

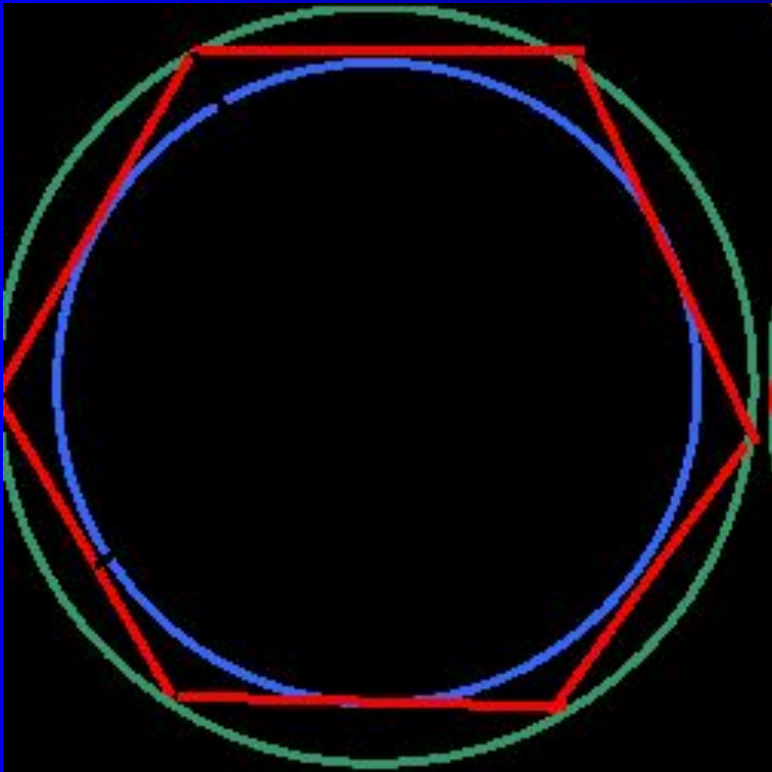
# *Правильные фигуры в геометрии*

Учитель математики Беленкова Ольга  
Александровна

# Правильные многоугольники

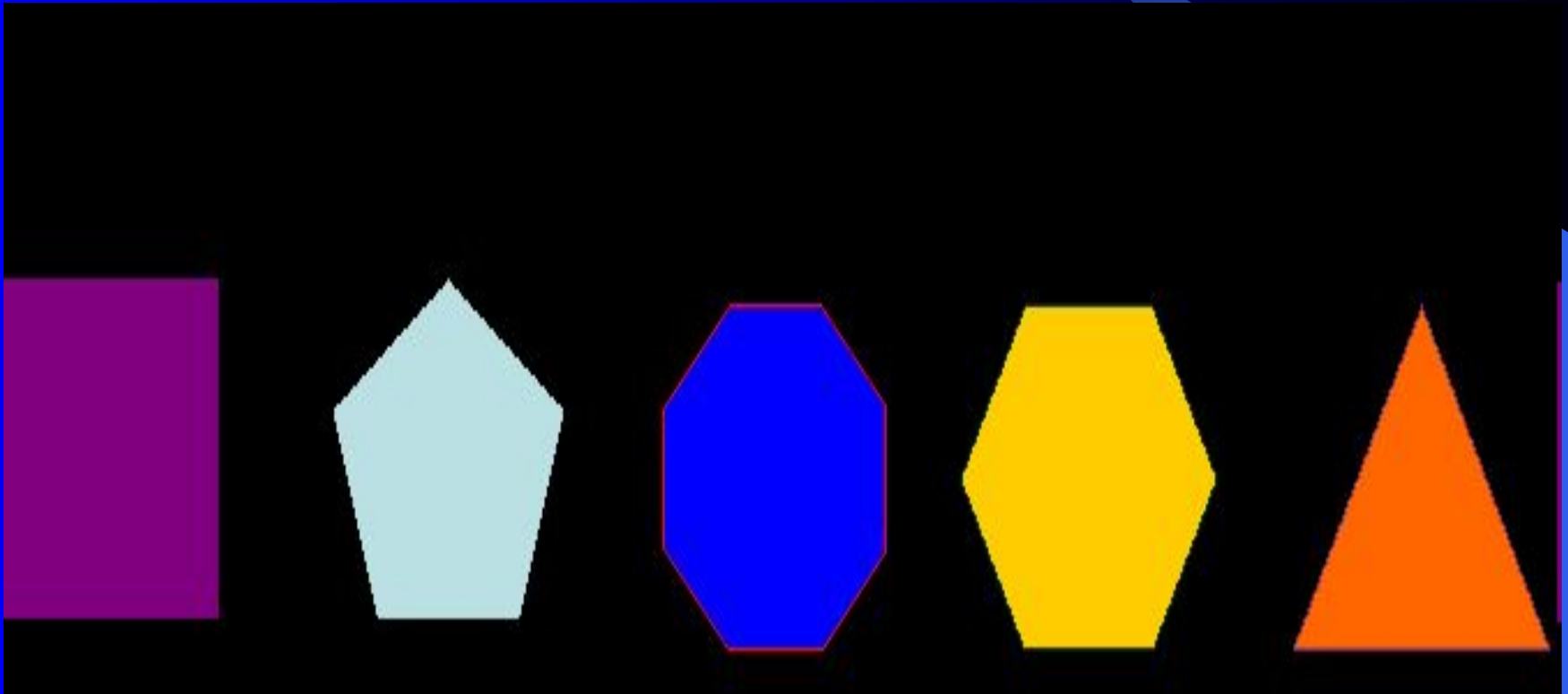
- Выпуклый многоугольник называется *правильным*, если у него все стороны равны и все углы равны.
- *Центром правильного многоугольника* называется точка, равноудаленная от всех его вершин и всех его сторон.
- *Центральным углом правильного многоугольника* называется угол, под которым видна сторона из его центра.

