

# ***Проектная работа "Правильные многогранники"***

Выполнила ученица 10 класса МКОУ "Калининская СОШ"  
Сигабатова Асылай  
Руководитель :Изтелеуова Венера Гизатовна

2013г.

# Содержание

- ◆ Цель
- ◆ Введение
- ◆ Понятие правильного многогранника
- ◆ Историческая справка
- ◆ Тетраэдр
- ◆ Гексаэдр
- ◆ Октаэдр
- ◆ Икосаэдр
- ◆ Додекаэдр
- ◆ Правильные многогранники в архитектуре и живописи
- ◆ Звездчатые многогранники
- ◆ Вывод

# *ЦЕЛЬ*

- ◆ Познакомиться с новым типом выпуклых многогранников-правильными многогранниками.

# ВВЕДЕНИЕ

- ◆ Правильные многогранники известны с древнейших времён. Их орнаментные модели можно найти на резных каменных шарах, созданных в период позднего неолита, в Шотландии, как минимум за 1000 лет до Платона. В костях, которыми люди играли на заре цивилизации, уже угадываются формы правильных многогранников.
- ◆ В значительной мере правильные многогранники были изучены древними греками. Некоторые источники (такие как Прокл Диадох) приписывают честь их открытия Пифагору. Другие утверждают, что ему были знакомы только тетраэдр, куб и додекаэдр, а честь открытия октаэдра и икосаэдра принадлежит Теэтету Афинскому, современнику Платона. В любом случае, Теэтет дал математическое описание всем пяти правильным многогранникам и первое известное доказательство того, что их ровно пять.
- ◆ Правильные многогранники характерны для философии Платона, в честь которого и получили название «платоновы тела». Платон писал о них в своём трактате Тимей (360г до н. э.), где сопоставил каждую из четырёх стихий (землю, воздух, воду и огонь) определённому правильному многограннику. Земля сопоставлялась кубу, воздух — октаэдру, вода — икосаэдру, а огонь — тетраэдру. Для возникновения данных ассоциаций были следующие причины: жар огня ощущается чётко и остро (как маленькие тетраэдры); воздух состоит из октаэдров: его мельчайшие компоненты настолько гладкие, что их с трудом можно почувствовать; вода выливается, если её взять в руку, как будто она сделана из множества маленьких шариков (к которым ближе всего икосаэдры); в противоположность воде, совершенно непохожие на шар кубики составляют землю, что служит причиной тому, что земля рассыпается в руках, в противоположность плавному току воды. По поводу пятого элемента, додекаэдра, Платон сделал смутное замечание: «...его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему в качестве образца». Аристотель добавил пятый элемент — эфир и постулировал, что небеса сделаны из этого элемента, но он не сопоставлял его платоновскому пятому элементу.

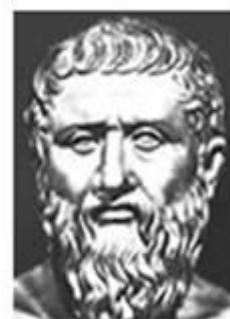
# ***Понятие правильного многогранника***

- ◆ *Правильный многогранник или платоново тело — это выпуклый многогранник, состоящий из одинаковых правильных многоугольников и обладающий пространственной симметрией*
- ◆ *Примеры: правильный гексаэдр(куб), правильный тетраэдр, правильный октаэдр, правильный икосаэдр, правильный додекаэдр*

# Историческая справка

О существовании всего лишь пяти правильных многогранников знали еще в Древней Греции. Великий древнегреческий мыслитель Платон считал, что четыре из них олицетворяют четыре «стихии»: *тетраэдр* – огонь, *куб* – землю, *икосаэдр* – воду, *октаэдр* – воздух. Пятый же многогранник, *додекаэдр*, символизировал собой все мироздание, представлял собой образ всей Вселенной, почитался главнейшим и его стали называть *quinta essentia* (квинта эссенция) или «пятая сущность».

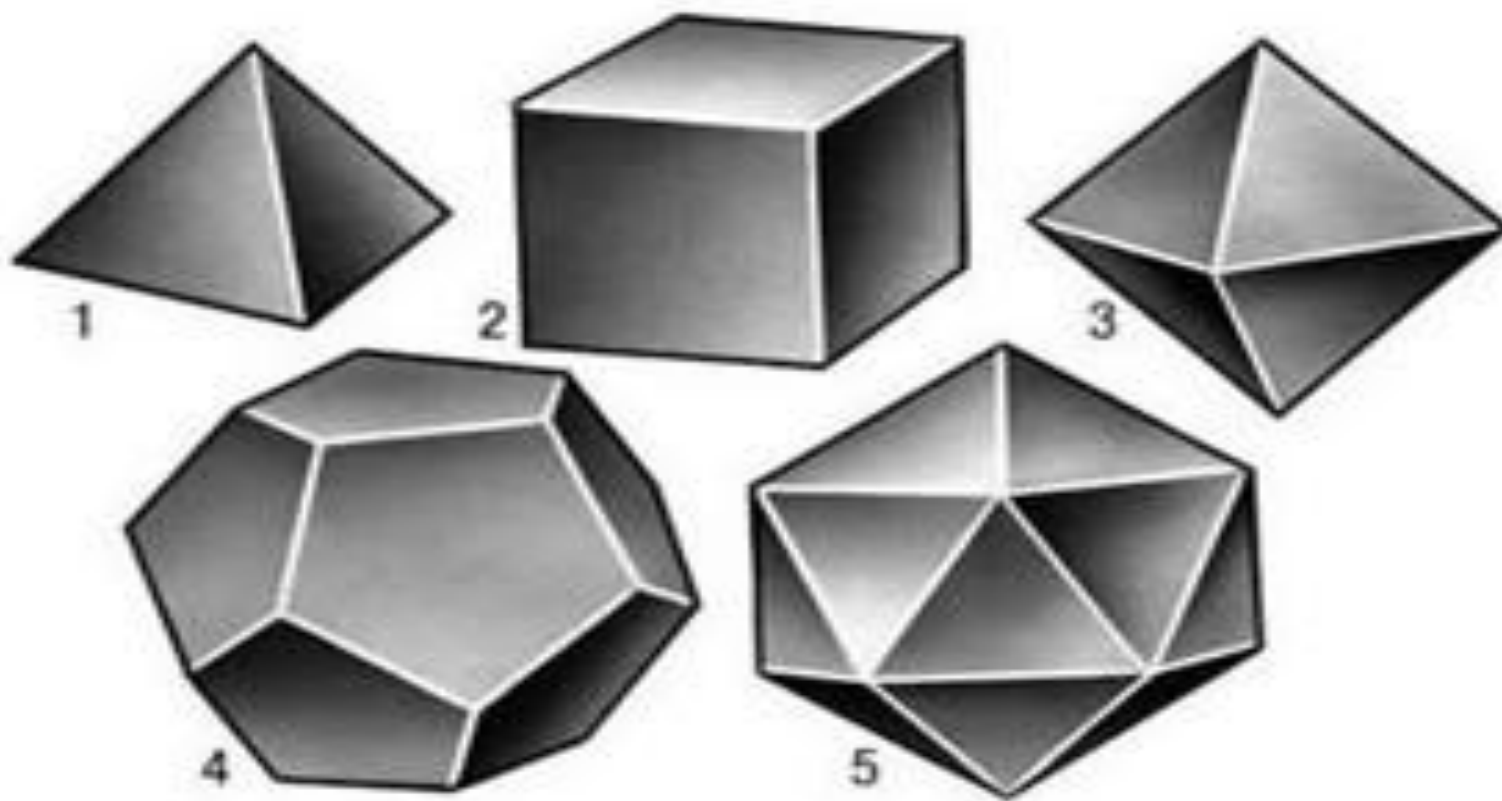
Правильные многогранники называют иногда Платоновыми телами, им посвящена последняя книга «Начал» Евклида. Её считают венцом стереометрии у древних греков.



