

# ЗОЛОТАЯ ТЕОРЕМА ГЕОМЕТРИИ

Различные доказательства  
теоремы Пифагора  
8 класс

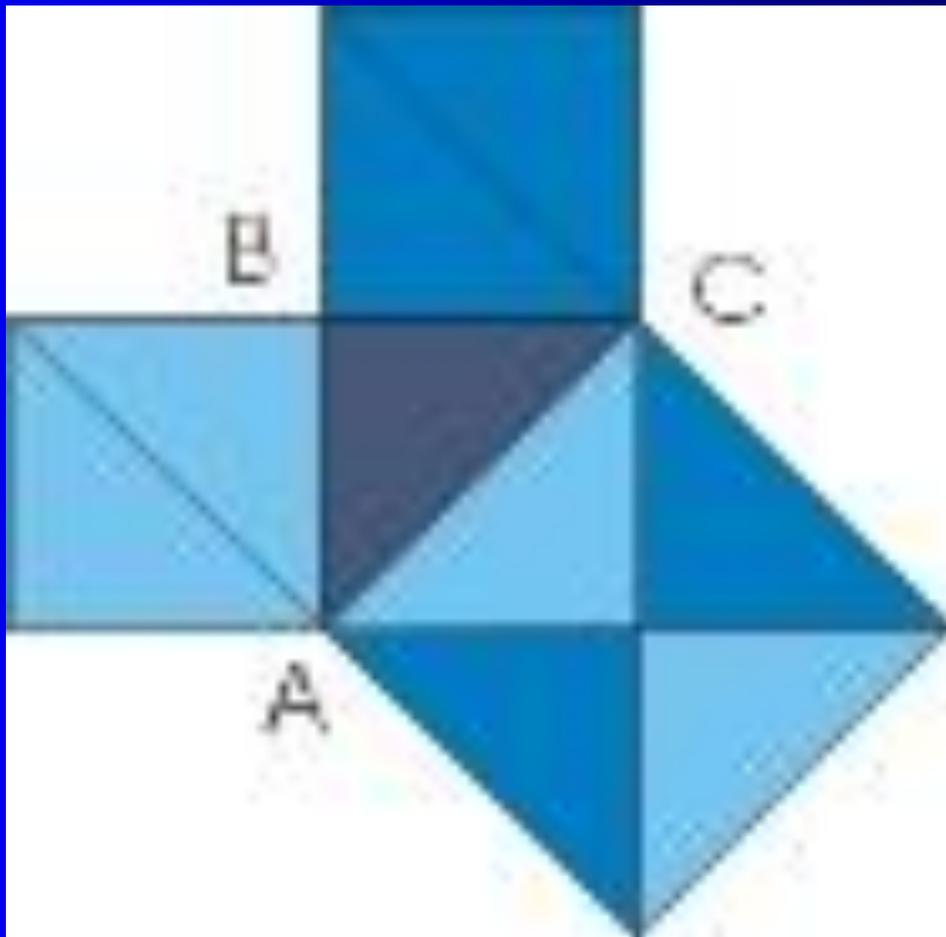
МОУ “Яконурская средняя общеобразовательная школа”  
Учитель математики Елекова Эльвира Михайловна

