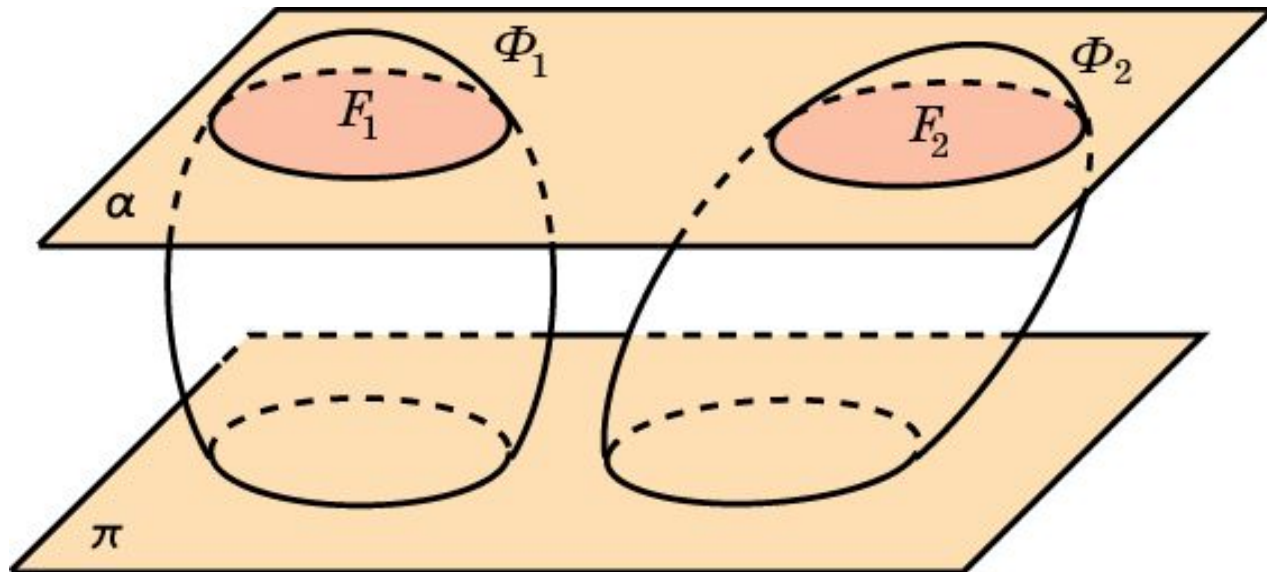


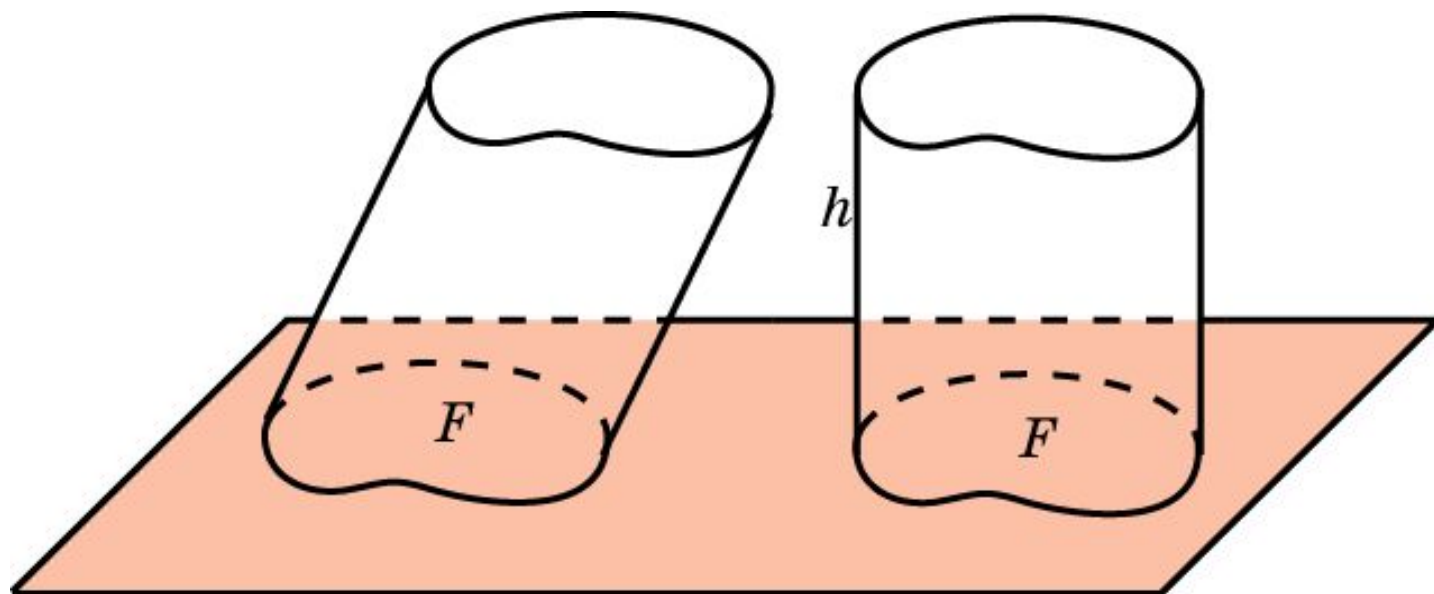
# Принцип Кавальери

Принцип Кавальери. Если при пересечении двух фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  в пространстве плоскостями, параллельными одной и той же плоскости, в сечениях получают фигуры  $F_1$  и  $F_2$  одинаковой площади, то объемы исходных пространственных фигур равны.



