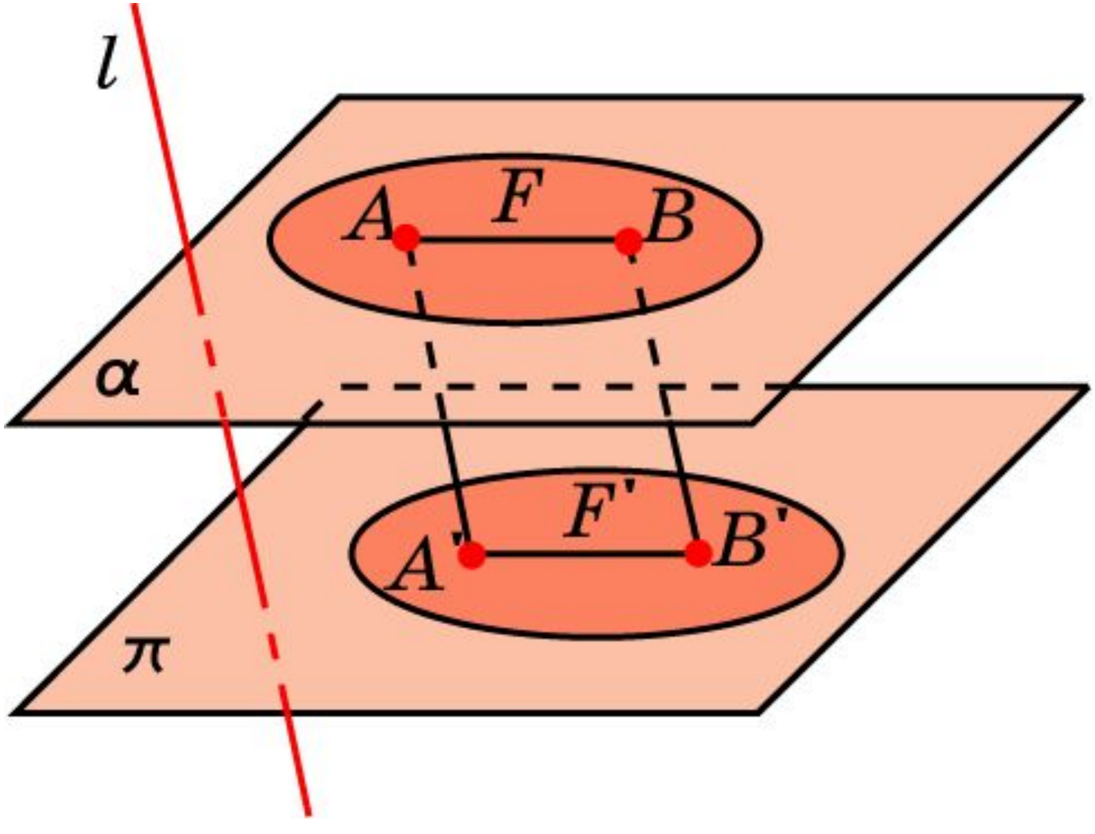
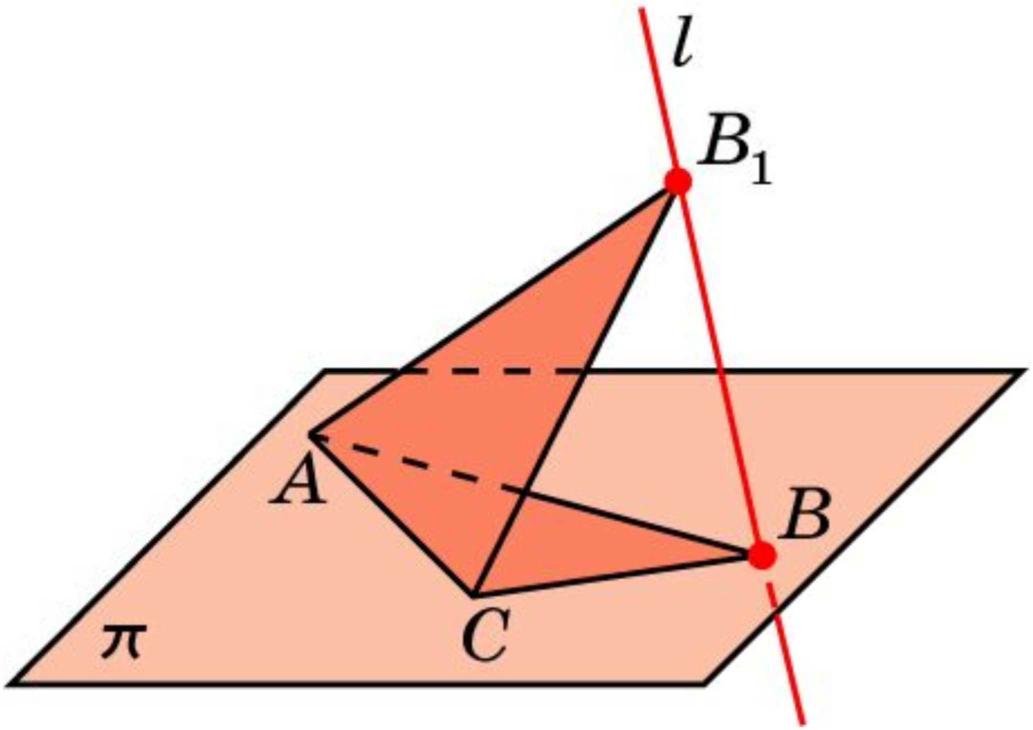
Теорема