# Свойства правильного многоугольника:



- Правильный многоугольник является вписанным в окружность и описанным около окружности.
- Центр правильного многоугольника совпадает с центрами вписанной и описанной окружностей.
- Периметры правильных  $n$ -угольников относятся как радиусы описанных окружностей.

# Виды правильных многоугольников.



# Правильные многогранники

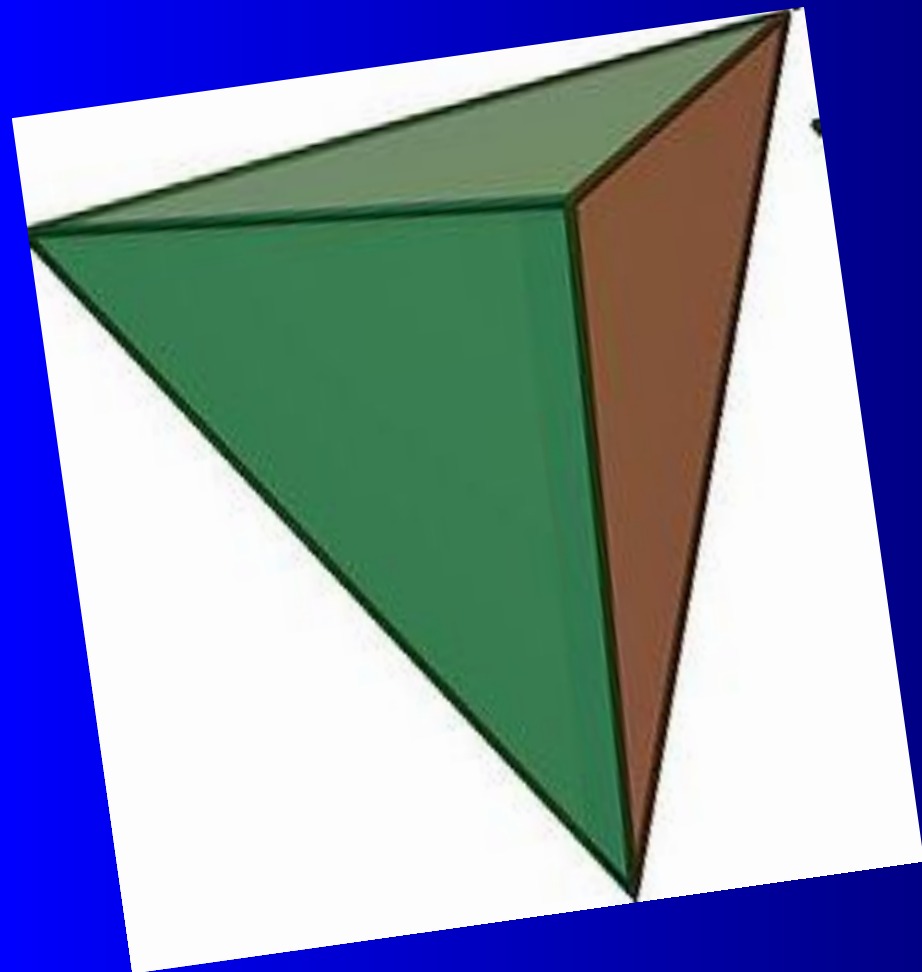
*«Правильных многогранников вызывающе мало, – написал когда-то Л. Кэрролл – но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук».*

