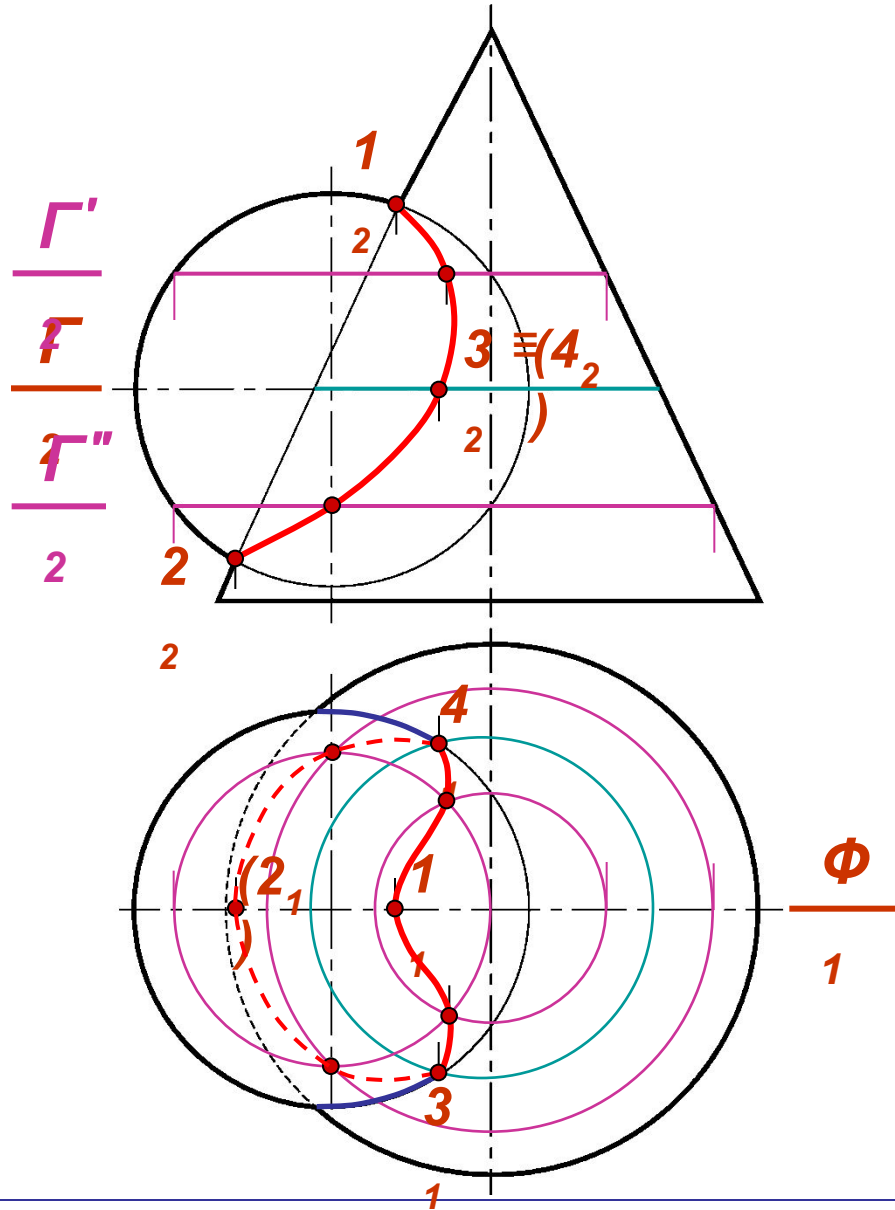
При объединении в линию всех построенных проекций точек на  $\Pi_2$  следует учитывать, что вся линия пересечения разделяется плоскостью  $\Phi$  на две симметричные ветви, которые совпадут на фронтальной плоскости проекций.