Если плоская фигура F лежит в плоскости, параллельной плоскости проектирования π, то ее проекция F' на эту плоскость будет равна фигуре F.



Пример 1

Параллельной проекцией равностороннего треугольника может быть треугольник произвольной формы.

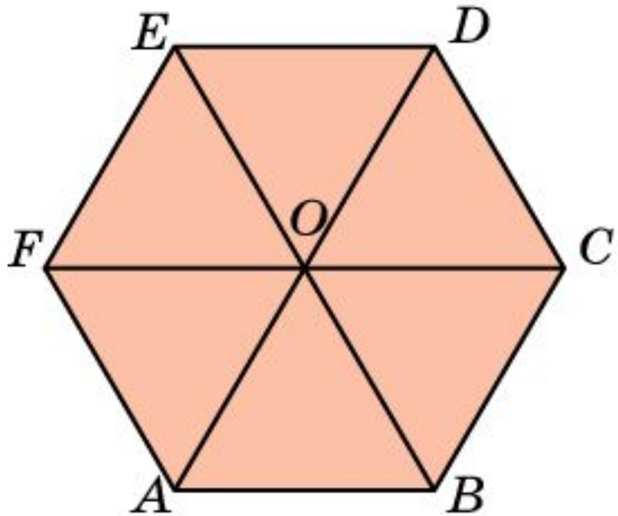


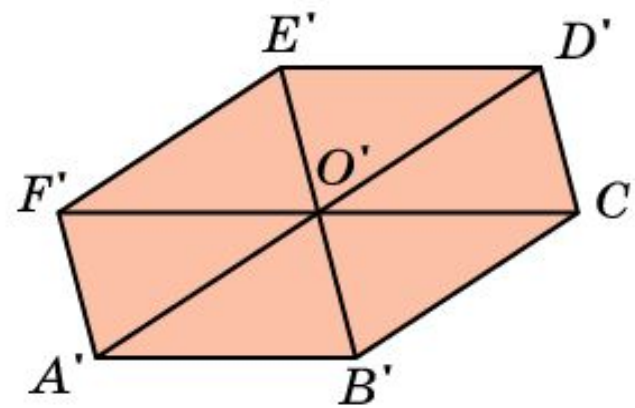
Действительно, пусть дан произвольный треугольник ABC в плоскости π. Построим на одной из его сторон. например, AC равносторонний треугольник AB_1C так, чтобы точка B_1 не принадлежала плоскости π. Обозначим через l прямую, проходящую через точки B_1 и B. Тогда ясно, что треугольник ABC является параллельной проекцией треугольника AB_1C на плоскость π в направлении прямой l.

Аналогично, параллельной проекцией прямоугольного треугольника может быть треугольник произвольной формы.

Пример 2

Параллельной проекцией правильного шестиугольника может быть произвольный шестиугольник, у которого противоположные стороны равны и параллельны.

