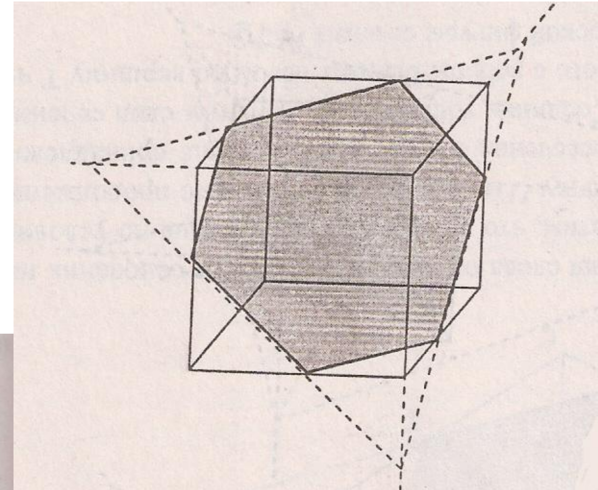
Моделирование в стереометрии

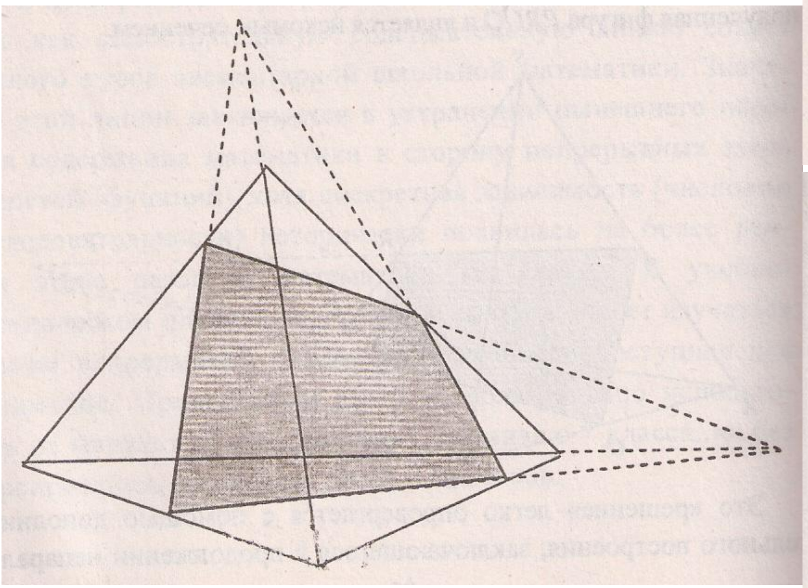
Построение сечений

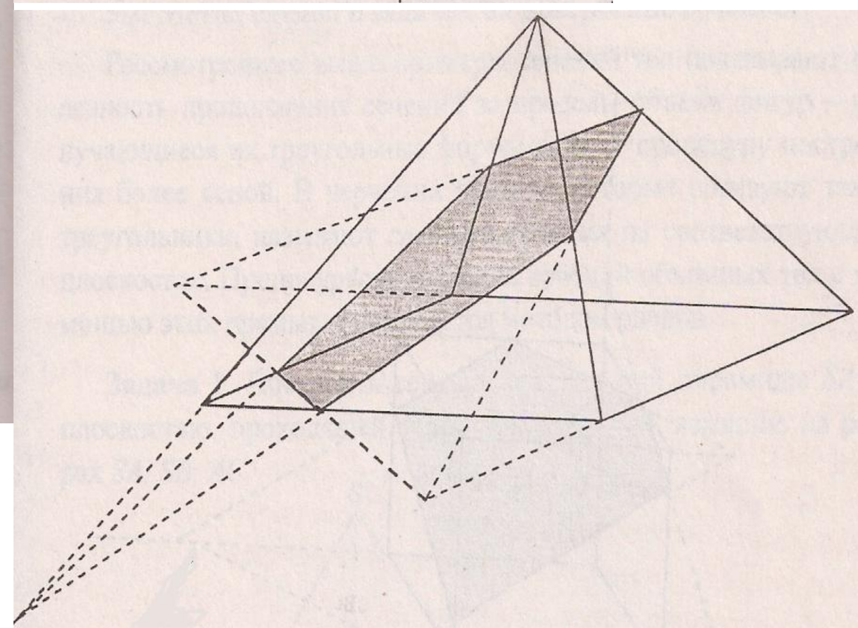
Теорема:

- Если две непараллельные прямые, принадлежащие одной плоскости, пересекают прямую, не лежащую в этой плоскости, то все три прямые пересекаются вместе в одной точке.