# 4.ПО



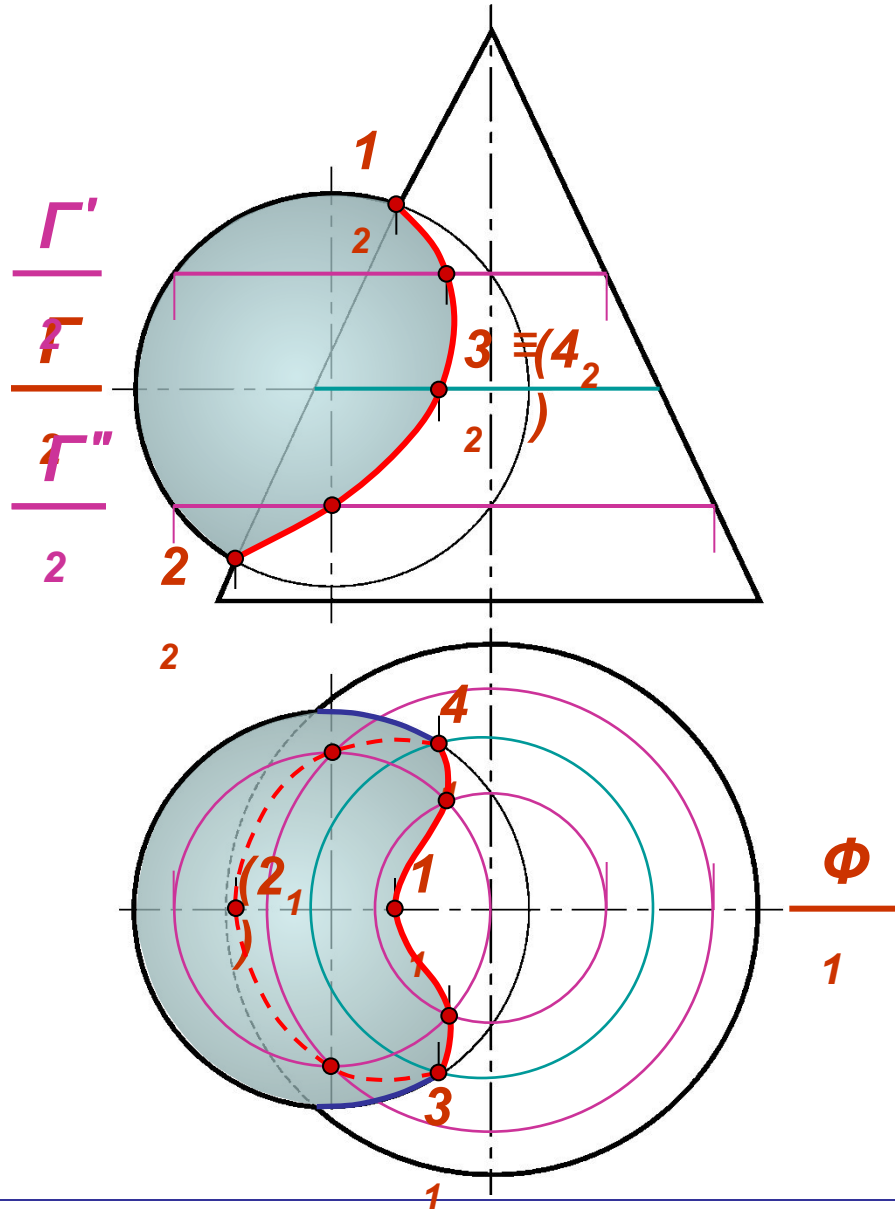
При соединении проекций точек на горизонтальной плоскости проекций выявляют видимый и невидимый участки линии пересечения. Эти участки разделяются проекциями точек перемены видимости - 31 и 41, лежащими на экваторе сферы.

# 4.ПО



На этапе обводки очерков поверхностей следует обвести толстой сплошной линией только очерки, не участвующие в пересечении

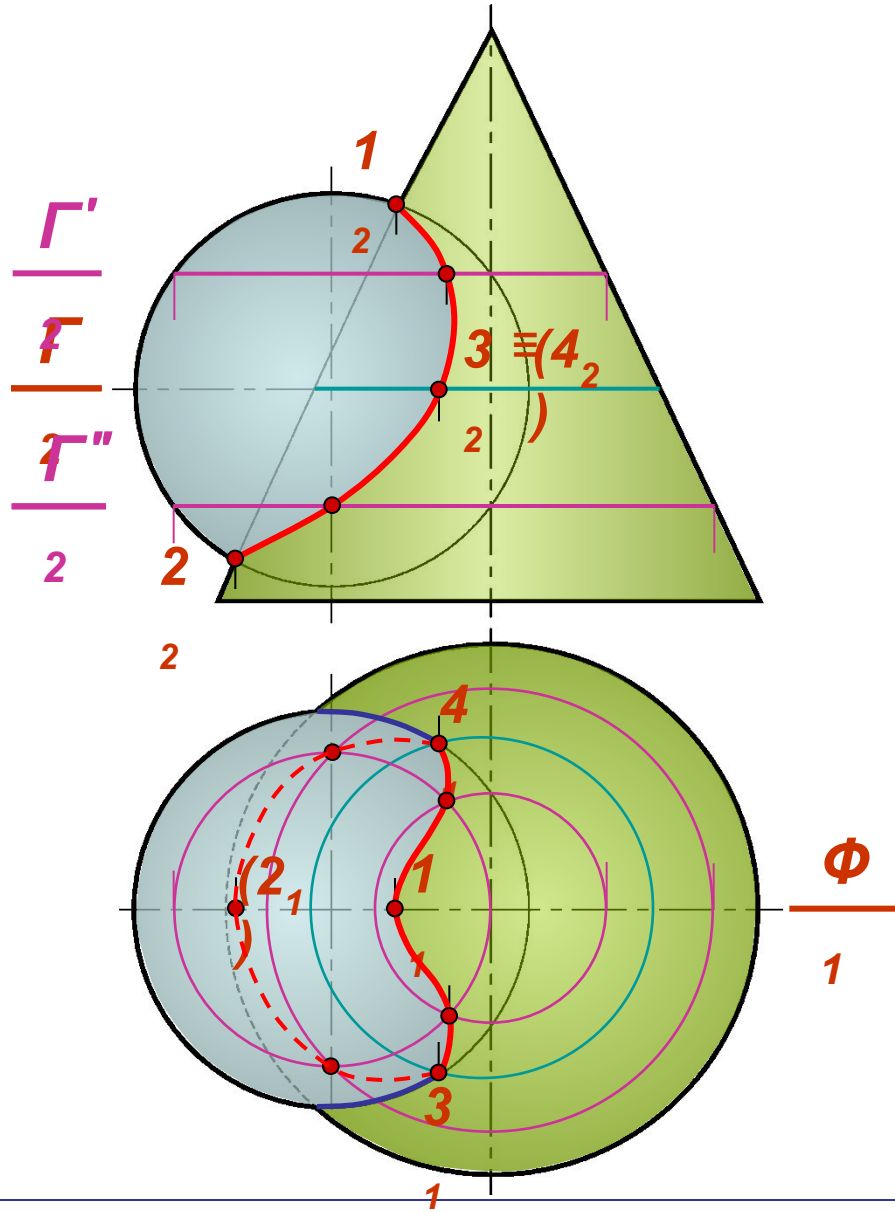
# 4.ПО



Видимая часть поверхности сферы, ограниченная линией пересечения, затушевана, что повышает наглядность изображения.