# Золотая теорема геометрии

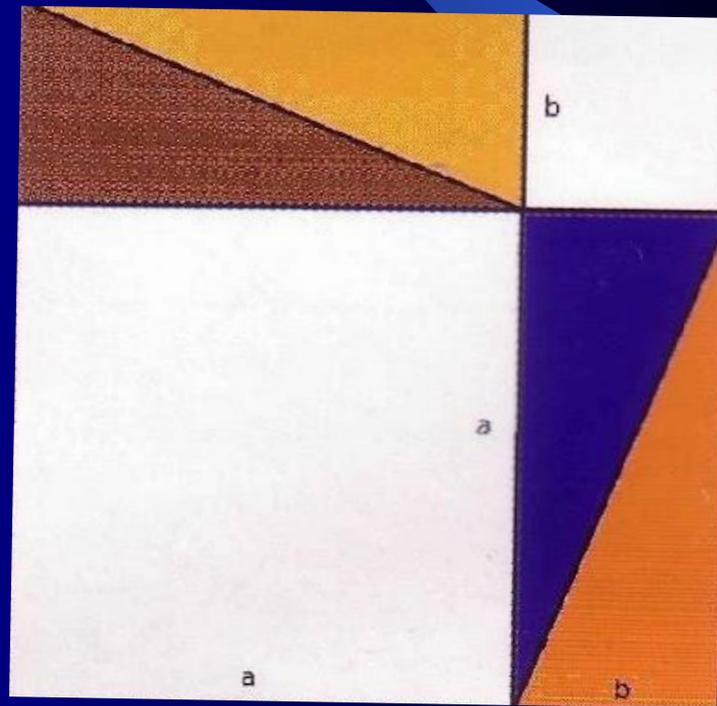
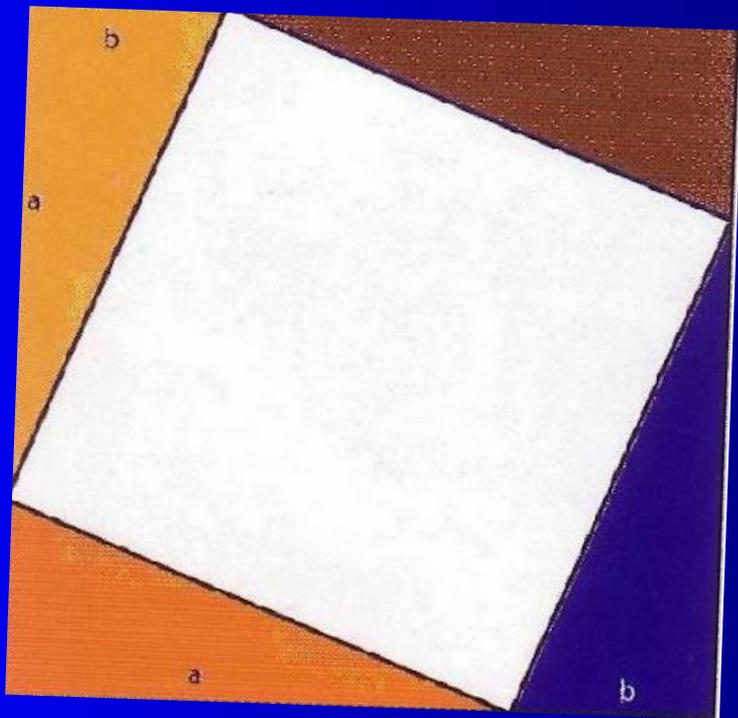


- Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов.

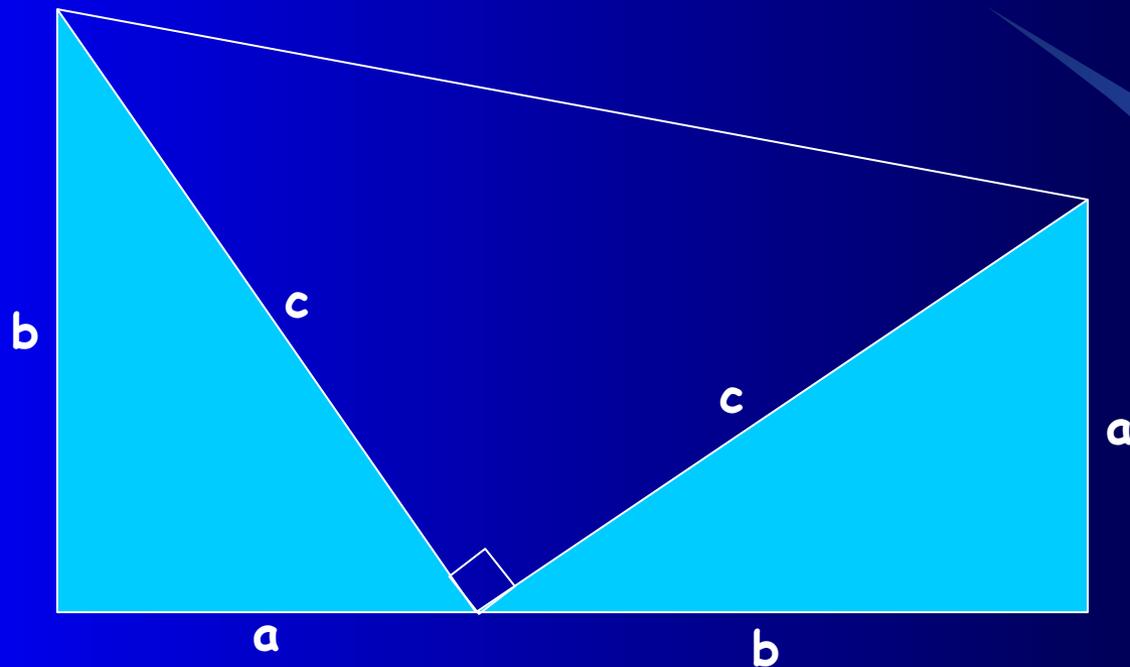
Смотри и докажи!  
( $\triangle ABC$ - прямоугольный равнобедренный)