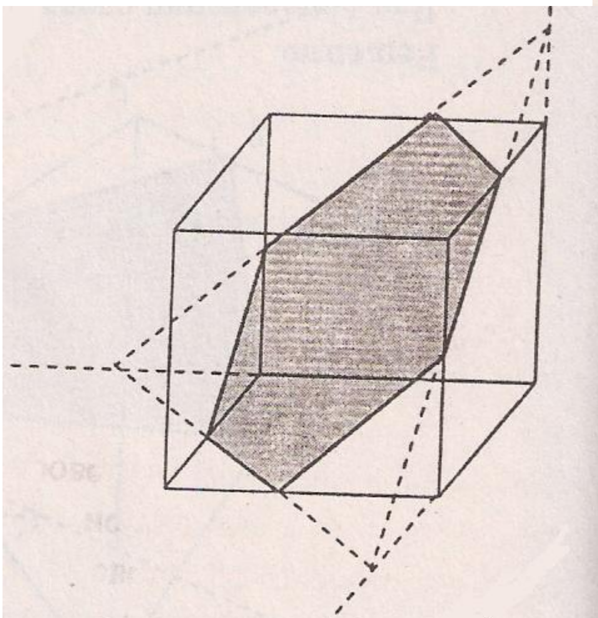
Примеры:

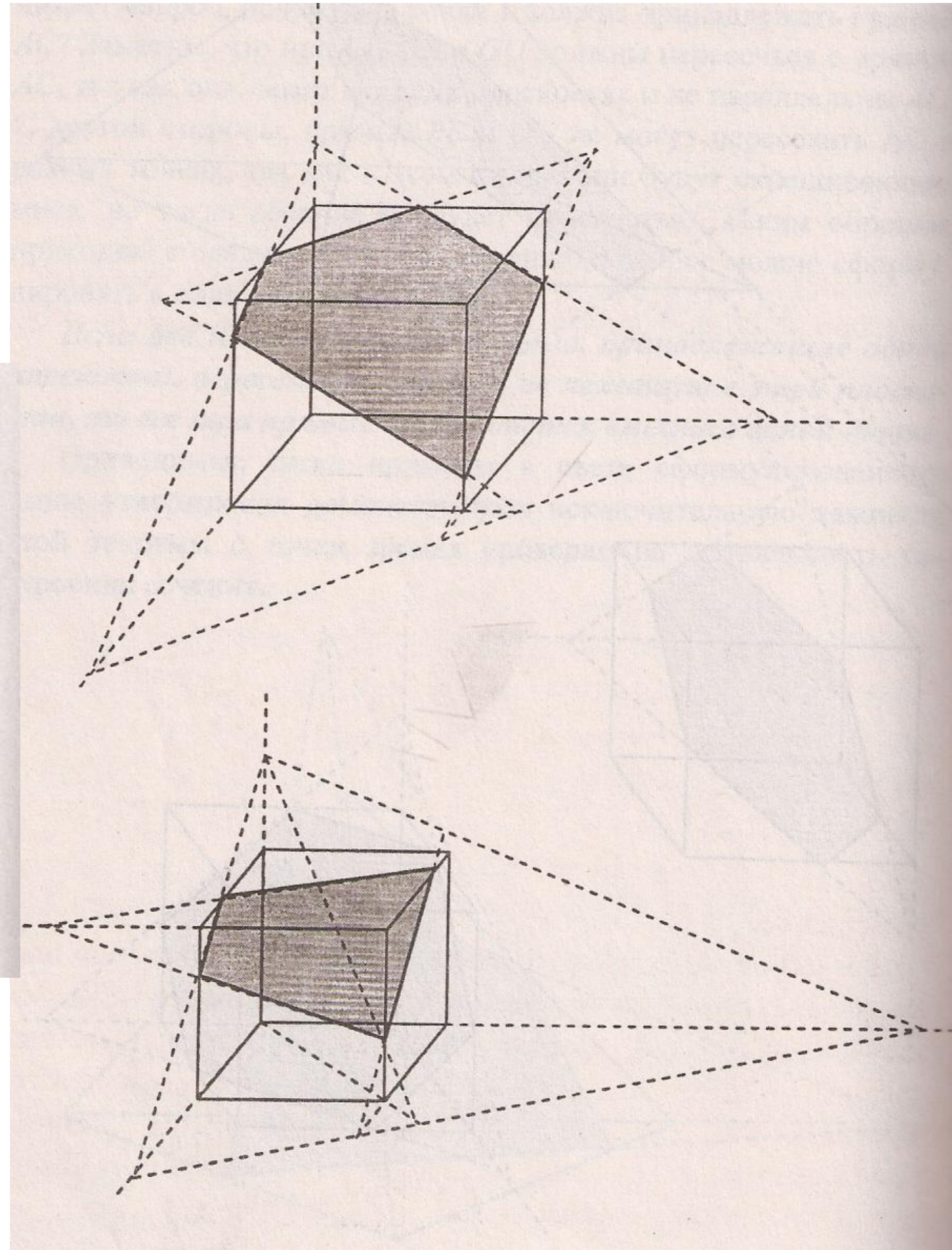






Примеры:





Метод следов в задачах на построение сечений

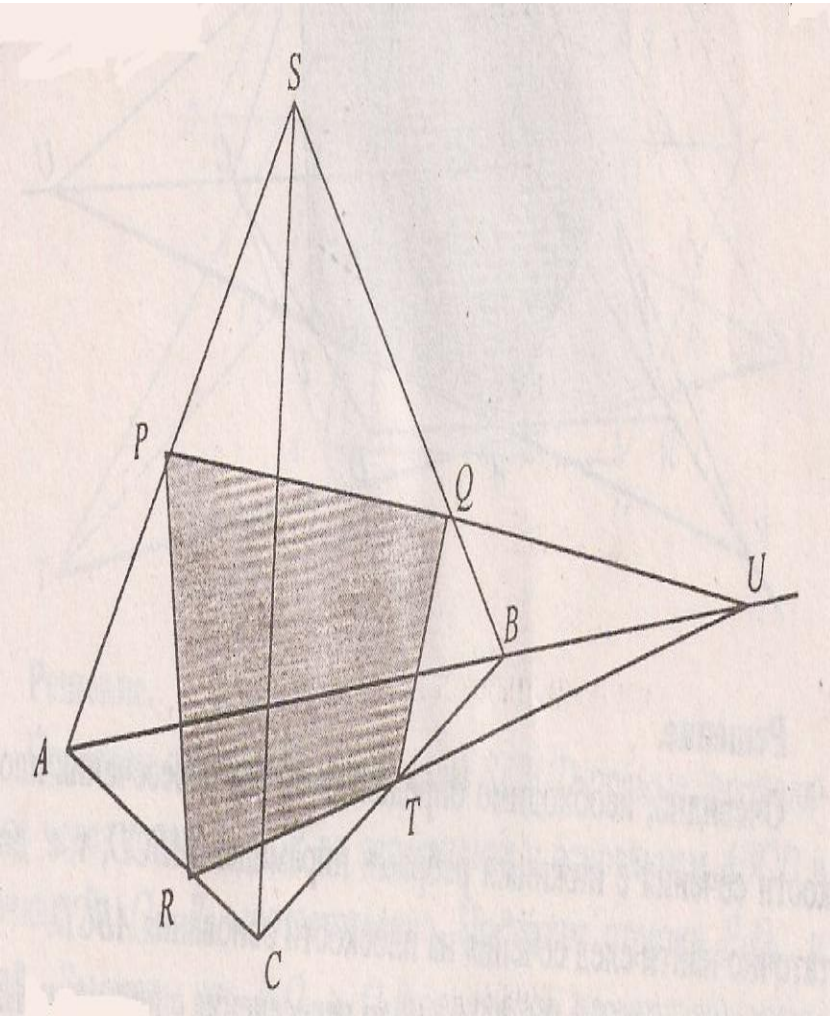
- Рассмотренные выше примеры сечения тел показывают полезность продолжения сечений за пределы объема фигур – получающиеся их треугольные формы делают процедуру построения более ясной. В черчении прямые, которые образуют такие треугольники, называют ***следами сечения*** на соответствующих плоскостях. Процедура нахождения сечений объемных тел с помощью этих прямых и называется *методом следов.*

Задача 1

- Построить сечение треугольной пирамиды SABC плоскостью, проходящей через точки P,Q ,R, лежащие на рёбрах SA,SB,AC.