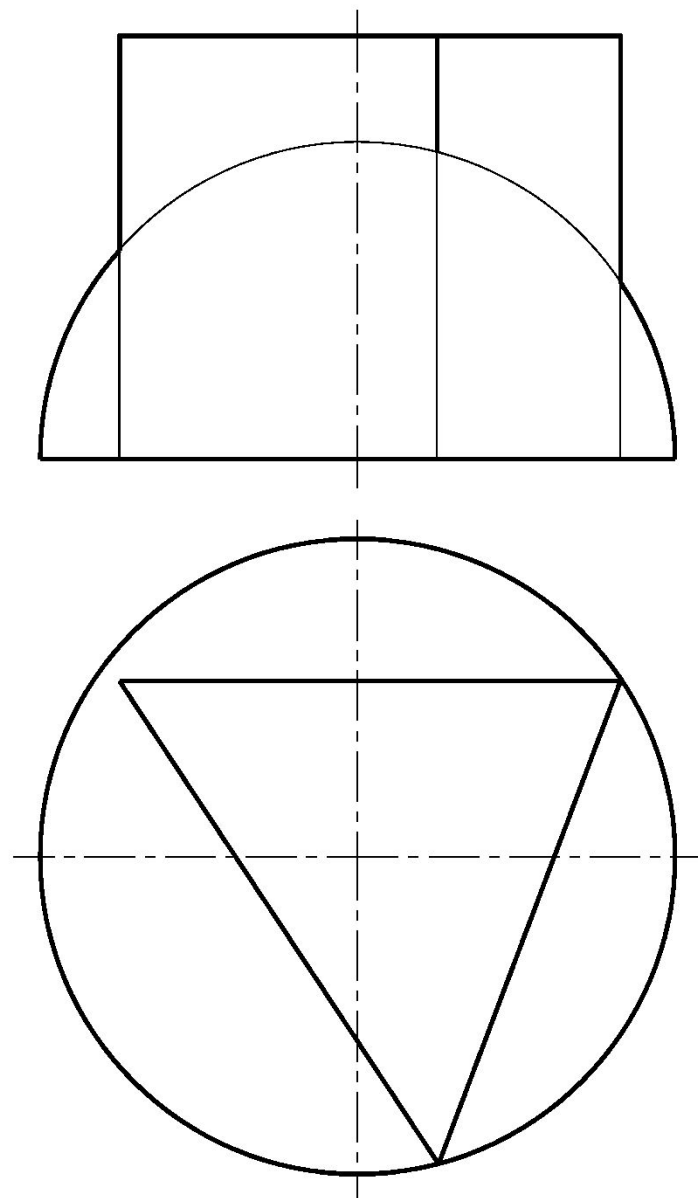


# 4.ПО



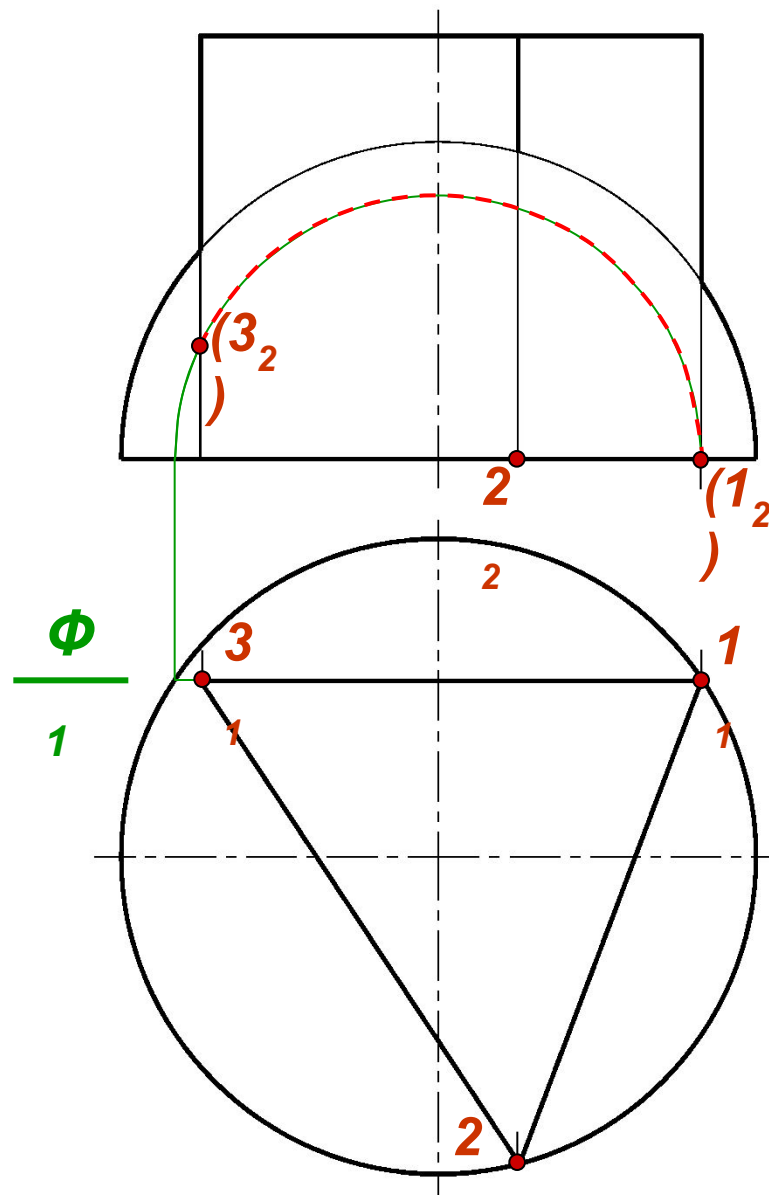
Заканчиваем оформление изображения, затушевывая видимую часть поверхности конуса.