Смотри и докажи!



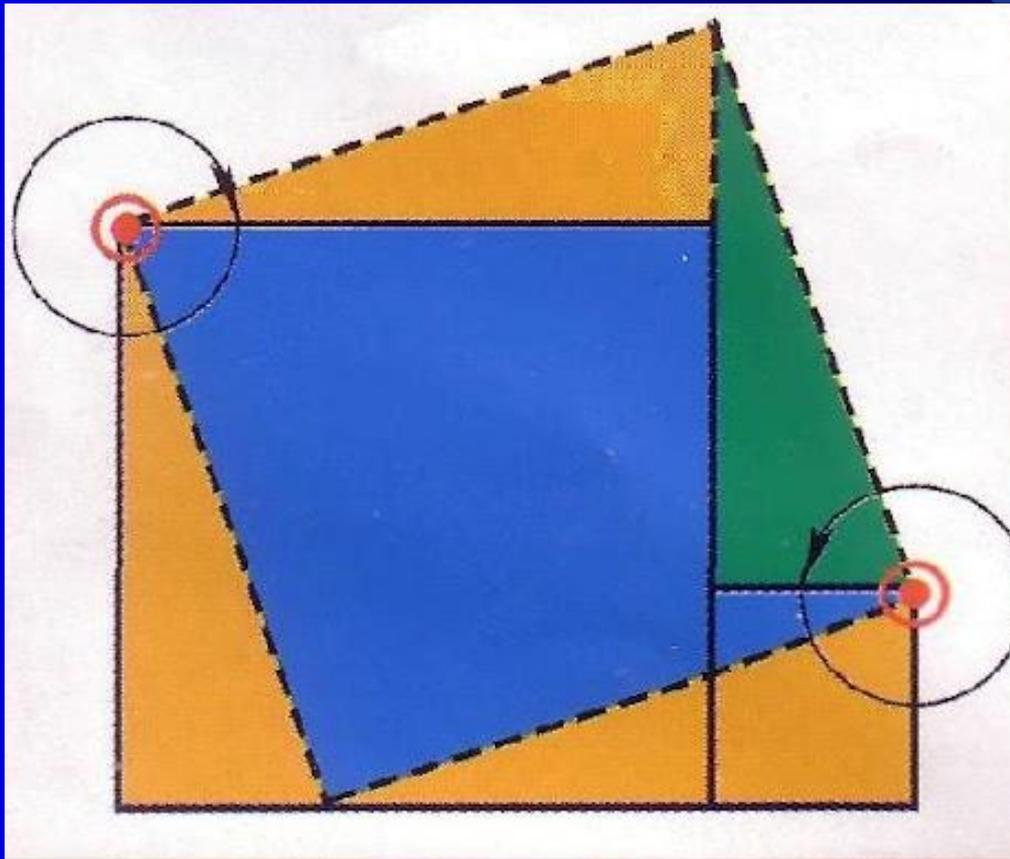
# Доказательство Вальдхейма ( по некоторым данным: Джеймса Гарфилда (двадцатого президента США, 1880 г)



Площадь трапеции с основаниями  $a$  и  $b$ , и высотой  $a+b$  можно вычислить двумя способами:

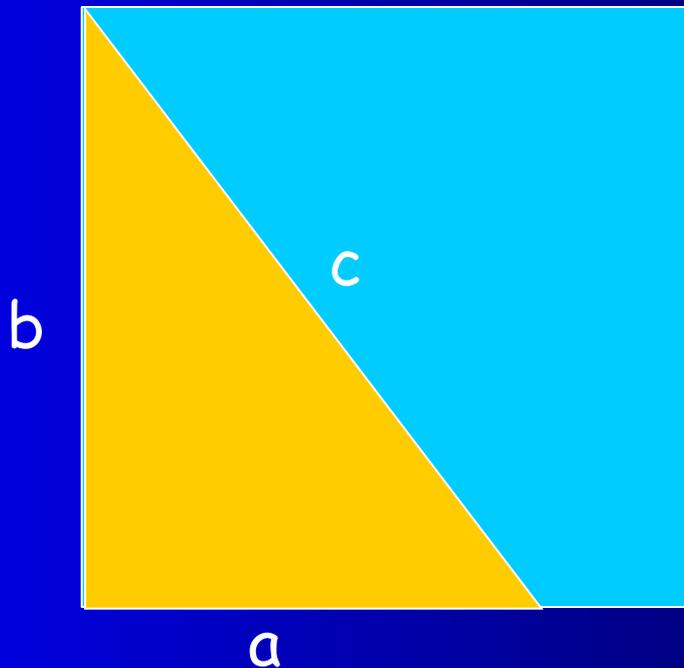
$$S = (a+b)^2/2 \quad S = 2(ab/2) + c^2/2$$

Смотри и докажи, применяя свойства площадей.