- *Многогранник*- это такое тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников.
- Многогранник называется *выпуклым*, если он расположен по одну сторону плоскости каждого плоского многоугольника на его поверхности.
- Общая часть такой плоскости и поверхности выпуклого многогранника называется *гранью*. Грани выпуклого многогранника являются плоскими выпуклыми многоугольниками.
- Стороны граней называются *рёбрами* многогранника, а вершины – *вершинами* многогранника.

# Существует 5 видов правильных многогранников:

- 1) тетраэдр
- 2) гексаэдр
- 3) додекаэдр
- 4) октаэдр
- 5) икосаэдр

# Тетраэдр



## Свойства:

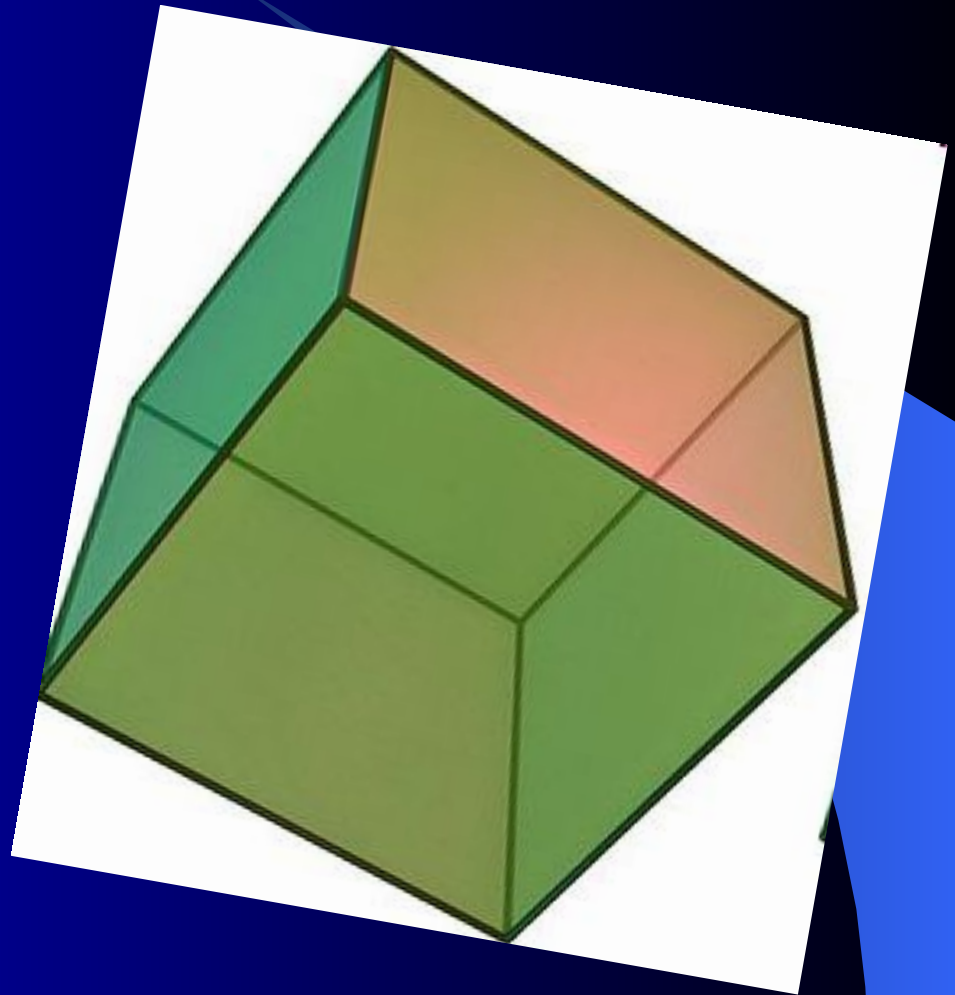
- Параллельные плоскости, проходящие через пары скрещивающихся рёбер тетраэдра, определяют описанный около тетраэдра параллелепипед.
- Отрезок, соединяющий вершину тетраэдра с точкой пересечения медиан противоположной грани, называется его **медианой**, опущенной из данной вершины.
- Отрезок, соединяющий середины скрещивающихся рёбер тетраэдра, называется его **бимедианой**, соединяющей данные рёбра.
- Отрезок, соединяющий вершину с точкой противоположной грани и перпендикулярный этой грани, называется его **высотой**, опущенной из данной вершины.
- **Теорема.** Все медианы и бимедианы тетраэдра пересекаются в одной точке. Эта точка делит медианы в отношении 3:1, считая от вершины. Эта точка делит бимедианы пополам.