# 5.ПО



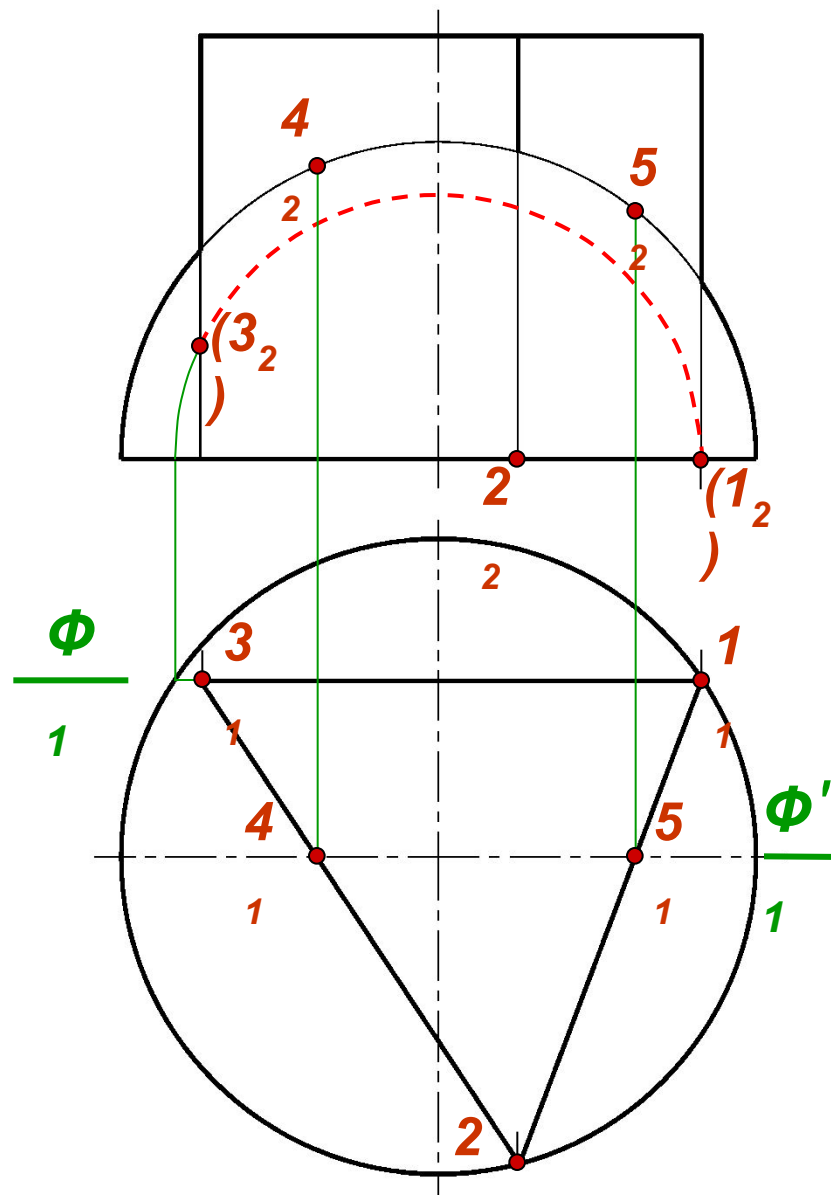
Заданы две пересекающиеся поверхности (полусфера и призма, находящаяся в горизонтально проецирующем положении). Все три грани призмы участвуют в пересечении. Значит, линия пересечения состоит из трех участков, представляющих собой плоские кривые второго порядка.