Платон  
(427–347 до н.э.)

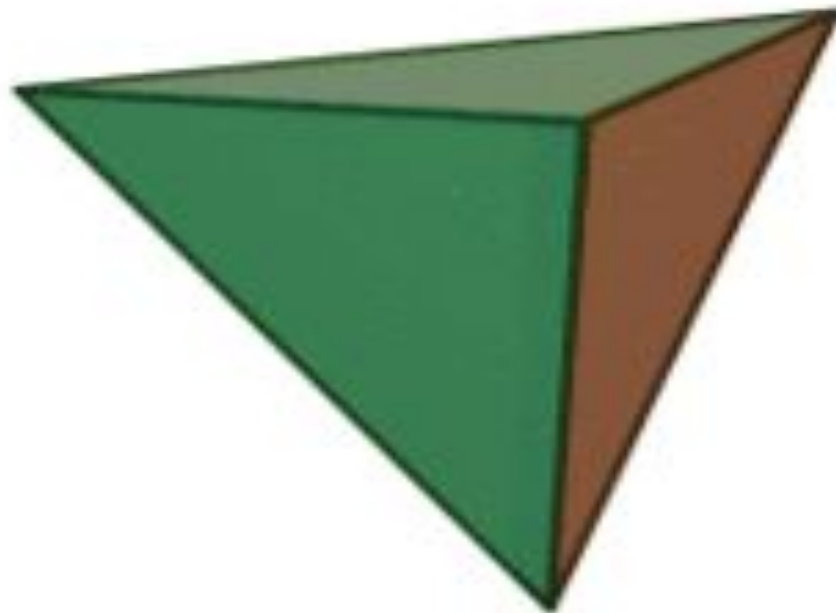
Платоновы тела





**1.Тетраэдр; 2.Гексаэдр; 3.Октаэдр; 4.Додекаэдр; 5. Икосаэдр.**

# *Тетраэдр*





## Определение:

- ◆ Тетра́эдр (греч. τετραεδρον — четырёхгранник) — простейший многогранник, гранями которого являются четыре треугольника. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер.

## Свойства:

- ◆ Параллельные плоскости, проходящие через пары скрещивающихся рёбер тетраэдра, определяют описанный около тетраэдра параллелепипед.
- ◆ Все медианы и бимедианы тетраэдра пересекаются в одной точке. Эта точка делит медианы в отношении 3:1, считая от вершины. Эта точка делит бимедианы пополам.
- ◆ Плоскость, проходящая через середины двух скрещивающихся рёбер тетраэдра, делит его на две равные по объёму части

## *Тетраэдры в микромире*

- ◆ Молекула метана  $\text{CH}_4$
- ◆ Молекула аммиака  $\text{NH}_3$
- ◆ Алмаз  $\text{C}$  — тетраэдр с ребром равным 2,5220 ангстрем
- ◆ Флюорит  $\text{CaF}_2$ , тетраэдр с ребром равным 3,8626 ангстрем
- ◆ Сфалерит,  $\text{ZnS}$ , тетраэдр с ребром равным 3,823 ангстрем
- ◆ Комплексные ионы  $[\text{BF}_4]^-$ ,  $[\text{ZnCl}_4]^{2-}$ ,  $[\text{Hg}(\text{CN})_4]^{2-}$ ,  $[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$
- ◆ Силикаты, в основе структур которых лежит кремнекислородный тетраэдр  $[\text{SiO}_4]^{4-}$

## *Тетраэдры в природе*



Некоторые плоды, находясь вчетвером на одной кисти, располагаются в вершинах тетраэдра, близкого к правильному. Такая конструкция обусловлена тем, что центры четырёх одинаковых шаров, касающихся друг друга, находятся в вершинах правильного тетраэдра. Поэтому похожие на шар плоды образуют подобное взаимное расположение. Например, таким образом могут располагаться грецкие орехи.

## *Тетраэдр в технике*

- ◆ Тетраэдр образует жёсткую, статически определимую конструкцию. Тетраэдр, выполненный из стержней, часто используется в качестве основы для пространственных несущих конструкций пролётов зданий, перекрытий, балок, ферм, мостов и т. д. Стержни испытывают только продольные нагрузки.
- ◆ Прямоугольный тетраэдр используется в оптике. Если грани, имеющие прямой угол, покрыть светоотражающим составом или весь тетраэдр выполнить из материала с сильным светопреломлением, чтобы возникал эффект полного внутреннего отражения, то свет, направленный в грань, противоположную вершине с прямыми углами, будет отражаться в том же направлении, откуда он пришёл. Это свойство используется для создания уголковых отражателей, катафотов.
- ◆ Граф четверичного триггера представляет собой тетраэдр.

# Гексаэдр



## Определение:

- ◆ Куб или правильный гексаэдр — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат.

