Презентация по геометрии.

Подготовили ученики 9б класса
Лунин Александр
Горемыкин Олег

Бенефис одной задачи.

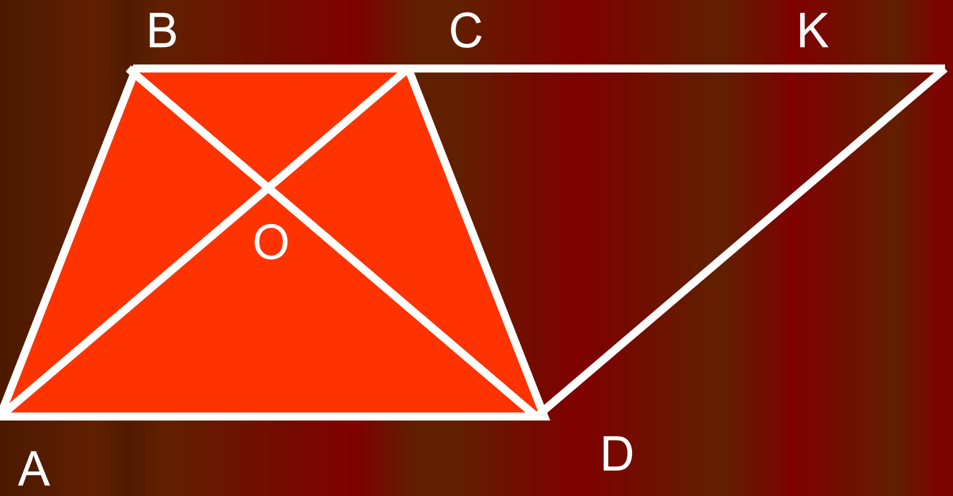
(В одной задаче – почти вся планиметрия!)

Задача.

В трапеции диагонали длиной 6 см и 8 см взаимно перпендикулярны.

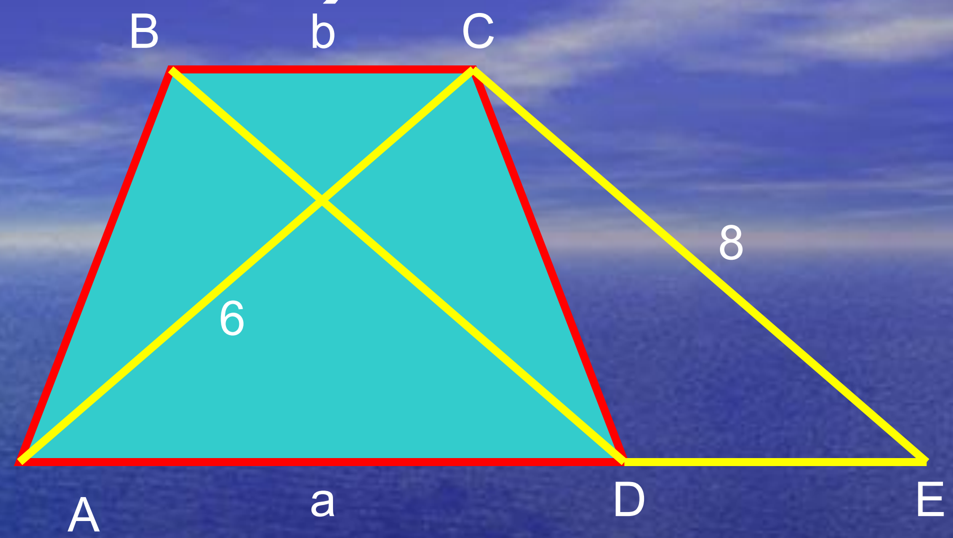
Найдите длину средней линии трапеции.