# 5.ПО



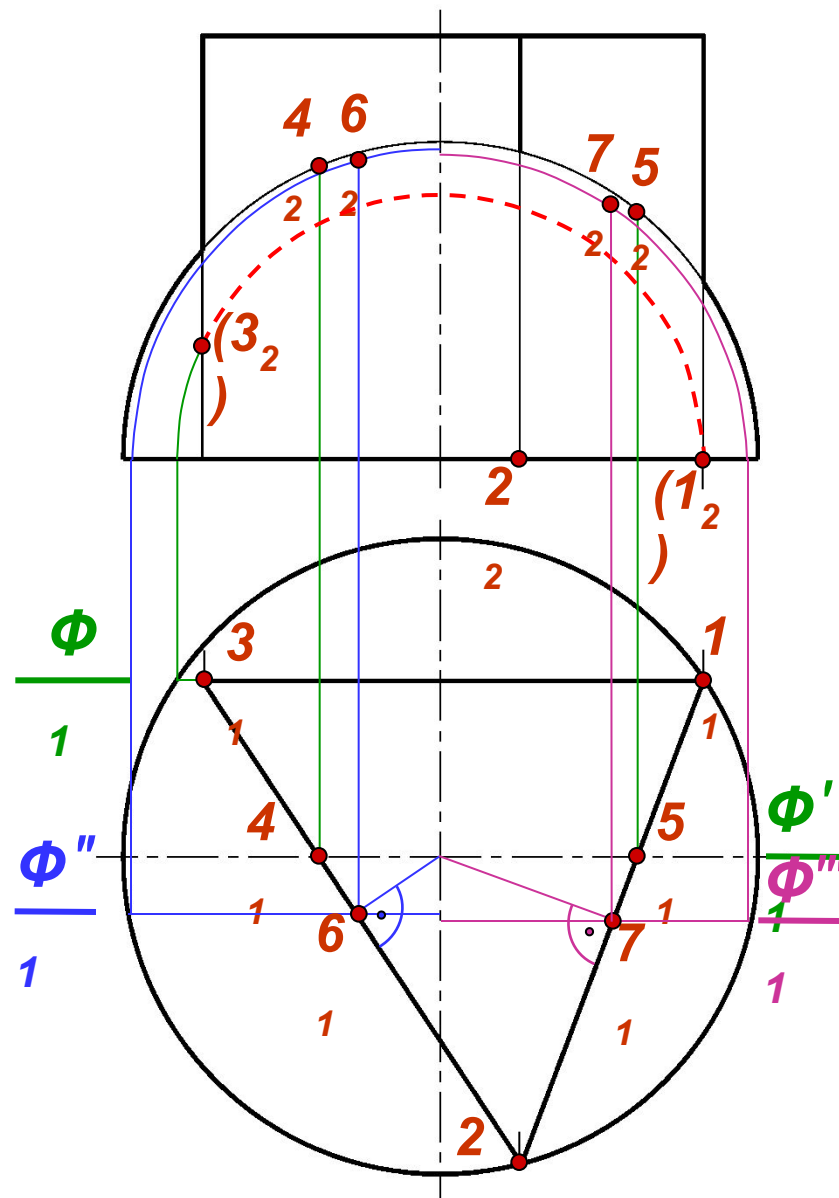
Фиксируем на П1 проекции точек пересечения ребер призмы с поверхностью сферы (1<sub>1</sub>, 2<sub>1</sub> и 3<sub>1</sub>). На П2 проекции 1<sub>2</sub> и 2<sub>2</sub> находим на экваторе сферы, а 3<sub>2</sub> - на параллели, полученной с помощью плоскости  $\Phi(\Phi_1)$ . Часть параллели между 3<sub>2</sub> и 4<sub>2</sub> будет первым участком искомой линии.

# 5.ПО



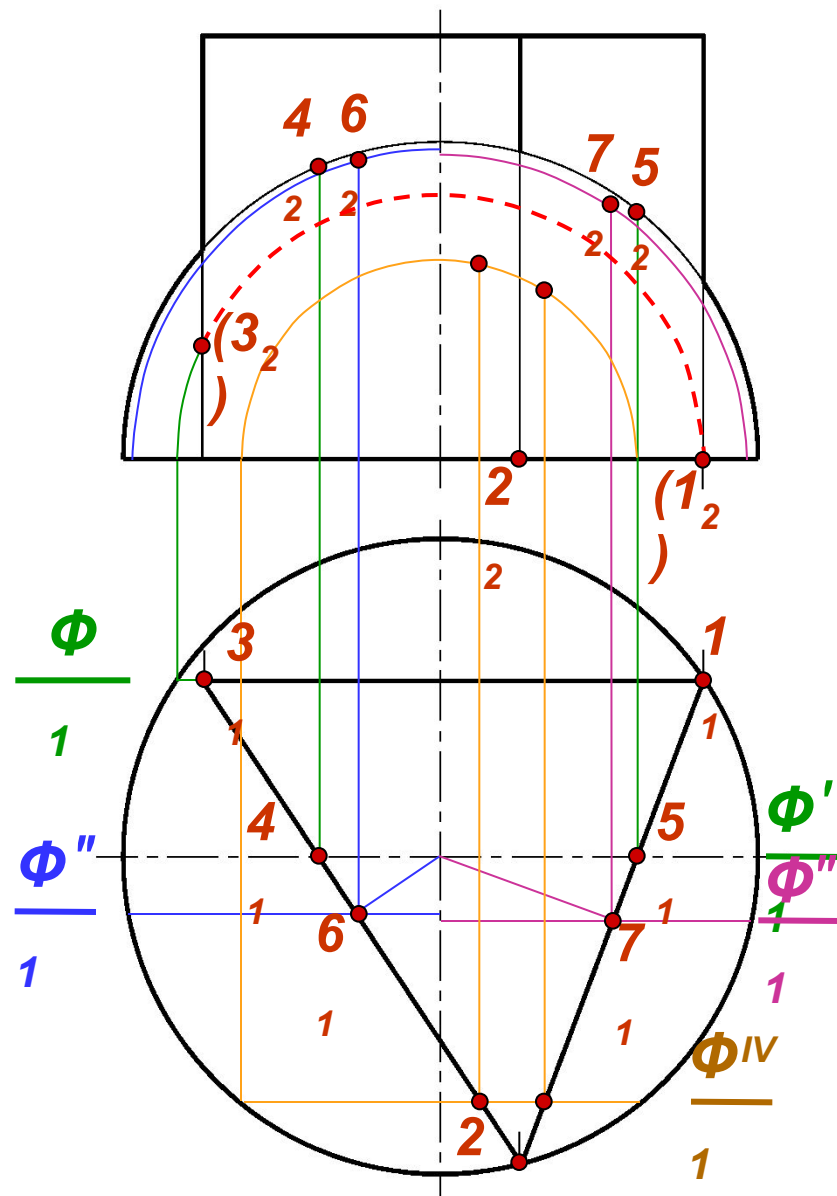
На  $\Pi_1$  проекции  $4_1$  и  $5_1$  фиксируем как  $1$  точки пересечения меридиана сферы, лежащего в плоскости  $\Phi'$  ( $\Phi_1'$ ), с гранями призмы. Фронтальные проекций указанных точек ( $4_2$  и  $5_2$ ) располагаем на меридиане сферы. Это будут точки, меняющие видимость линии пересечения на  $\Pi_2$ .