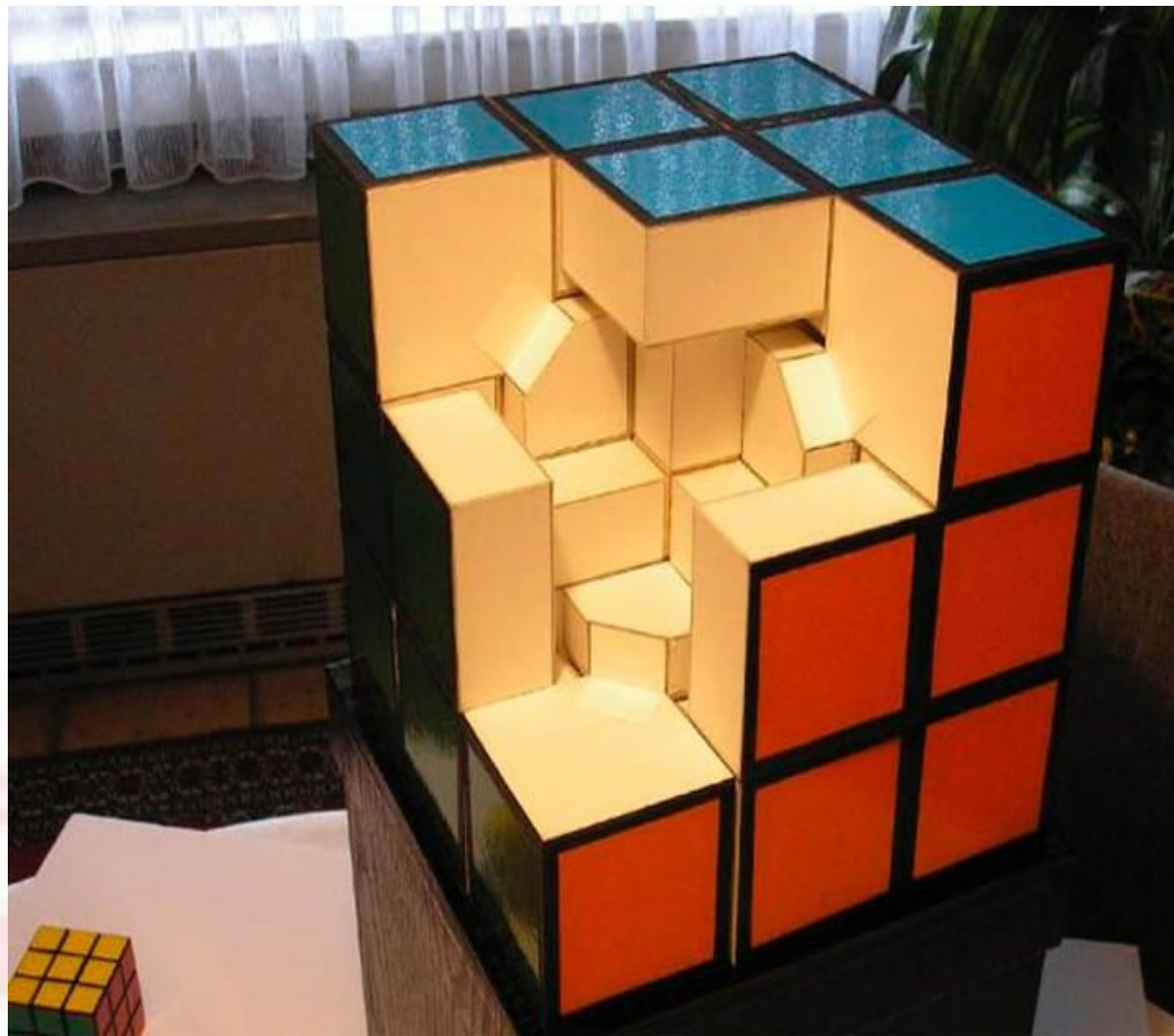
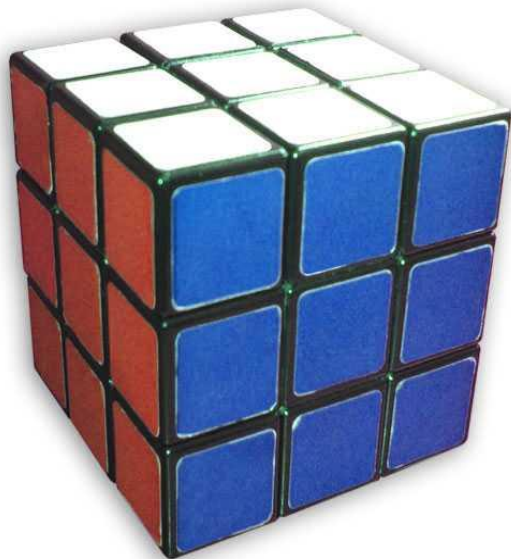
## Свойства:

- ◆ Четыре сечения куба являются правильными шестиугольниками — эти сечения проходят через центр куба перпендикулярно четырём его главным диагоналям.
- ◆ В куб можно вписать тетраэдр двумя способами. В обоих случаях четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами куба и все шесть рёбер тетраэдра будут принадлежать граням куба. В первом случае все вершины тетраэдра принадлежат граням трехгранного угла, вершина которого совпадает с одной из вершин куба. Во втором случае попарно скрещивающиеся ребра тетраэдра принадлежат попарно противоположным граням куба. Такой тетраэдр является правильным, а его объём составляет  $1/3$  от объёма куба.
- ◆ В куб можно вписать октаэдр, притом все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести граней куба.
- ◆ Куб можно вписать в октаэдр, притом все восемь вершин куба будут расположены в центрах восьми граней октаэдра.
- ◆ В куб можно вписать икосаэдр, при этом шесть взаимно параллельных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра — внутри куба. Все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба.

# ИГРАЛЬНЫЕ КОСТИ



# КУБИК РУБИКА

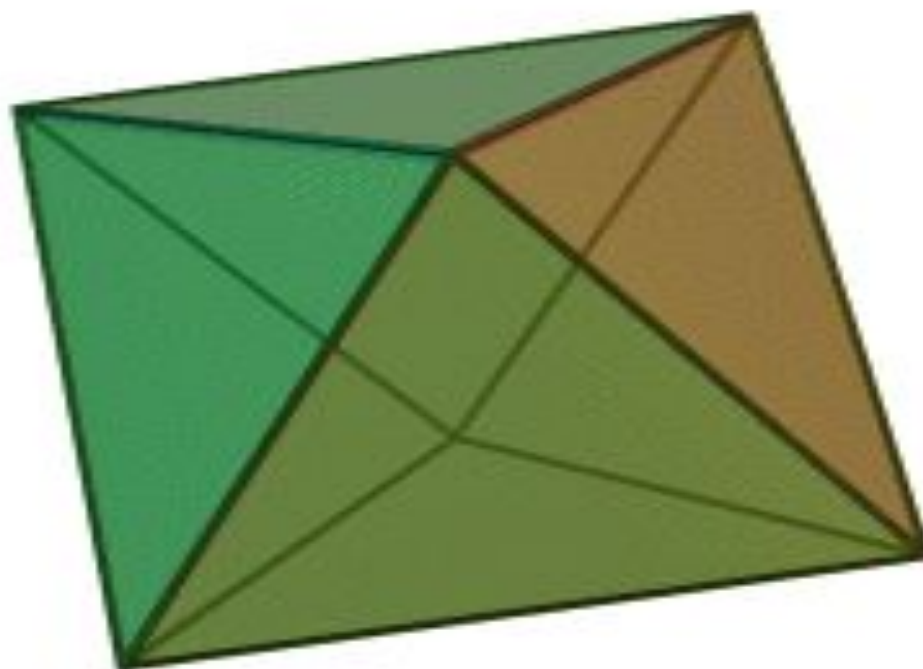




# ***КУБИК СОМА***



# Октаэдр



## ◆ Определение:

Окта́эдр (греч. окта́εδρον, от греч. окτώ, «восемь» и греч. έδρα — «основание») — один из пяти выпуклых правильных многогранников, так называемых Платоновых тел.