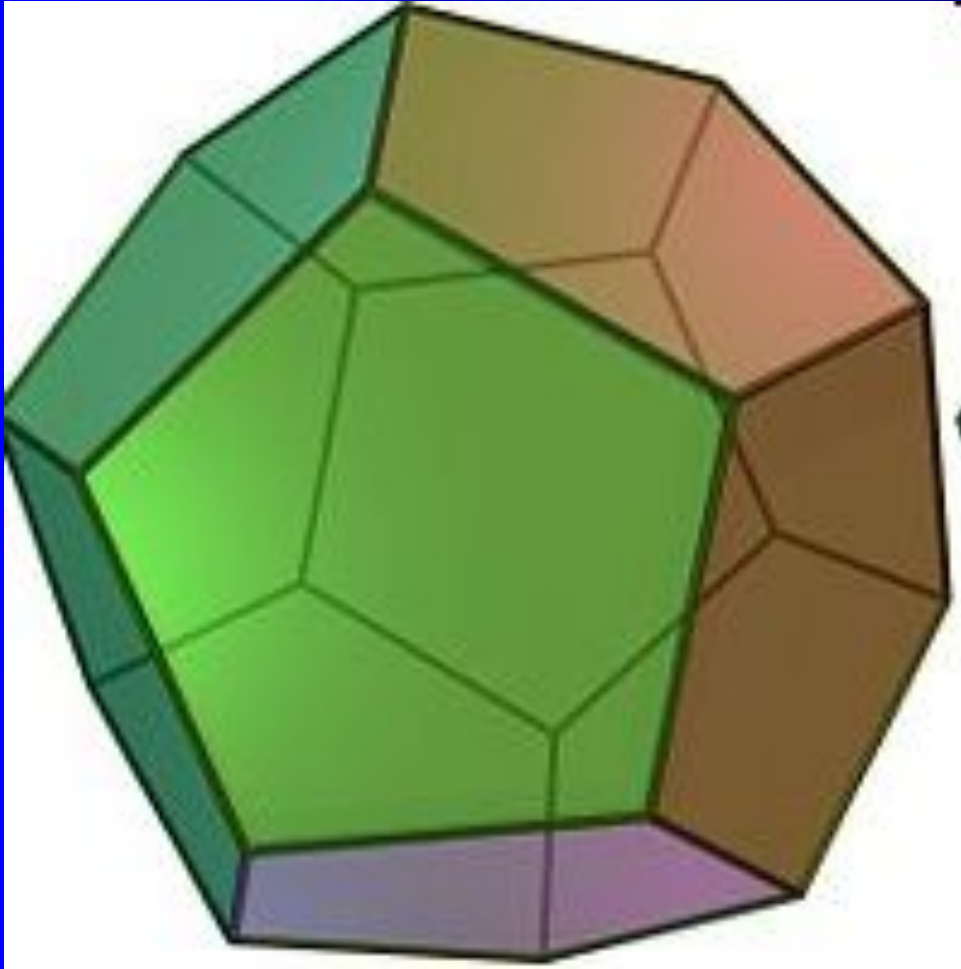
# Гексаэдр

## Свойства :

- Четыре сечения куба являются правильными шестиугольниками — эти сечения проходят через центр куба перпендикулярно четырём его главным диагоналям.
- В куб можно вписать **тетраэдр** двумя способами. В обоих случаях четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами куба и все шесть рёбер тетраэдра будут принадлежать граням куба. В первом случае все вершины тетраэдра принадлежат граням трехгранного угла, вершина которого совпадает с одной из вершин куба. Во втором случае попарно скрещивающиеся рёбра тетраэдра принадлежат попарно противоположным граням куба. Такой **тетраэдр** является правильным.
- В куб можно вписать **октаэдр**, притом все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести граней куба.
- Куб можно вписать в **октаэдр**, притом все восемь вершин куба будут расположены в центрах восьми граней октаэдра.
- В куб можно вписать **икосаэдр**, при этом шесть взаимно параллельных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра — внутри куба. Все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба.