# 5.ПО



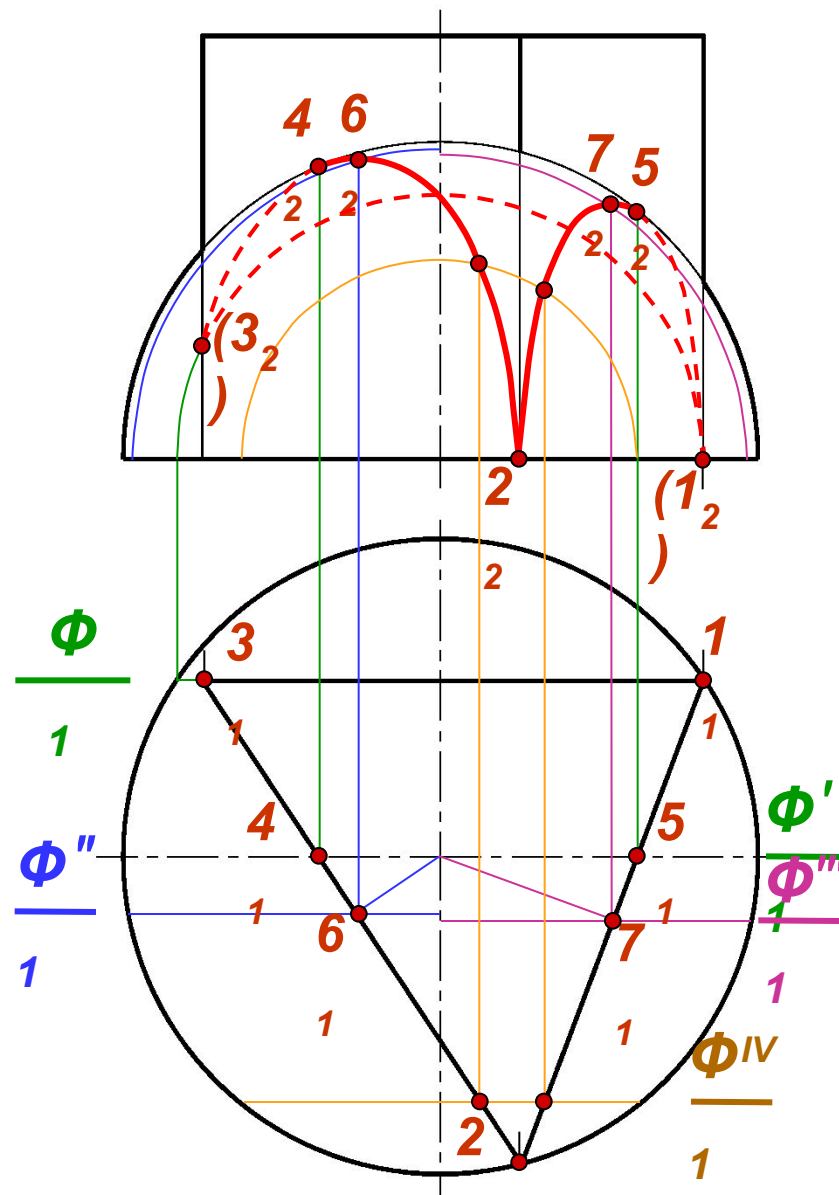
Грани призмы пересекают сферу по <sup>1</sup> окружностям, две из которых проецируются на  $\Pi_2$  в эллипсы. Вершины этих эллипсов (высшие точки линии пересечения) находим на  $\Pi_1$ , обозначив их как  $6_1$  и  $7_1$ . Проекции  $6_2$  и  $7_2$  находим с помощью плоскостей  $\Phi''(\Phi_1'')$  и  $\Phi'''(\Phi_1''')$  соответственно.