Способ №1



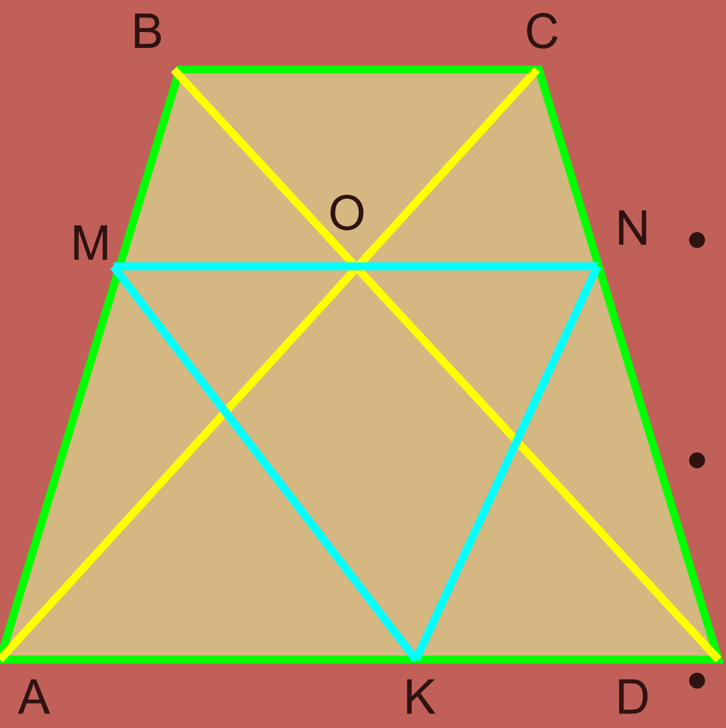
- 1. Продолжим *BC* вправо. Проведем *DK || AC.* Так как ACKD – параллелограмм, то *DK*=6 см.
- 2. *BD*$\perp$*DK,* так как *BD* $\perp$ *AC.* Δ BDK – прямоугольный.
- *BK*=$\sqrt{BD^2+DK^2}$;
- *BK*= $\sqrt{8^2+6^2}$ =10(см).
- 3. *BK=BC+AD.* Средняя линия равна половине *BK*, то есть 5 см.
- *Ответ: 5 см.*

Способ №2 (похож на 1)



- Проведем *CE* || *BD* до пересечения с продолжением *AD*. *DE* = *BC*, так как *DBCE* – параллелограмм. *AE* вычислим по теореме Пифагора из Δ*ACE* (*CE* || *BD*, но *BD* ⊥ *AC*, следовательно, *CE* ⊥ *AC*):
- $AE = \sqrt{AC^2 + CE^2}$;
  $AE = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$(см).
- *AE = a+b*. Но средняя линия равна (a+b)/2 ,
- т.е. равна 5 см.
- Ответ: 5 см.