Октаэдр имеет 8 треугольных граней, 12 рёбер, 6 вершин, в каждой его вершине сходятся 4 ребра.

## ◆ Свойства:

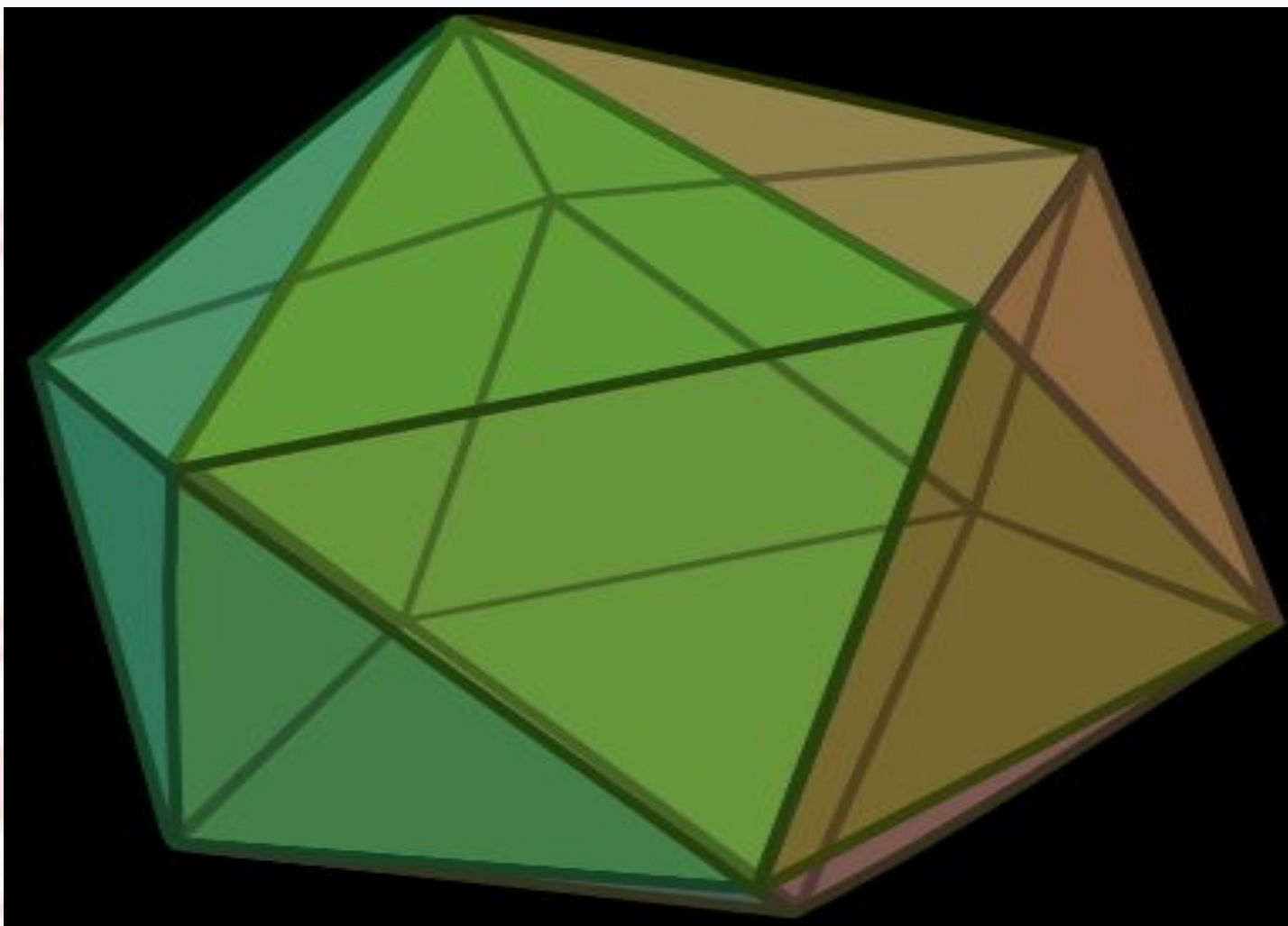
- ◆ Октаэдр можно вписать в тетраэдр, притом четыре из восьми граней октаэдра будут совмещены с четырьмя гранями тетраэдра, все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести ребер тетраэдра.
- ◆ Октаэдр можно вписать в куб, притом все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести граней куба.
- ◆ В октаэдр можно вписать куб, притом все восемь вершин куба будут расположены в центрах восьми граней октаэдра.
- ◆ Правильный октаэдр имеет симметрию  $O_h$ , совпадающую с симметрией куба.

# Октаэдр





# *Икосаэдр*

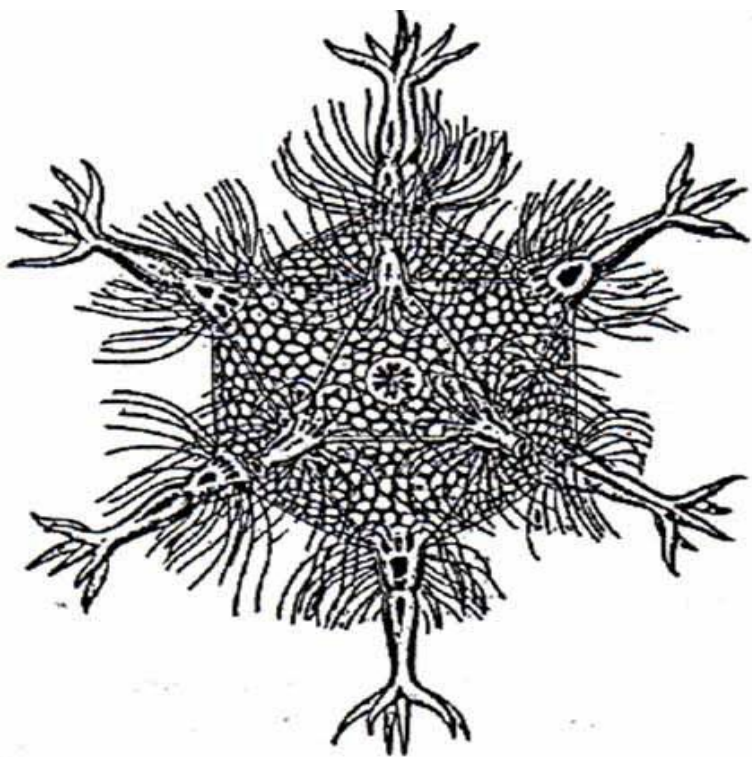


## ◆ Определение:

Икоса́эдр (от др.-греч. ἰκοοσι «двадцать»; ἔδρον «сидение», «основание») — правильный выпуклый многогранник, двадцатигранник, одно из Платоновых тел. Каждая из 20 граней представляет собой равносторонний треугольник. Число ребер равно 30, число вершин — 12. Икосаэдр имеет 59 звёздчатых форм.