# 5.ПО



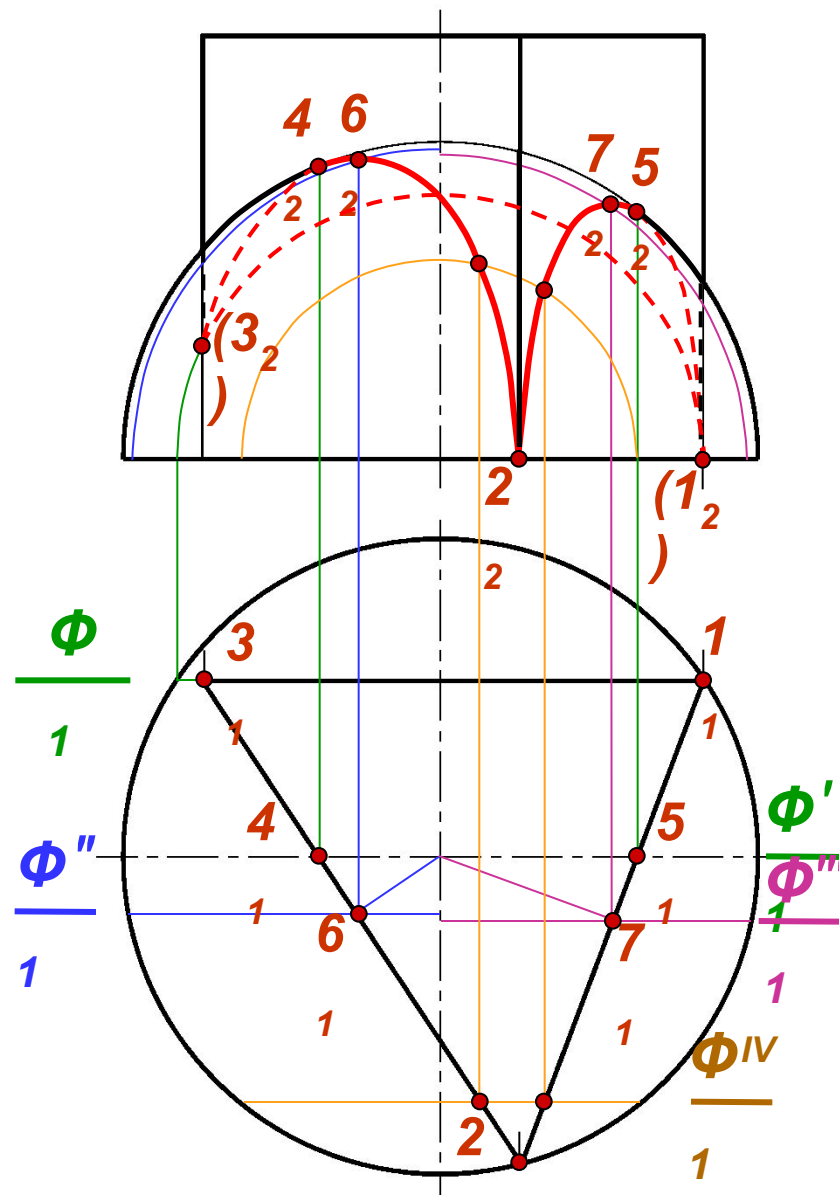
Промежуточные точки линии пересечения<sup>1</sup>, уточняющие форму эллипсов и выбранные произвольно на горизонтальном очерке призмы, строим на  $\Pi_2$  с помощью секущей плоскости  $\Phi^{IV}$  ( $\Phi_1^{IV}$ ) по аналогии с другими точками. Промежуточные точки не обозначены.

# 5.ПО



На  $\Pi_2$  объединяем все построенные  $1^{\circ}$  точки в участки - эллипсы линии пересечения, а на  $\Pi_1$  вся линия совпадает с очерком проецирующей призмы. При обводке эллипсов на  $\Pi_2$  следует учитывать, что проекции точек (4<sub>2</sub> и 5<sub>2</sub>), лежащих на меридиане сферы, изменяют видимость эллипсов.