Способ №3

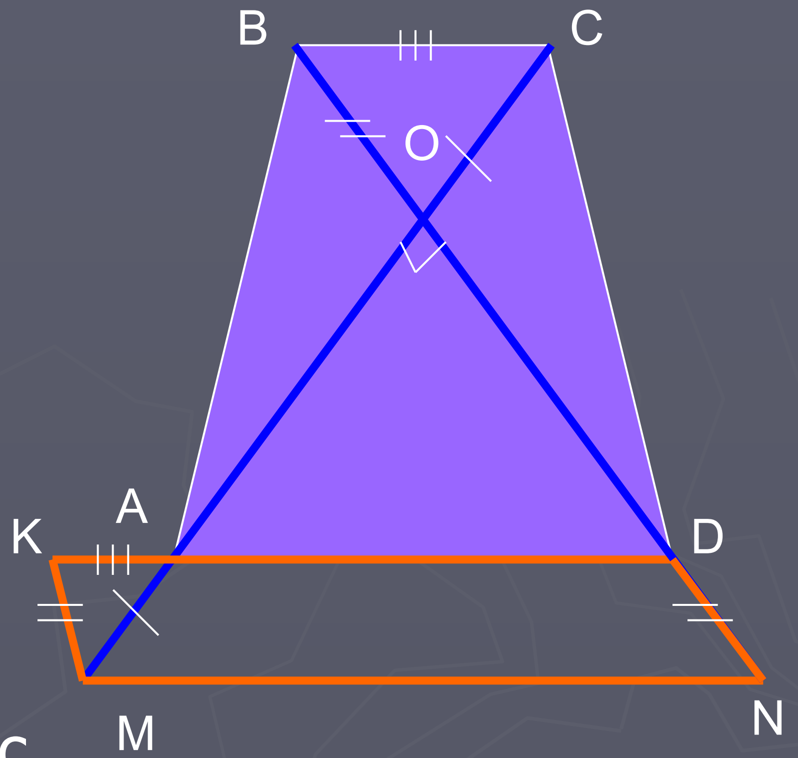


MN – средняя линия трапеции. Проведем *MK* || *BD* и соединим точки *N* и *K.*

- *NK* – средняя линия Δ*ACD*, следовательно *NK*=0,5 *AC*; *NK* = 3(см).
- *MK* – средняя линия Δ*ABD*, следовательно *MK*=0,5 *BD*; *MK*=4(см).
- Угол *MKN* равен углу *AOD* как углы с соответственно параллельными сторонами.
- Δ*MKN* – прямоугольный.
- $MN = \sqrt{MK^2 + NK^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} =$ =5(см).
- *Ответ: 5 см.*

Способ №4

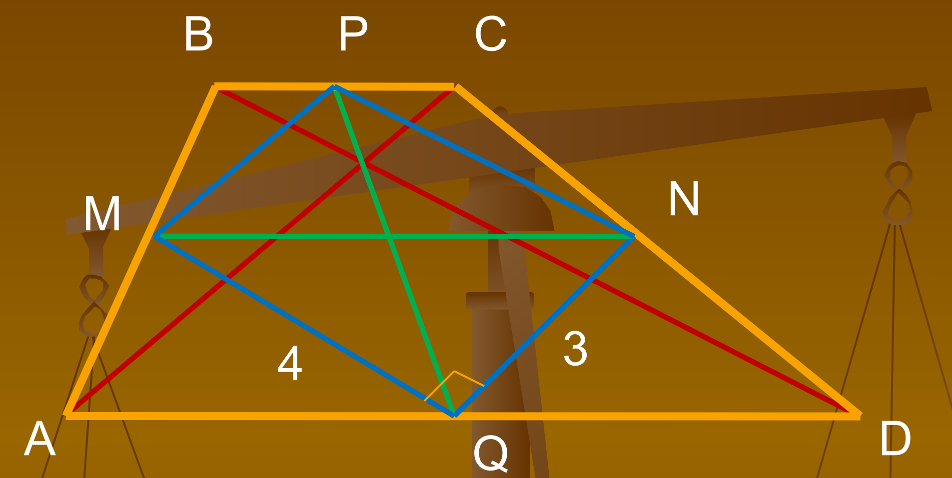
- 1.Продолжим *CA* на расстояние *AM = CO.* Через точку *M* проведем *MN* || *AD*. *BD* ∩ *MN* = *N*.
- 2. Δ*OMN* – прямоугольный, *OM* = 6 см, *ON* = 8 см. Следовательно, *MN* = 10 см (теорема Пифагора).
- 3. Проведем *MK* || *ND*. Продолжим *AD* до пересечения с *MK*. Δ*MAK* = Δ*BOC* (по I признаку), следовательно *AK* = = *BC*.
- 4. *MKDN* – параллелограмм, *DK*= *MN* = 10 см. Но
- *DK* = *AD+BC*. Значит, средняя линия равна 5 см.
- Ответ: 5 см.