# Додекаэдр



(от греческого dodeka – двенадцать и hedra – грань)  
Правильный многогранник, составленный из **12** равносторонних пятиугольников. Додекаэдр имеет **20** вершин и **30** ребер. Вершина додекаэдра является вершиной трех пятиугольников, таким образом, **сумма плоских углов** при каждой вершине равна  $324^\circ$ .

# Октаэдр

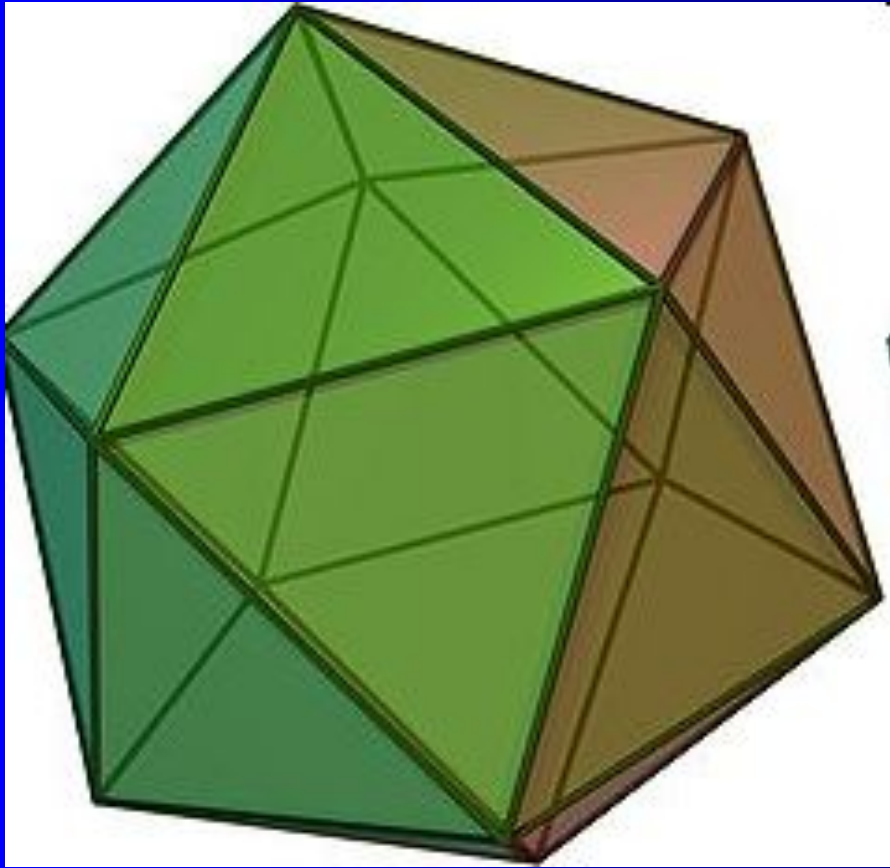
(от греческого *osto* – восемь и *hedra* – грань)

Правильный многогранник, составленный из 8 равносторонних треугольников.

Октаэдр имеет 6 вершин и 12 рёбер. На примере октаэдра можно проверить формулу Эйлера  $6v + 8g - 12p = 2$ . В каждой вершине сходятся 4 треугольника, таким образом, **сумма плоских углов при вершине** октаэдра составляет  **$240^\circ$** . Из определения правильного многогранника следует, что все ребра октаэдра имеют равную длину, а грани – равную площадь.



# Икосаэдр



## Свойства:

- Икосаэдр можно вписать в **куб**, при этом, шесть взаимно перпендикулярных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра внутри куба, все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба.
- В икосаэдр может быть вписан **тетраэдр**, притом, четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами икосаэдра.
- Икосаэдр можно вписать в **додекаэдр**, при этом вершины икосаэдра будут совмещены с центрами граней додекаэдра.
- В икосаэдр можно вписать додекаэдр с совмещением вершин додекаэдра и центров граней икосаэдра.
- Усечённый икосаэдр может быть получен срезанием 12 вершин с образованием граней в виде правильных пятиугольников. При этом число вершин нового многогранника увеличивается в 5 раз ( $12 \times 5 = 60$ ), 20 треугольных граней превращаются в правильные шестиугольники (всего граней становится  $20 + 12 = 32$ ), а число рёбер возрастает до  $30 + 12 \times 5 = 90$ .

Спасибо за внимание!