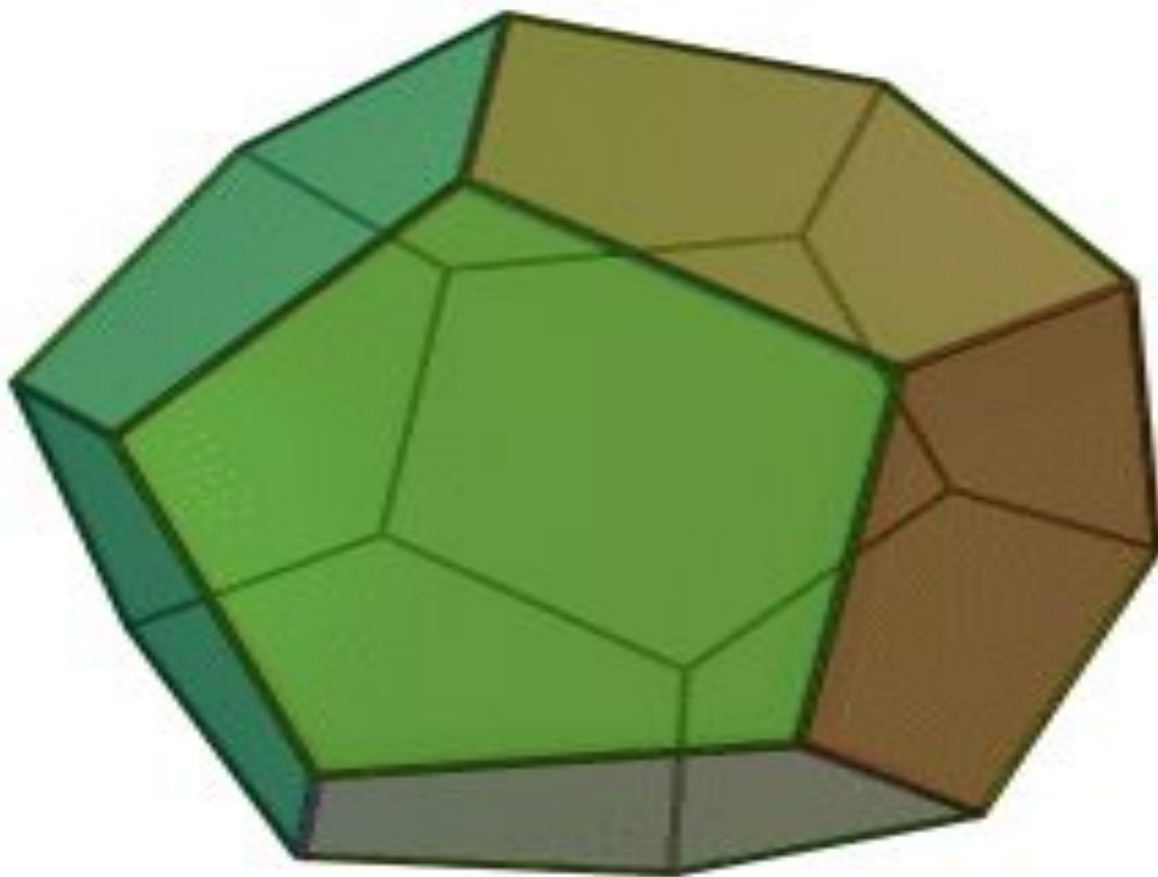
## ◆ Свойства:

- ◆ Икосаэдр можно вписать в куб, при этом шесть взаимно перпендикулярных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра внутри куба, все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба
- ◆ В икосаэдр может быть вписан тетраэдр, так что четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами икосаэдра.
- ◆ Икосаэдр можно вписать в додекаэдр, при этом вершины икосаэдра будут совмещены с центрами граней додекаэдра.
- ◆ В икосаэдр можно вписать додекаэдр с совмещением вершин додекаэдра и центров граней икосаэдра.
- ◆ Усечённый икосаэдр может быть получен срезанием 12 вершин с образованием граней в виде правильных пятиугольников. При этом число вершин нового многогранника увеличивается в 5 раз ( $12 \times 5 = 60$ ), 20 треугольных граней превращаются в правильные шестиугольники (всего граней становится  $20 + 12 = 32$ ), а число рёбер возрастает до  $30 + 12 \times 5 = 90$ .
- ◆ Собрать модель икосаэдра можно при помощи 20 тетраэдров.





# *Додекаэдр*



◆ **Определение:**

Додека́эдр (от греч. δώδεκα — двенадцать и εδρον — грань) — двенадцатигранник, составленный из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.

◆ **Свойство:**

В додекаэдр можно вписать куб так, что стороны куба будут диагоналями додекаэдра.



***Правильные многогранники в архитектуре и живописи***



# Применение

- Математика, в частности геометрия, представляет собой могущественный инструмент познания природы, создания техники и преобразования мира. Различные геометрические формы находят свое отражение практически во всех отраслях знаний: архитектура, искусство.