Способ №5

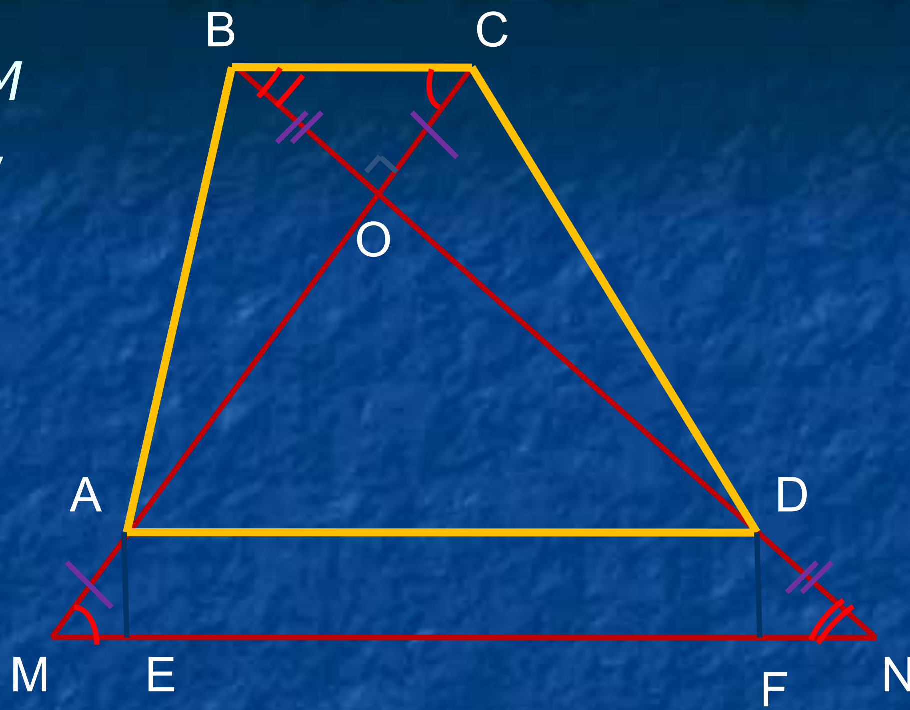
Соединим середины сторон трапеции. Легко доказать, что *MPNQ* – параллелограмм с прямым углом, т.е. прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см. Диагонали его *MN* = *PQ*= 5 см (египетский треугольник).

Ответ: *MN* = 5 см.



Способ №6

Продолжим *AC* за точку *A* так, что *AM* = *OC*. Продолжим *BD* за точку *D* так, что *DN* = *BO*. Итак, Δ*OMN* – прямоугольный с катетами 6 см и 8 см. По теореме Пифагора *MN* = 10 см. Проведем *AE* ⊥ *MN*, *DF* ⊥ *MN*, *OK* ⊥ *BC*.



Δ*AME* = Δ*KOC* и Δ*DFN* = Δ*BKO* по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Следовательно, *ME* = *KC* и *FH* = *BK*, т.е. *MN* = *AD* + *BC* = 10 (см).

Средняя линия равна (AD+BC)/2= =MN/2=10/2 = 5.

Ответ: 5 см.

Способ №7

Пусть $OC = x$, $BO = y$; тогда $AO = 6 - x$, $DO = 8 - y$. MN – средняя линия.

1. Из подобия ΔBOC и ΔAOD имеем:
$x/(6-x) = y/(8-y)$,
$8x - xy = 6y - xy$,
$8x = 6y$, $y = 4/3x$.

2. Из прямоугольного треугольника ΔBOC имеем:
$BC = \sqrt{x^2 + (4/3x)^2} = \sqrt{x^2 + 16/9x^2} = \sqrt{25/9x^2} = 5/3x$.

3. Из подобия ΔBOC и ΔAOD имеем:
$BC/AD = OC/AO$, $(5/3x)/AD = x/(6-x)$,
$AD = 5/3(6-x) = 10-5/3x$.

4. $MN = (AD + BC) = (5/3x+10-5/3x)/2 = 5$ (см).

Ответ: 5 *см*.

Способ №8

1.Из подобия ΔBOC и ΔAOD:

x/(6-x) = y/(8-y), y=4/3x.

2.Продолжим диагонали на отрезки, равные *CO* и *BO*.

3.Из ΔMON: *MN* = 10 см.

4. *AOD* подобен ΔMON;

MN = 4/3 AD, AD = 3/4MN = =3/4*10 = = 7,5 (см).