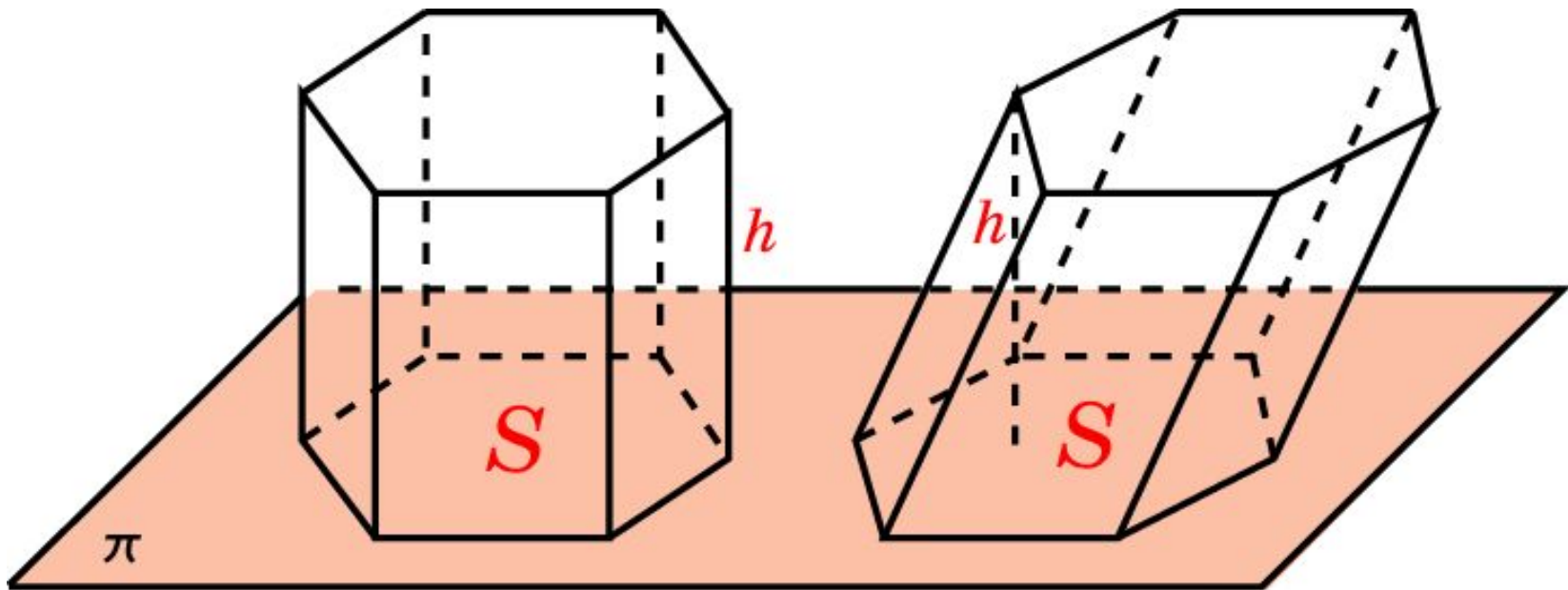
# Объем наклонного цилиндра

Теорема. Объем наклонного обобщенного цилиндра равен произведению площади его основания на высоту.



# Объем наклонной призмы

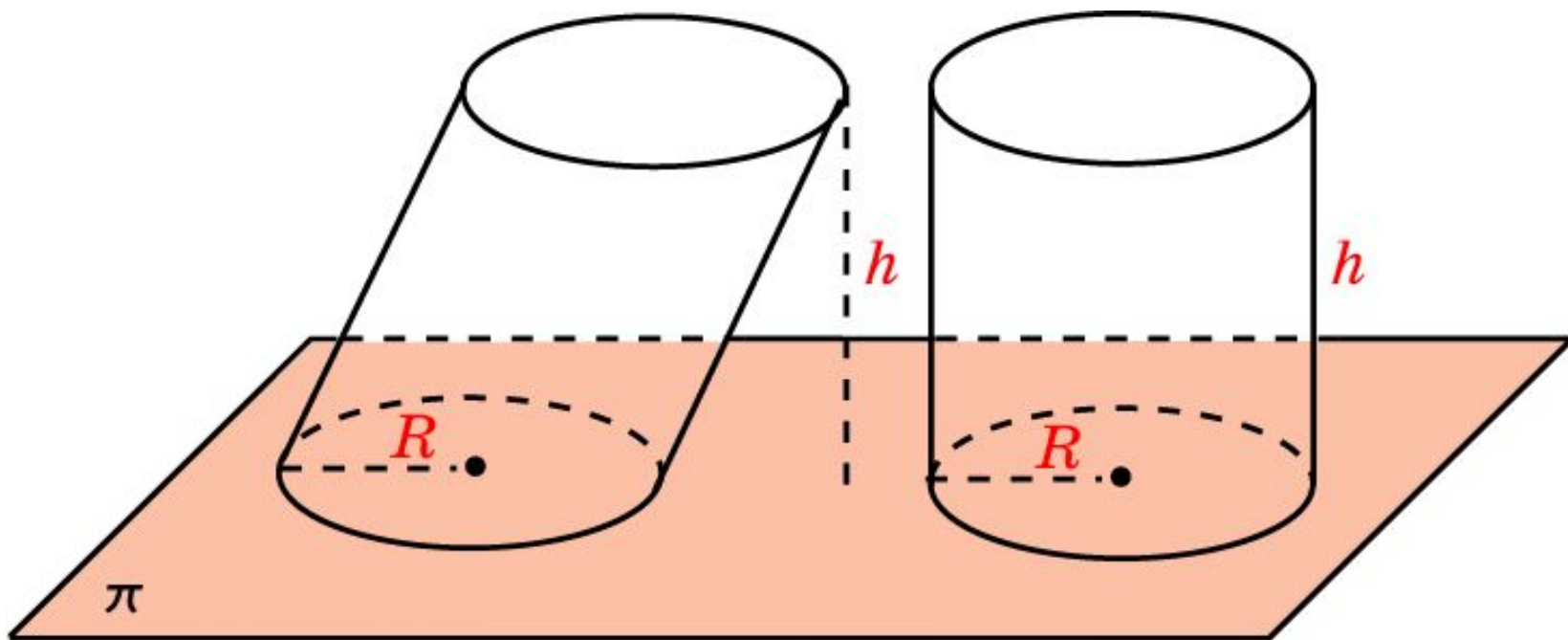
**Следствие 1.** Объем наклонной призмы с площадью основания  $S$  и высотой  $h$  вычисляется по формуле  $V = S \cdot h$ , где  $S$  - площадь основания,  $h$  - высота призмы.