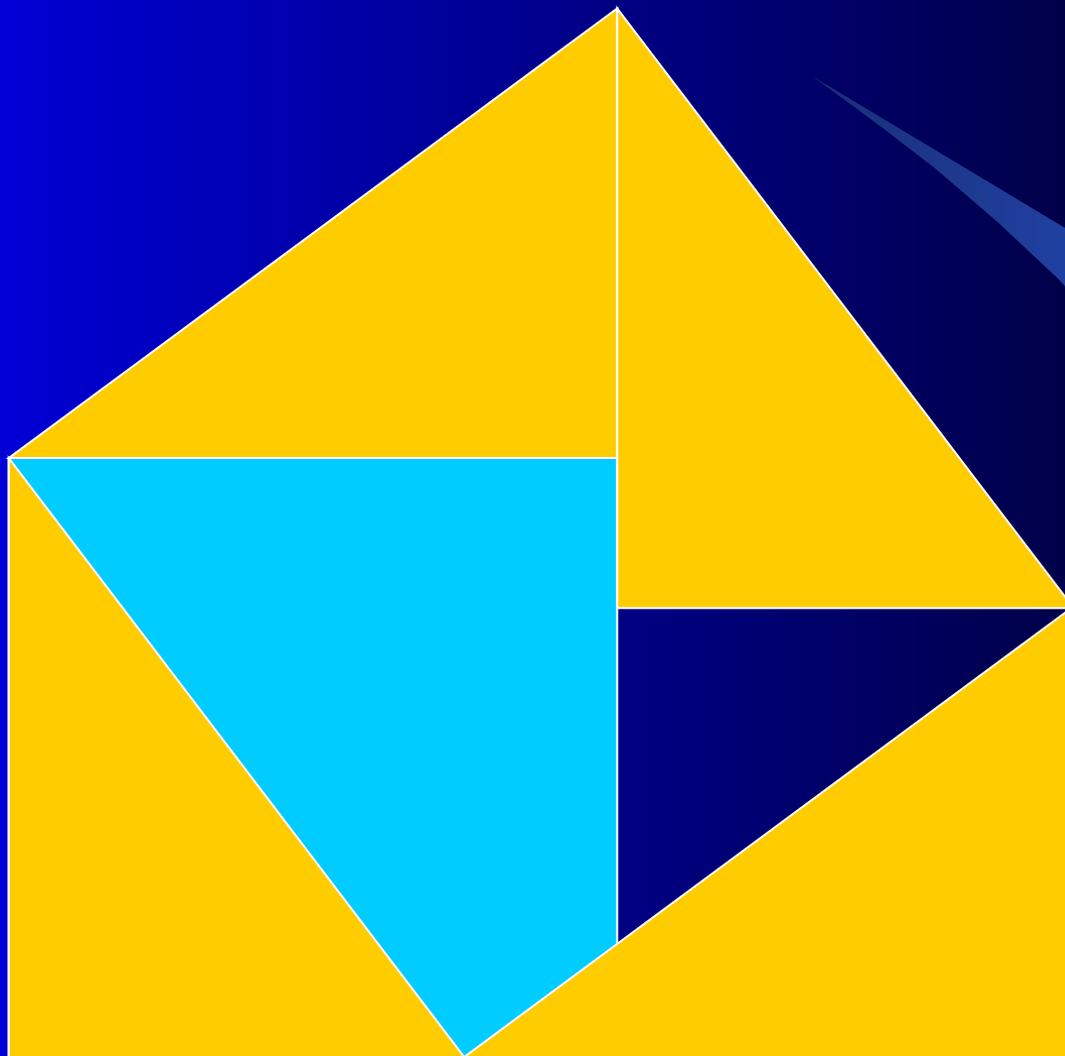


# Доказательство индийского математика Басхары

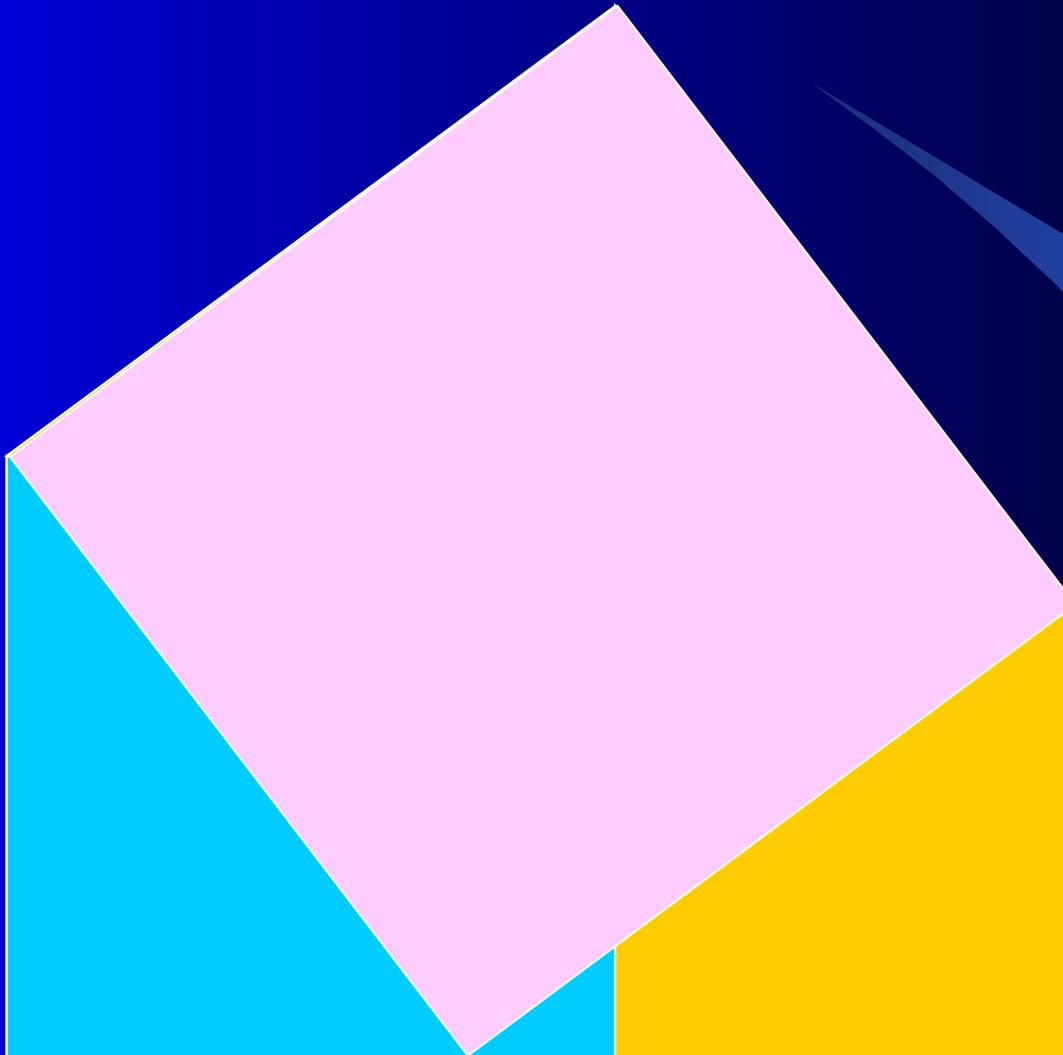
Достроим прямоугольный треугольник до квадрата со стороной, равной длине большего катета  $b$