5.В ΔBOC:

BC = $x^2+(4/3x)^2$ = 5/√3x.

6.ΔBOC подобен ΔAOD.

BC/*AD* = *OC*/*AO*, $(5/3x^2)/7{,}5 = x/(6-x)$;

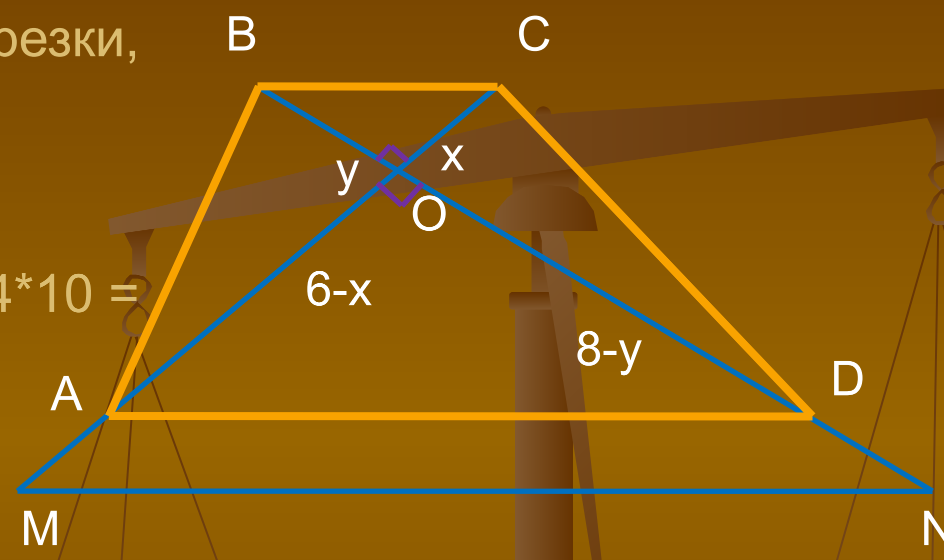
$10x-5/3x^2 = 7{,}5x$; $2{,}5x = 5/3x^2$; $7{,}5 = 5x$;

x = 1,5 (см).

7. *BC* = 5/3x = 5/3*1,5 = 2,5 (см).

8. Средняя линия равна (*AD*+*BC*)/2 = (7,5+2,5)/2 = 5.

Ответ: 5 см.



$\frac{1}{\cos^2 á}$

Способ №9 Тригонометрический

- 1. Из подобия Δ*BOC* и Δ*AOD*:

X/(6-x) = y/(8-y) , y =4/3 x.

- 2. Δ *BOC* – прямоугольный.

tg α =y/x =4/3x : x = y =4/3 .

- 3. Найдем *cos α* либо по формуле:

1+*tg²α* = 1/cos a,

либо методом треугольника: *cos α* = 3/5.

4. Из Δ*BOC*:

OC/BC = cos α, *BC* = *OC*/*cos α* =4*5/3 = 5/3 x.

- 5. Из Δ*AOD*:

AO/OD = *cos α*, *AD* = AO/ *cos α* = (6-x)/3/5 = 5(6-x)/3 .

- 6. Средняя линия равна

(AD+BC)/2 = 5 (см).

Способ №10 (тригонометрический)

1. Из подобия треугольников *BOC* и *AOD*:

$x/(6-x) = y/(8-y)$, $y = 4/3x$. $x/(6-x) = b/a$.

2. $ax = 6b - bx$, $(a+b)x = 6b$,

$(a+b)/2 = 3b/x$, $(a+b)/2 = 3/\sin\alpha$.

$tg\ \alpha = x/y = x/(4/3x) = 3/4$, $\alpha = arctg\ 3/4$.

3. $(a+b)/2 = 3/\sin(arctg\ 3/4) = 3\ /\ 3/5 = 5$.

4. $tg\ \alpha = 3/4$

$\sin\alpha = ?$

$\sin\alpha = 3/5$