Решение.

- Для определения следа сечения на плоскости основания пирамиды SABC заметим ,что одна его точка R задана по условию задачи, а другую точку U можно найти с помощью продолжения отрезкаPQ до пересечения с прямой AB, которая принадлежит основанию ABC. Соединив точки U и R, получим след сечения, пересечение которого с ребром BC дает искомую вершину T четырехугольной плоской фигуры сечения PRTQ.



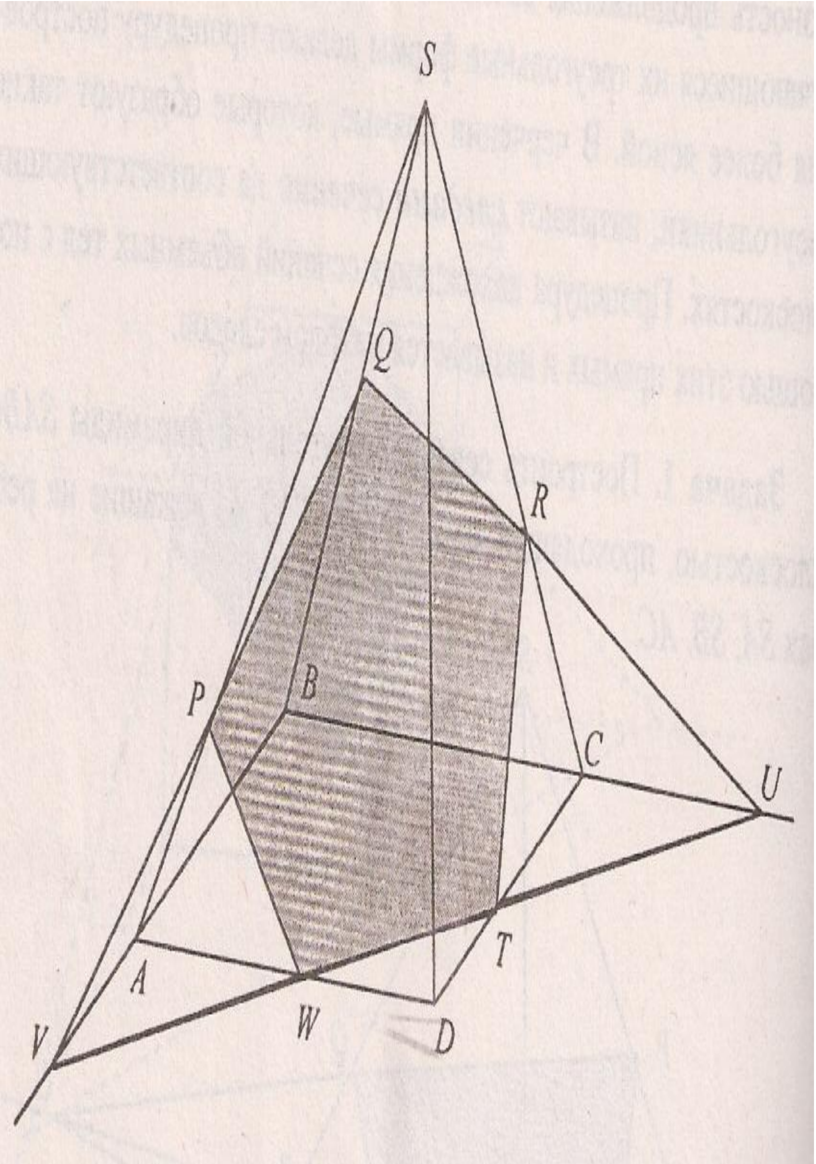
Задача 2

- Построить сечение четырехугольной пирамиды SABCD плоскостью, проходящей через точки P, Q, R, лежащие на боковых ребрах SA, SB, SC.

Решение

- Очевидно, необходимо определить точки пересечения плоскости сечения с нижними ребрами пирамиды SABCD, т. е. достаточно найти след сечения на плоскости основания ABCD.