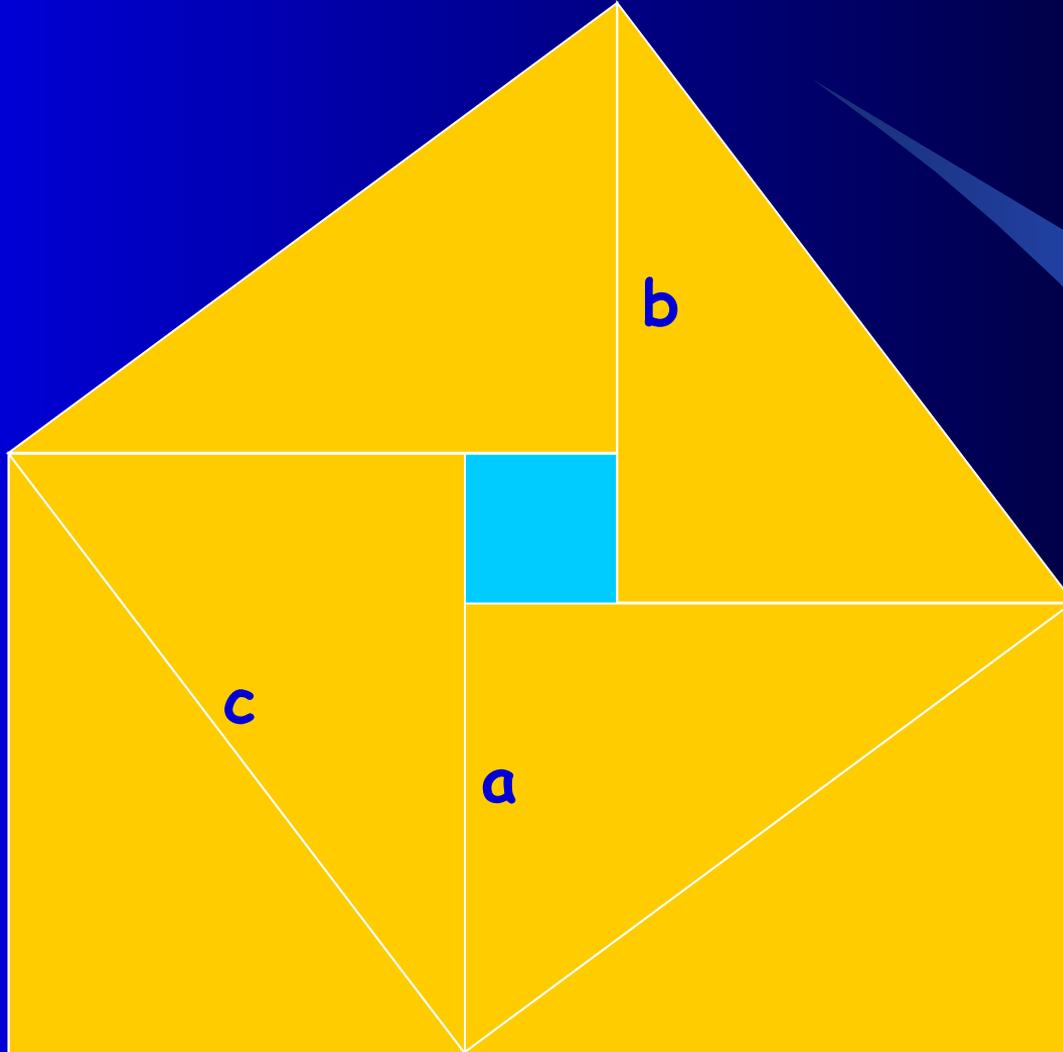
Отложим точно такие же треугольники как показано на рисунке.