## *Остров и маяк*



# *Александровский маяк*



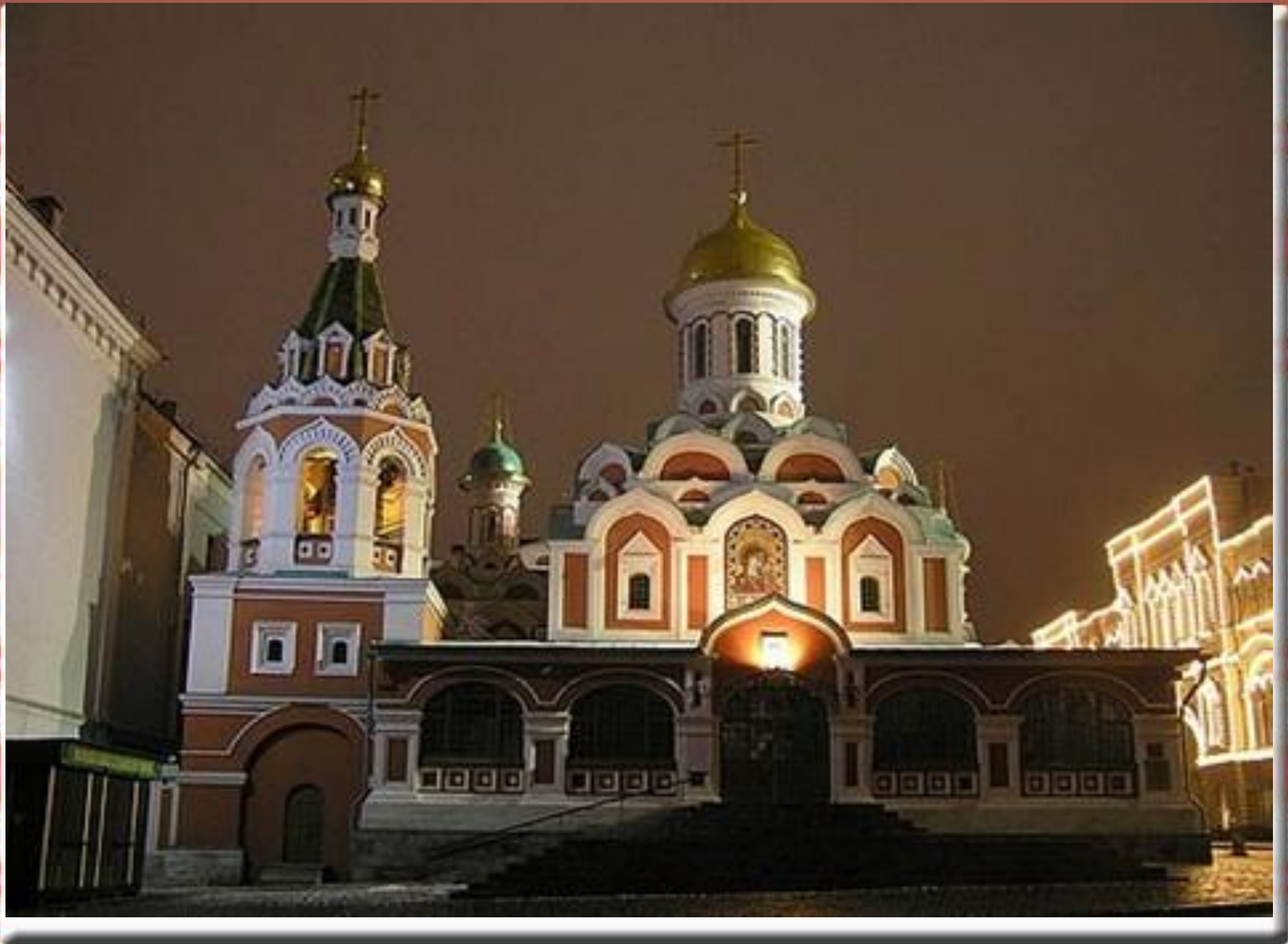
# «Тайная вечеря»



Сальвадор Дали

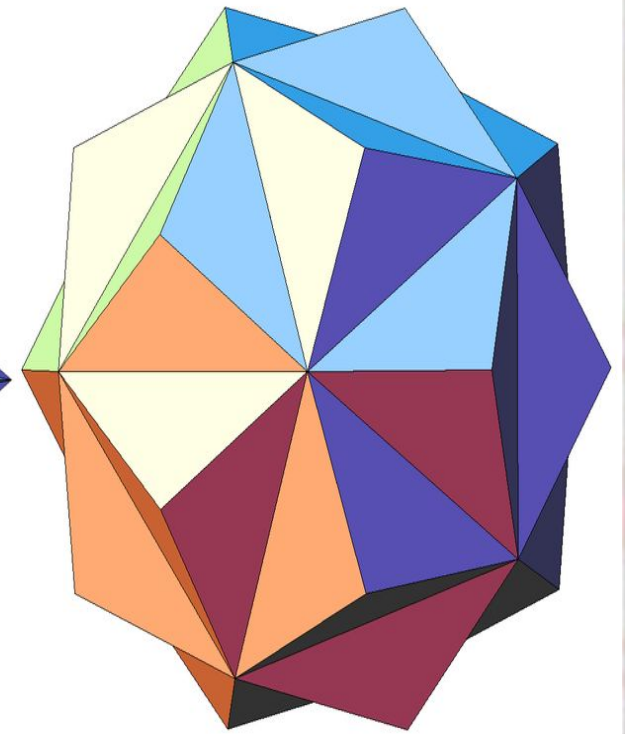