  Продолжая отрезки PQ и QR до пересечения с прямыми AB и BC, принадлежащими плоскости ABCD , найдем точки V и U. Соединив эти точки, получим след плоскости сечения на грани ABCD пирамиды. Точки пересечения T и W следа со сторонами основания ABCD и являются искомыми вершинами сечения пирамиды ABCD.

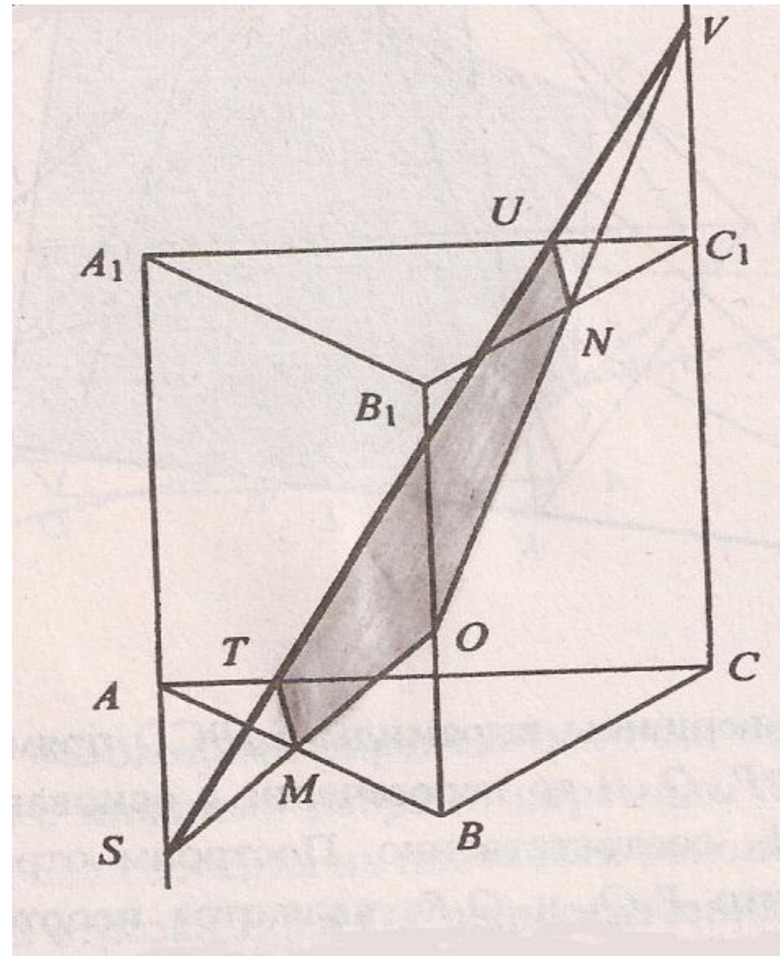


Задача 3

- Построить сечение треугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$, проходящее через три заданные точки M, O, N, лежащие на соседних ребрах AB, BB_1 , B_1C_1.

Решение:

. Очевидно, что прямая OM представляет собой след плоскости сечения призмы на её грани AA_1BB_1. Точка S её пересечение с продолжением ребра AA_1 принадлежит следу плоскости сечение на грани AA_1CC_1. Чтобы найти другую точку V этого следа, продолжим прямую ON до пересечения с продолжением ребра CC_1. Соединив эти точки, получим линию сечения, пересекающую ребра грани AA_1BB_1 в точках T и U. **Пятиугольник MONUT – искомое сечение.**