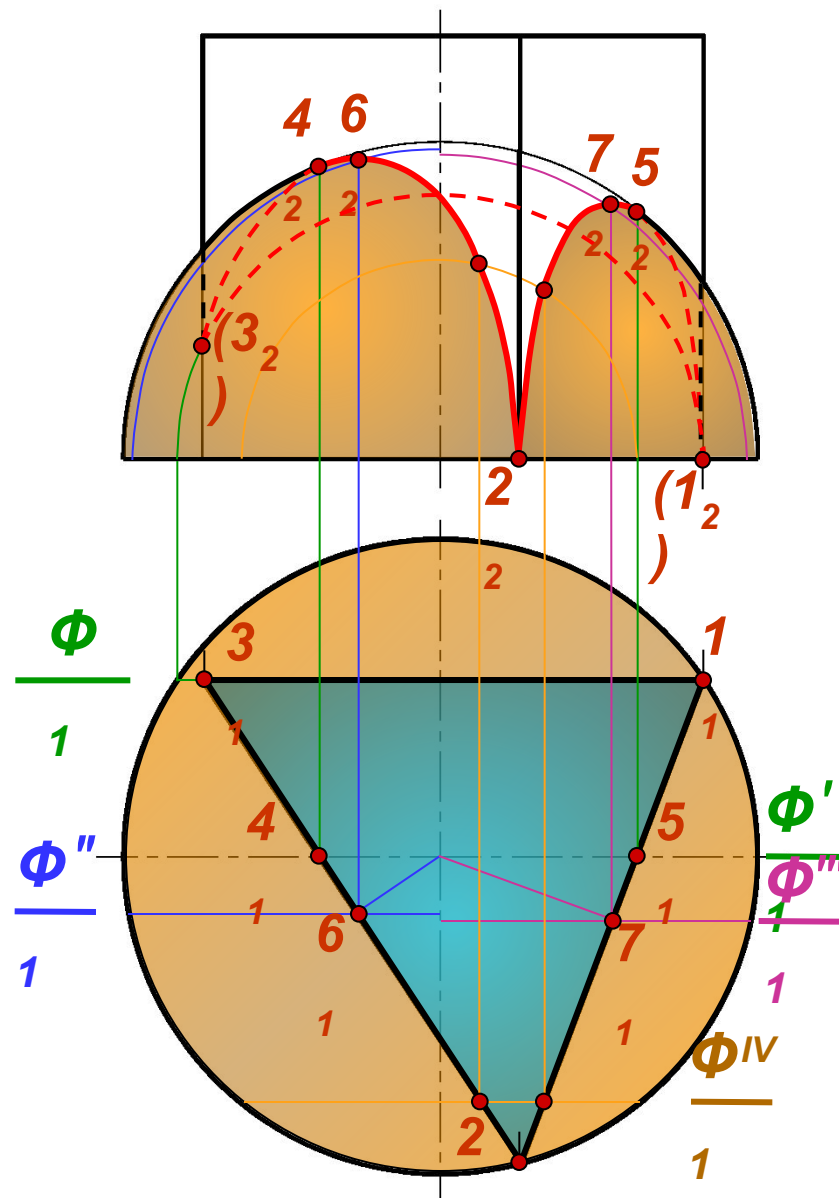
# 5.ПО



На  $P_2$  обводим фронтальные очерки сферы и призмы, выявляя их видимые и невидимые участки.

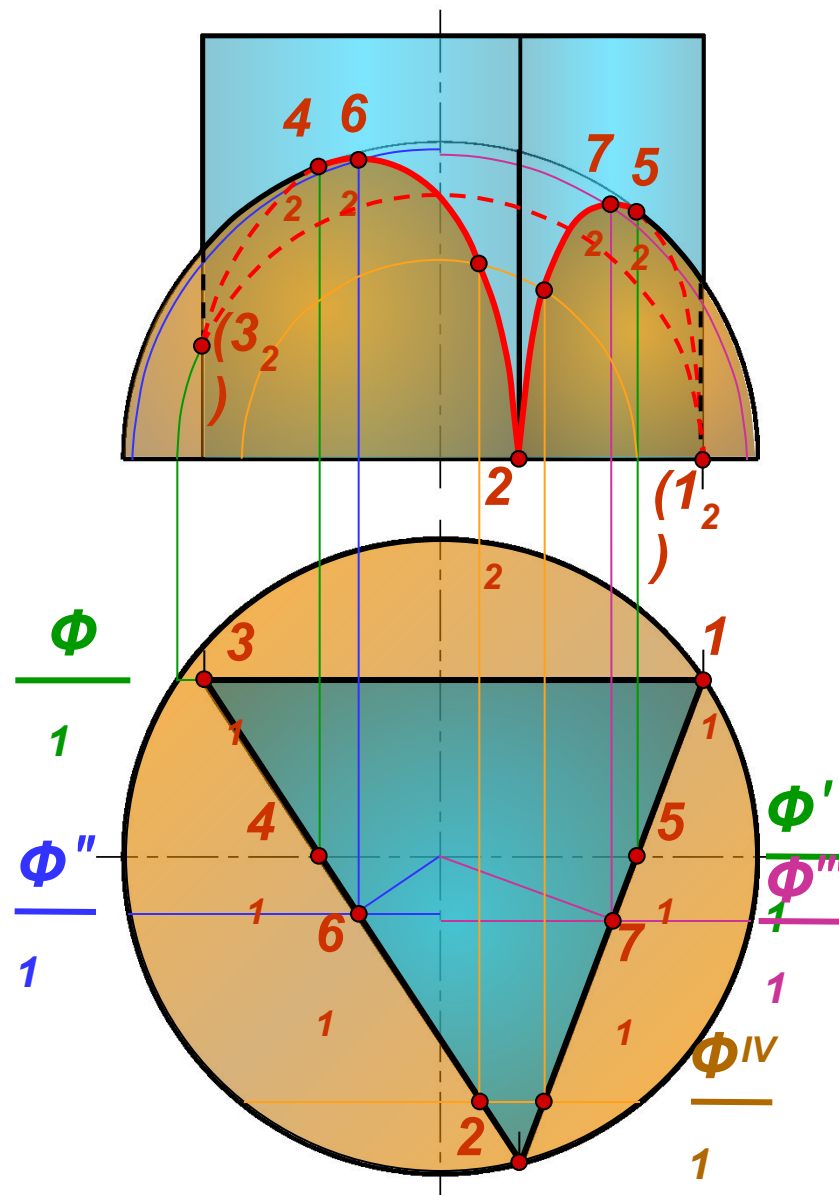


# 5.ПО



Тушевка повышает наглядность изображения.  
На  $\Pi_2$  видимая часть поверхности сферы ограничивается линией пересечения и видимой частью очерка сферы.

# 5.ПО



На  $\Pi_2$  заканчиваем оформление изображения, затушевывая видимую часть поверхности призмы.