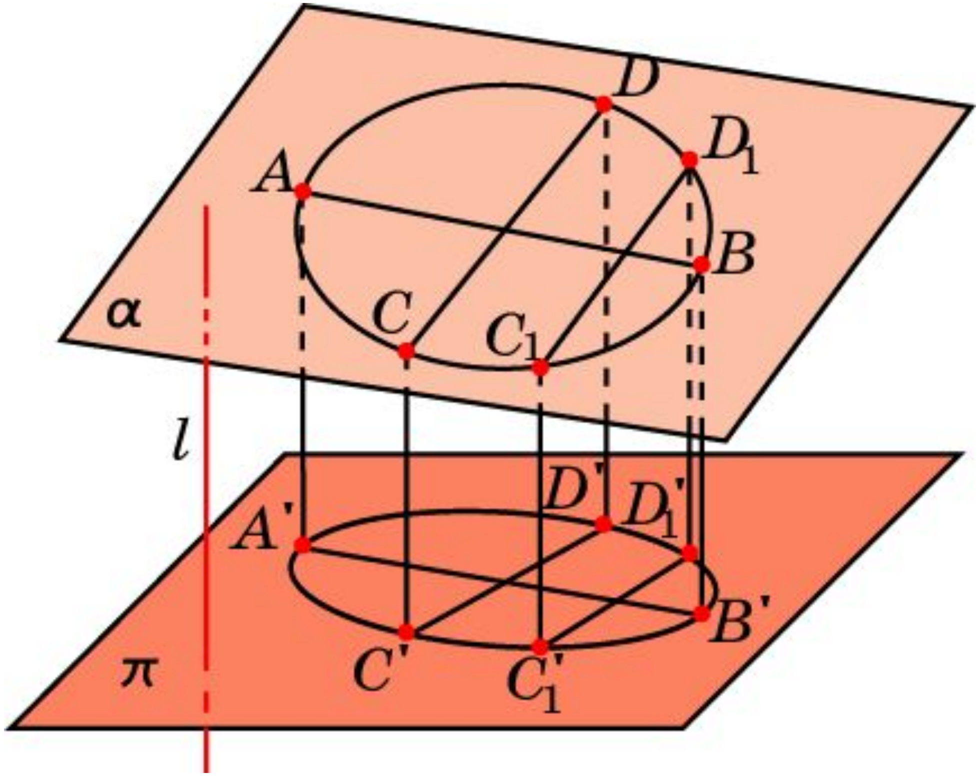




Пусть *ABCDEF* – правильный шестиугольник, *O* – его центр. Выберем какой-нибудь треугольник, например, *AOB*. Его параллельной проекцией может быть треугольник *A'O'B'* произвольной формы. Далее отложим *O'D'* = *A'O'* и *O'E'* = *B'O'*. Теперь из точек *A'* и *D'* проведем прямые, параллельные прямой *B'O'*; из точек *B'* и *E'* проведем прямые, параллельные прямой *A'O'*. Точки пересечения соответствующих прямых обозначим *F'* и *C'*. Шестиугольник *A'B'C'D'E'F'* и будет искомой параллельной проекцией правильного шестиугольника *ABCDEF*.

Пример 3

Параллельной проекцией окружности является эллипс.



Пусть окружность проектируется на плоскость π. AB – диаметр, параллельный этой плоскости и $A'B'$ его проекция. Возьмем какой-нибудь другой диаметр CD и пусть $C'D'$ - его проекция. Обозначим отношение $C'D':CD$ через k.

Для произвольной хорды C_1D_1, параллельной диаметру CD, ее проекция $C_1'D_1'$ будет параллельна $C'D'$, и отношение $C_1'D_1':C_1D_1$ будет равно k. Таким образом, проекция окружности получается сжатием или растяжением окружности в направлении какого-нибудь ее диаметра в одно и то же число раз. Такая фигура на плоскости называется эллипсом.

Упражнение 1

Какие фигуры могут служить параллельными проекциями треугольника?

Ответ: Треугольник или отрезок.

Упражнение 2

Может ли параллельной проекцией равностороннего треугольника быть: а) прямоугольный треугольник; б) равнобедренный треугольник; в) разносторонний треугольник?

Ответ: а), б), в) Да.

Упражнение 3

Какой фигурой может быть параллельная проекция прямоугольника?

Ответ: Параллелограммом или отрезком.

Упражнение 4

Может ли параллельной проекцией прямоугольника быть: а) квадрат; б) параллелограмм; в) ромб; г) трапеция?

Ответ: а), б), в) Да; г) нет.

Упражнение 5

Верно ли, что проекцией ромба, если он не проектируется в отрезок, будет ромб?

Ответ: Нет.

Упражнение 6

Параллельной проекцией каких фигур может быть квадрат?

Ответ: Параллелограммов.

Упражнение 7

В какую фигуру может проектироваться трапеция?

Ответ: Трапецию или отрезок.

Упражнение 8

Верно ли, что при параллельном проектировании треугольника: а) медианы проектируются в медианы; б) высоты проектируются в высоты; в) биссектрисы проектируются в биссектрисы?

Ответ: а) Да; б), в) нет.

Упражнение 9

Треугольник $A'B'C'$ является параллельной проекцией треугольника ABC. Расстояния между соответствующими вершинами этих треугольников равны a, b, c. Найдите расстояние между точками пересечения медиан треугольников.

Ответ: $\dfrac{a+b+c}{3}$.