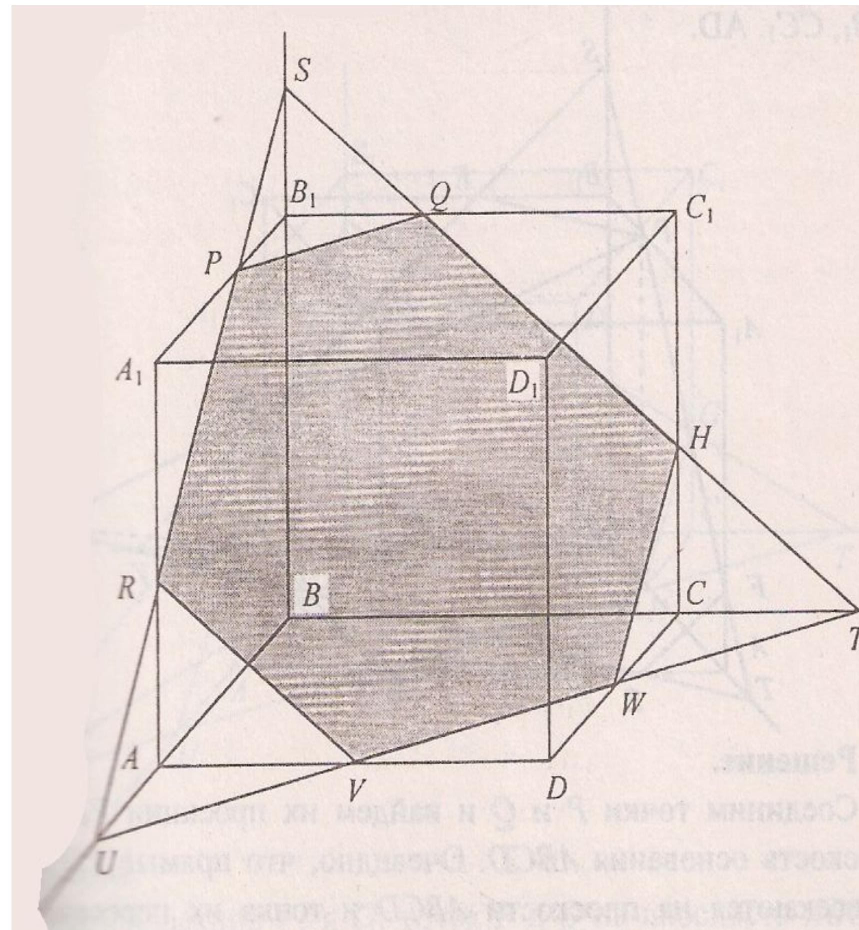


Задача 4

- Построить сечение куба **$ABCDA_1B_1C_1D_1$**, проходящее через три точки **P, Q, R,** лежащие на соседних ребрах **A_1B_1, B_1C_1, AA_1.**

Решение:

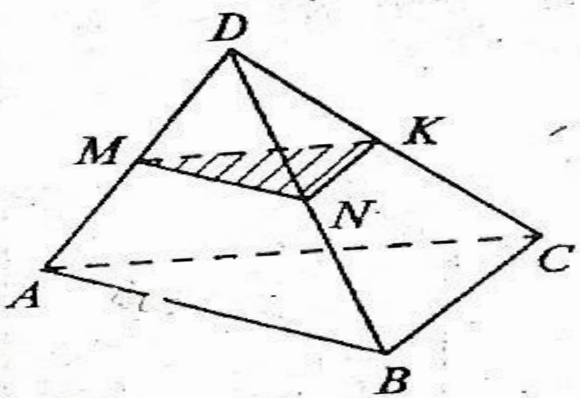
- **Соединим точки P и Q, P и R между собой. Прямая PR представляет собой след плоскости сечения куба на плоскости его грани AA_1BB_1. Точки пересечения U и S этого следа с продолжениями ребер AB и BB_1 являются точками следов сечения на гранях ABCD и BB_1CC_1. Так как точка Q тоже принадлежит грани BB_1CC_1, находим след сечения ST на этой грани. Соединив точки T и U, получаем третий след сечения на плоскости ABCD. Точки пересечения найденных трех следов с ребрами куба и определяют его шестиугольное сечение PRVWHQ.**



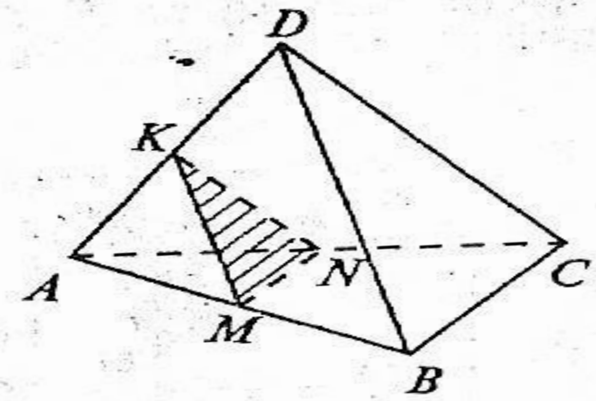
1. Объясните, как построить сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через данные точки M, N, K.