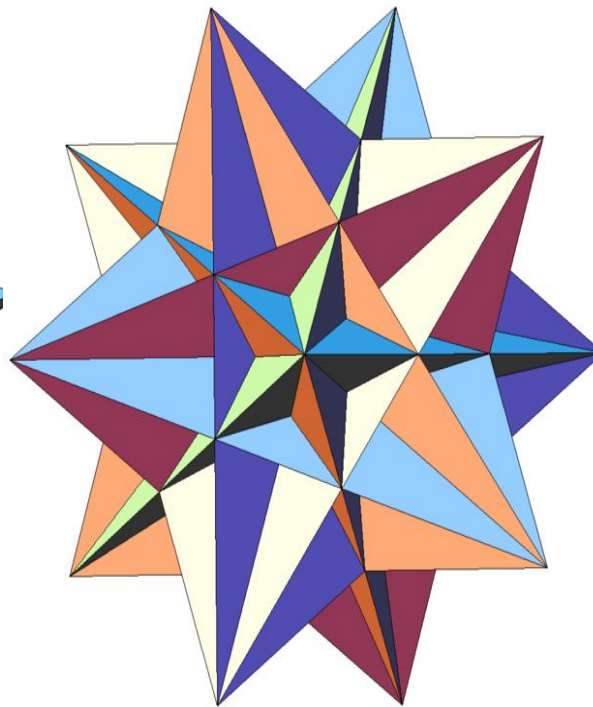
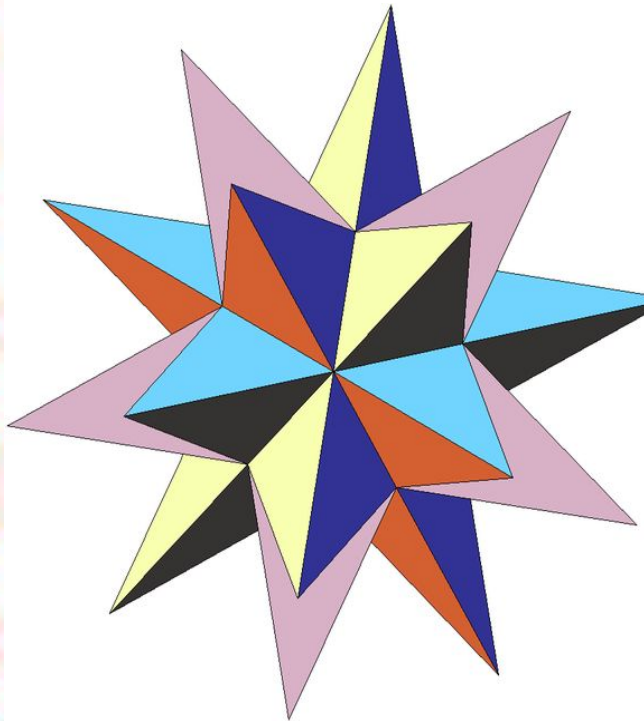
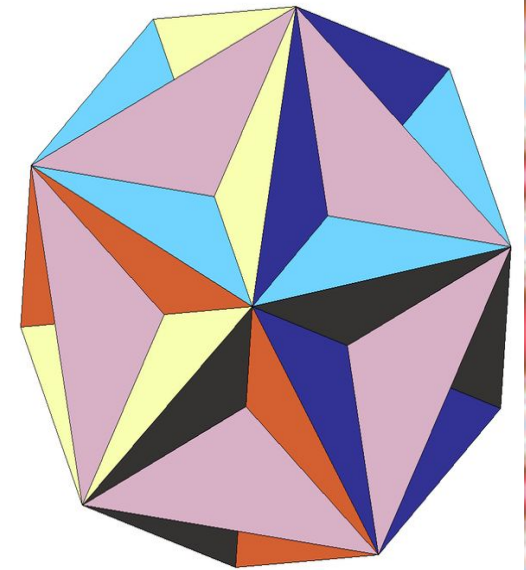
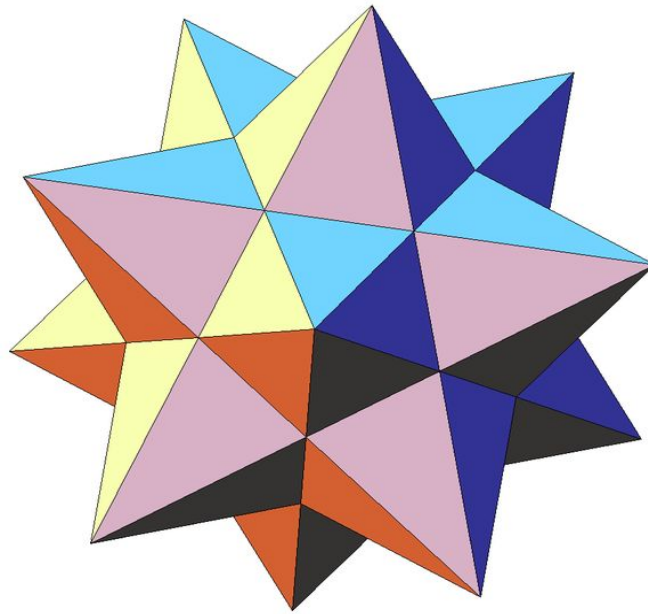
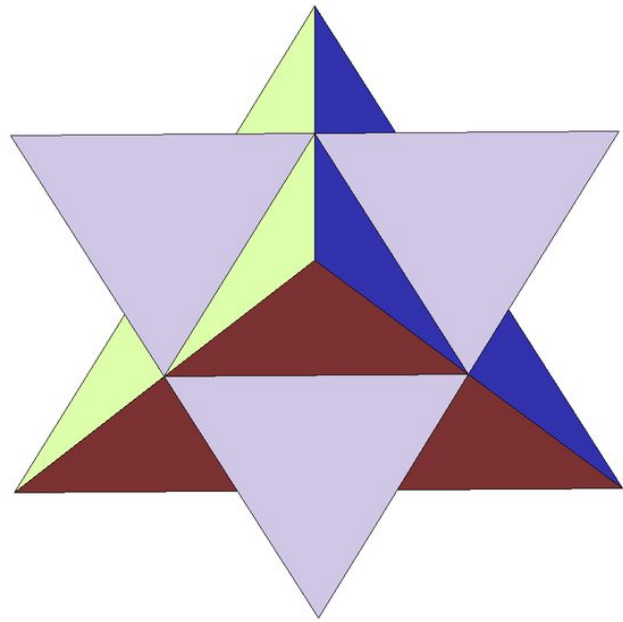