На рисунке есть квадрат, площадь которого равна  $b^2$   
Есть квадрат, площадь которого равна  $c^2$



Квадрат со стороной  $c$  состоит из четырех треугольников с катетами  $a$  и  $b$  и одного квадрата со стороной  $b-a$



## Рассуждения:

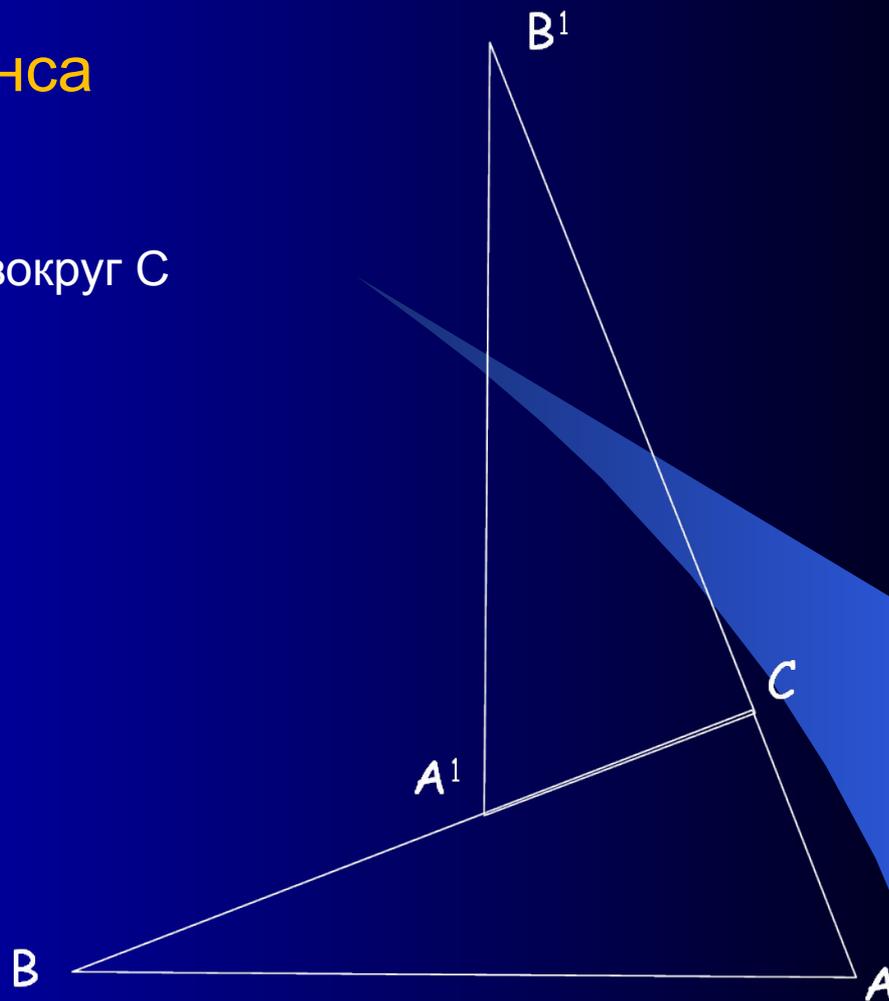
Большой квадрат состоит из четырех равных прямоугольных треугольников с катетами  $a$  и  $b$  и одного квадрата со стороной  $b-a$

$$\begin{aligned} & \text{т.е. } c^2 = 4 \cdot S_{\text{тр}} + (b-a)^2 = \\ & = 4 \cdot (ab/2) + (b-a)^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2 = \\ & = a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Итак,  $c^2 = a^2 + b^2$  что и требовалось доказать.