2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если M, N, K — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно a.

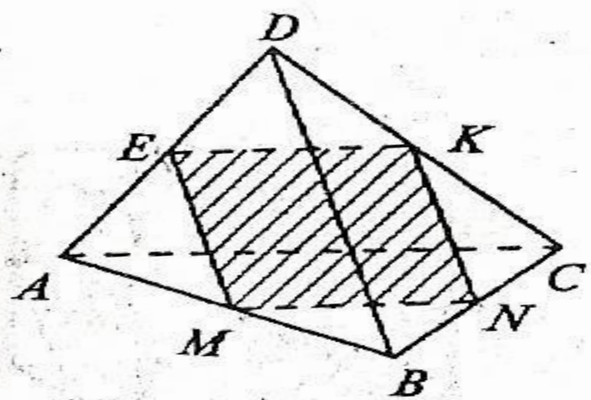
1.



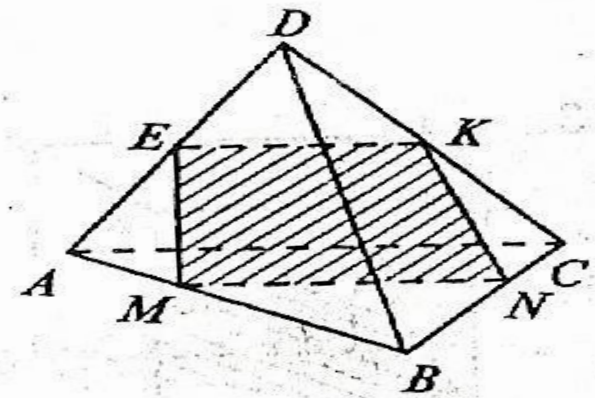
2.



3.



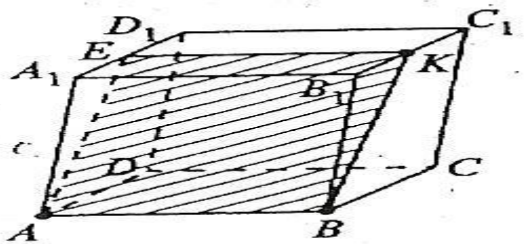
4.



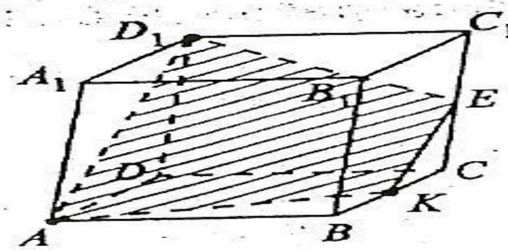
$MN \parallel AC$

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки:

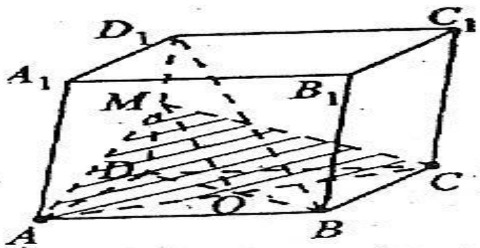
1) A, B, K;



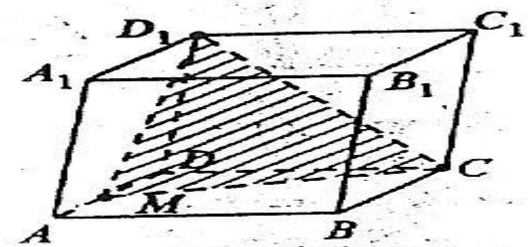
2) A, D_1, K;



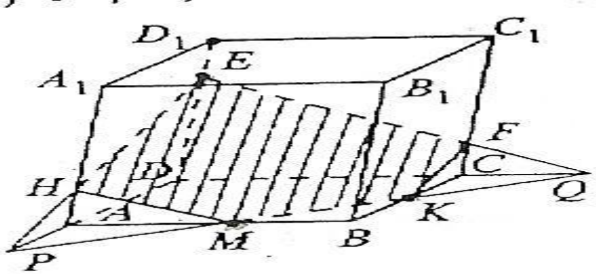
3) A и C параллельно диагонали BD_1;



4) M, D_1, C;



5) M, E, K;



6) K, M, N.