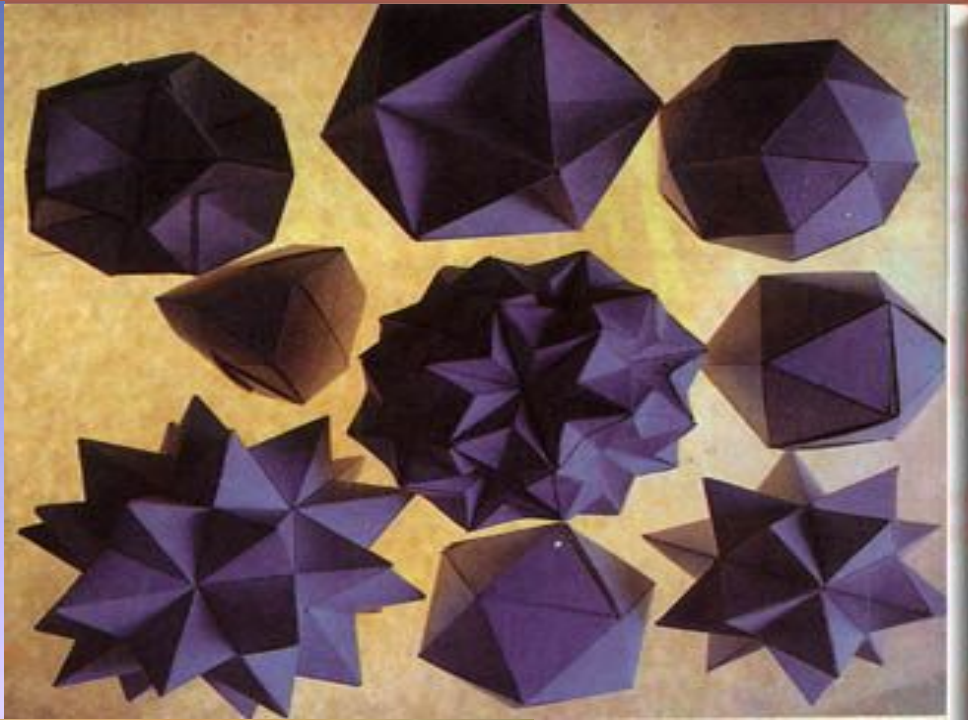




## *Звёздчатые многогранники*

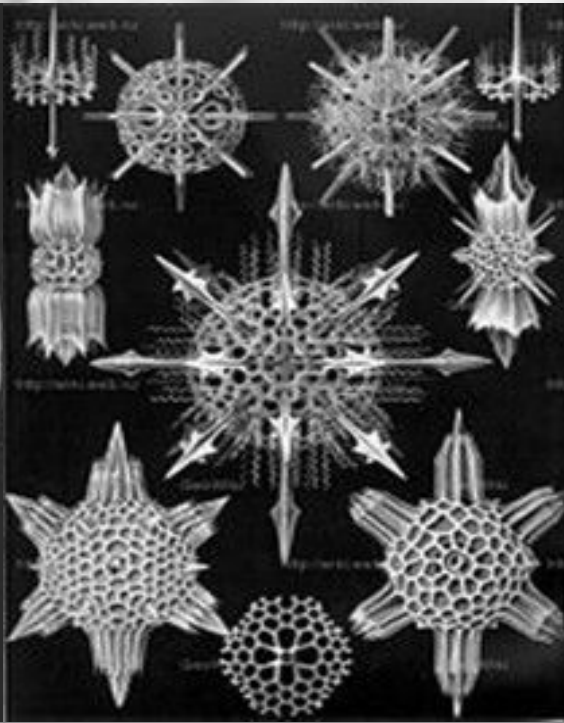
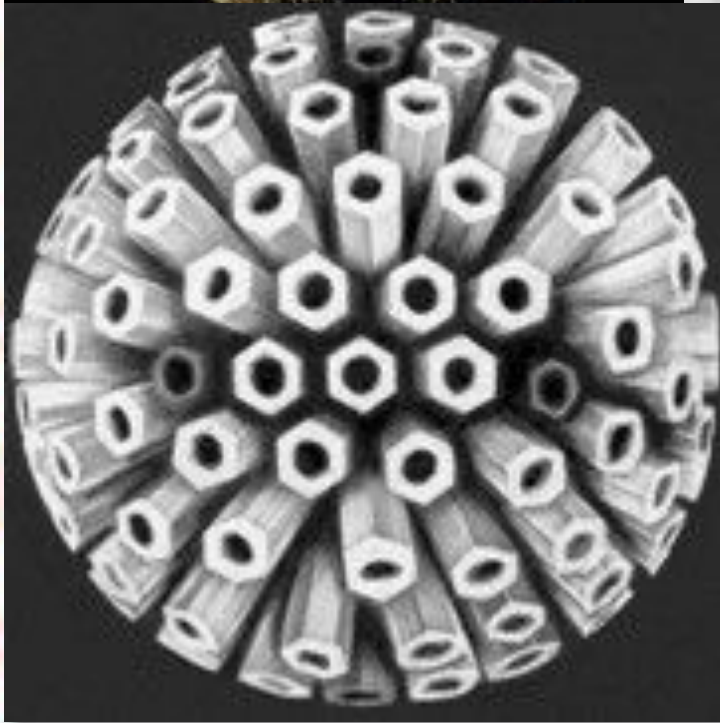
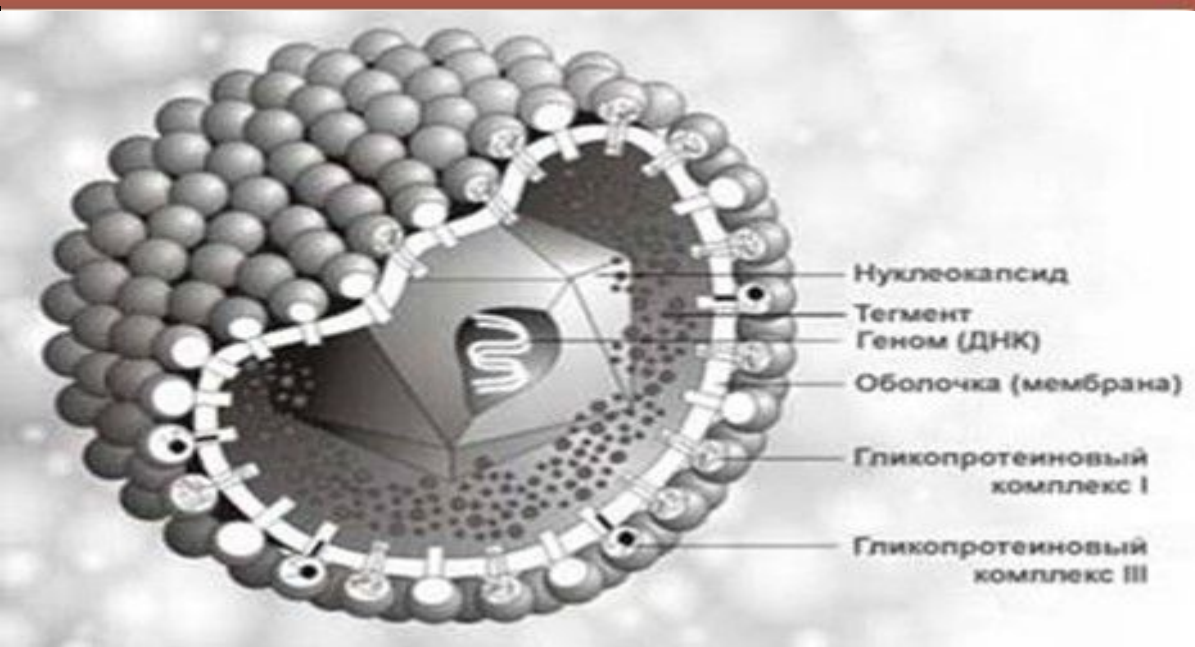
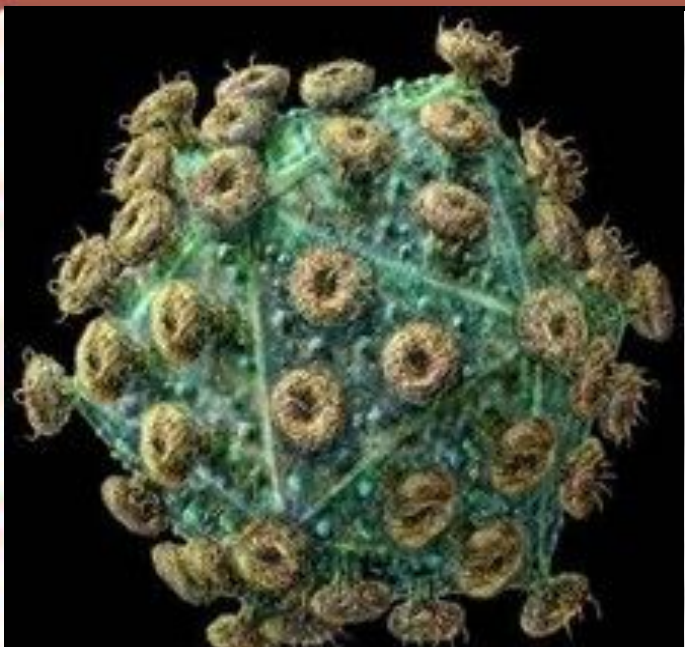
Правильные звёздчатые многогранники — это звёздчатые многогранники, гранями которых являются одинаковые правильные или звёздчатые многоугольники. Коши установил, что существует всего 4 правильных звёздчатых тела, не являющиеся соединениями платоновых и звёздчатых тел, называемые телами Кепплера — Пуансо: все 3 звёздчатых формы додекаэдра и одна из звёздчатых форм икосаэдра. Остальные правильные звёздчатые многогранники являются или соединениями платоновых тел, или соединениями тел Кепплера — Пуансо.





# *Живые многогранники*





## ***ВЫВОД***

- ◆ Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон, и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.
- ◆ Правильный тетраэдр (четырехгранник) — многогранник, составленный из четырех правильных треугольников.
- ◆ Правильный гексаэдр (шестигранник) или куб — многогранник, составленный из шести правильных четырехугольников (квадратов).
- ◆ Правильный октаэдр (восьмигранник) — многогранник, составленный из восьми правильных треугольников.
- ◆ Правильный додекаэдр (двенадцатигранник) — многогранник, составленный из двенадцати правильных пятиугольников
- ◆ Правильный икосаэдр (двадцатигранник) — многогранник, составленный из двадцати правильных треугольников.



◆ СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!