$$V = S \cdot h$$

# Объем наклонного цилиндра

Следствие 2. Объем наклонного кругового цилиндра, высота которого равна  $h$  и радиус основания  $R$ , вычисляется по формуле  $V = \pi R^2 \cdot h$ .



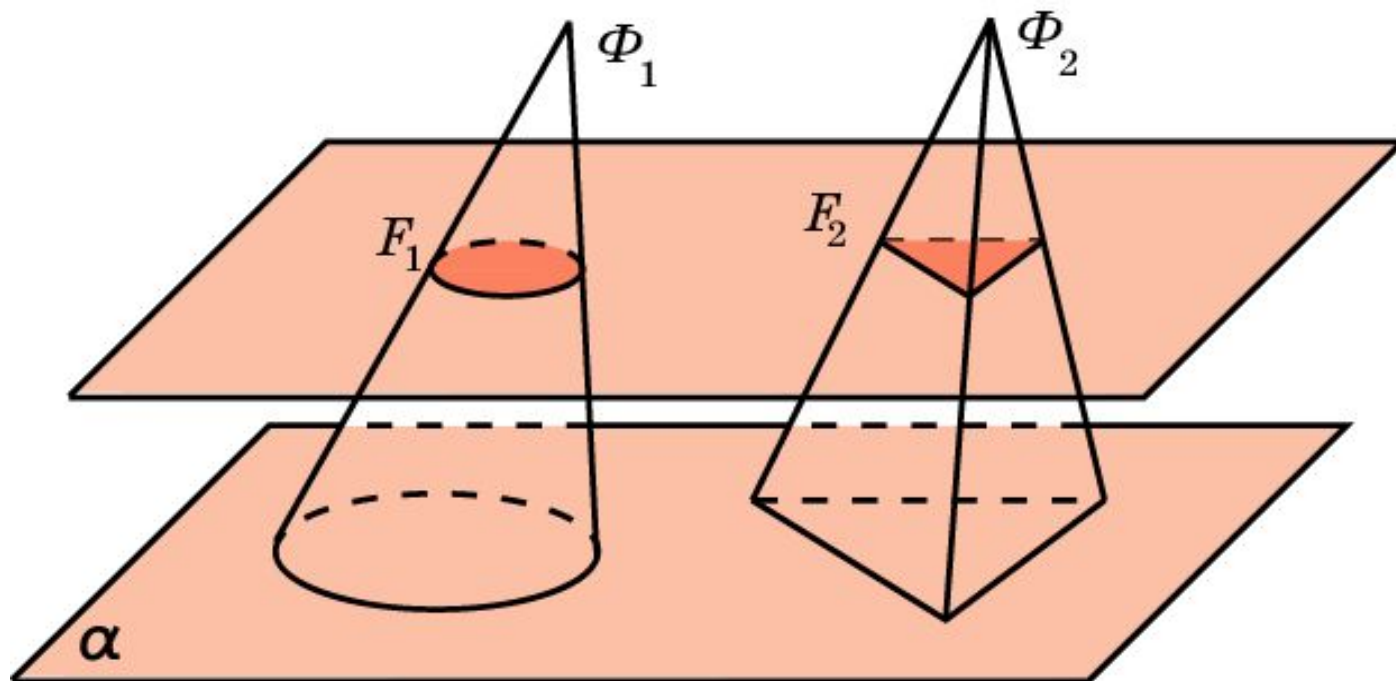
$$V = \pi R^2 \cdot h$$

# Обобщенный конус

Пусть  $F$  - фигура на плоскости  $\pi$ , и  $S$  - точка вне этой плоскости. Отрезки, соединяющие точки фигуры  $F$  с точкой  $S$ , образуют фигуру в пространстве, которую мы будем называть **обобщенным конусом**. Фигура  $F$  называется **основанием** обобщенного конуса, точка  $S$  - **вершиной** обобщенного конуса. Перпендикуляр, опущенный из вершины конуса на плоскость основания, называется **высотой** обобщенного конуса.