# Доказательство Хоукинса

Повернем треугольник  $ABC$  вокруг  $C$  на  $90^\circ$



## Рассуждения

$$S_{CAA^1} = b^2/2$$

$$S_{CBB^1} = a^2/2$$

$$S_{AA^1BB^1} = (a^2 + b^2)/2$$

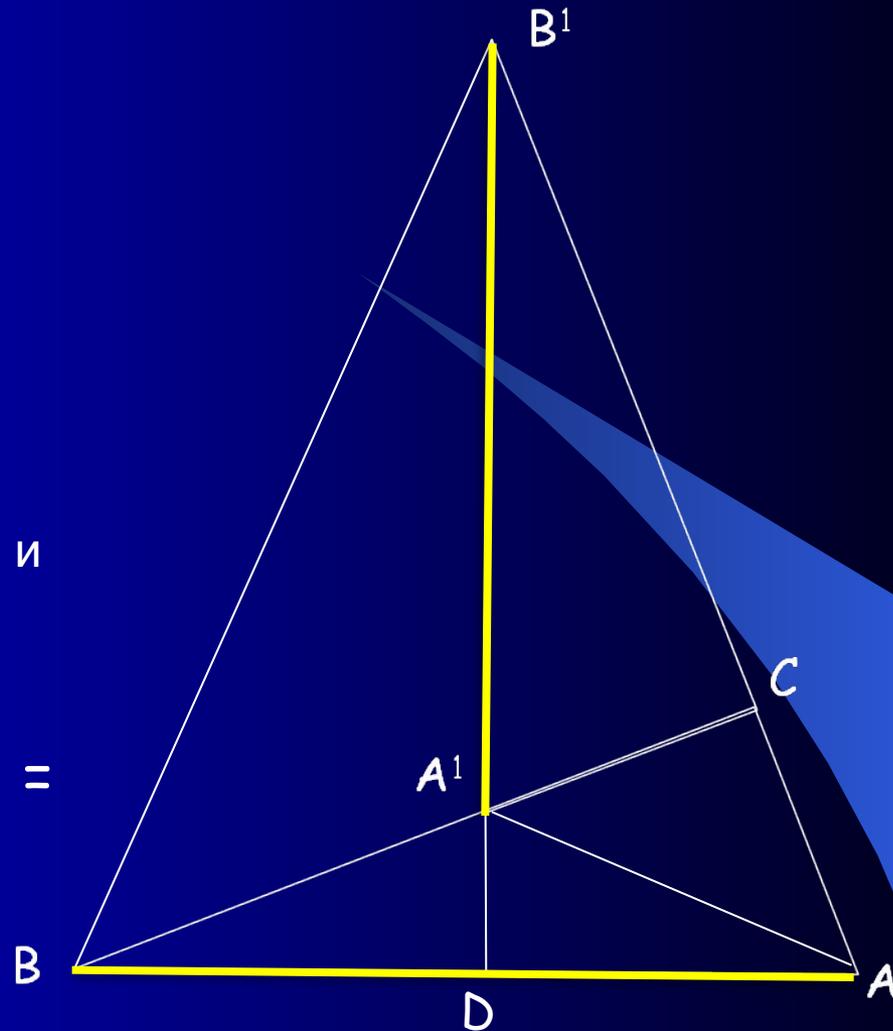
$c$  - общая сторона  $\triangle A^1BB^1$  и  $\triangle A^1AB^1$   $B^1D \perp AB$

$$S_{AA^1BB^1} = (c \cdot BD + c \cdot AD)/2 = (c \cdot AB)/2 = c^2/2$$

$$(a^2 + b^2)/2 = c^2/2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

что и требовалось доказать.



# Образовательные ресурсы

1. Теорема Пифагора - история, доказательства, применения.  
<http://th-pif.narod.ru/index.htm>
2. Сайт учителя Шапошникова И.М. Геометрия.  
<http://мойпифагор.narod.ru>
3. Теорема Пифагора.  
<http://th-pif.narod.ru/formul.htm>
4. В. Литцман Теорема Пифагора.  
<http://ega-ath.narod.ru/Books/Pythagor.htm>