Частным случаем обобщенного конуса является конус и пирамида.

**Теорема.** Если два конуса имеют равные высоты и основания равной площади, то их объемы равны.



## Упражнение 1

Верно ли, что две пирамиды, имеющие общее основание и вершины, расположенные в плоскости, параллельной основанию, равновелики?

Ответ: Да.

## Упражнение 2

Верно ли, что любая плоскость, проходящая через центры оснований наклонного кругового цилиндра, делит его на равновеликие части?

Ответ: Да.

## Упражнение 3

В основаниях наклонной призмы квадраты. Верно ли, что любая плоскость, проходящая через центры квадратов, делит призму на две равновеликие части?

Ответ: Да.



## Упражнение 4

Два цилиндра имеют равные высоты, а площадь основания одного в два раза больше площади основания другого. Как относятся их объемы?

Ответ: 2:1.

## Упражнение 5

Верно ли, что любая плоскость, проходящая через вершину и центр основания наклонного кругового конуса, делит его на равновеликие части?

Ответ: Да.

## Упражнение 6

В основании пирамиды квадрат. Верно ли, что любая плоскость, проходящая через вершину пирамиды и центр основания, делит пирамиду на две равновеликие части?

Ответ: Да.

## Упражнение 7

Два конуса имеют равные высоты, а площадь основания одного в три раза больше площади основания другого. Как относятся их объемы?

Ответ: 3:1.

## Упражнение 8

Найдите объем наклонной призмы, площадь основания которой равна  $S$ , а боковое ребро  $b$  наклонено к плоскости основания под углом  $\phi$ .

Ответ:  $V = S \cdot b \cdot \sin \phi$ .

## Упражнение 9

Стороны основания параллелепипеда равны 6 дм и 8 дм, угол между ними  $45^\circ$ . Боковое ребро равно 7 дм и наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

Ответ:  $168 \text{ дм}^3$ .

## Упражнение 10

Найдите объем наклонного параллелепипеда, у которого площадь основания равна  $Q$ , а боковое ребро, равное  $b$ , наклонено к плоскости основания под углом  $\phi$ .

Ответ:  $Q \cdot b \cdot \sin \phi$ .

# Упражнение 11

Найдите объем наклонного кругового цилиндра, радиус основания которого равен  $R$  и образующая  $b$  наклонена к плоскости основания под углом  $\phi$ .

Ответ:  $\pi \cdot R^2 \cdot b \cdot \sin \phi$ .



## Упражнение 12

Основанием наклонного параллелепипеда служит квадрат, сторона которого равна 1 м. Одно из боковых ребер образует с каждой прилежащей стороной основания угол в  $60^\circ$  и равно 2 м. Найдите объем параллелепипеда.

Ответ:  $\sqrt{2}$  м<sup>3</sup>.

## Упражнение 13

Основанием наклонной призмы является равносторонний треугольник со стороной  $a$ . Одна из боковых граней перпендикулярна основанию и является ромбом, у которого меньшая диагональ равна  $d$ . Найдите объем призмы.

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{8} ad \sqrt{4a^2 - d^2}$

## Упражнение 14

Боковые ребра наклонной треугольной призмы равны 15 см, а расстояния между ними равны 26 см, 25 см и 17 см. Определите объем призмы.

Ответ:  $3060 \text{ см}^3$ .

## Упражнение 15

Даны три параллелепипеда. Проведите плоскость так, чтобы она разделила каждый параллелепипед на две части равного объема.

**Ответ:** Плоскость, проходящая через центры симметрии параллелепипедов.