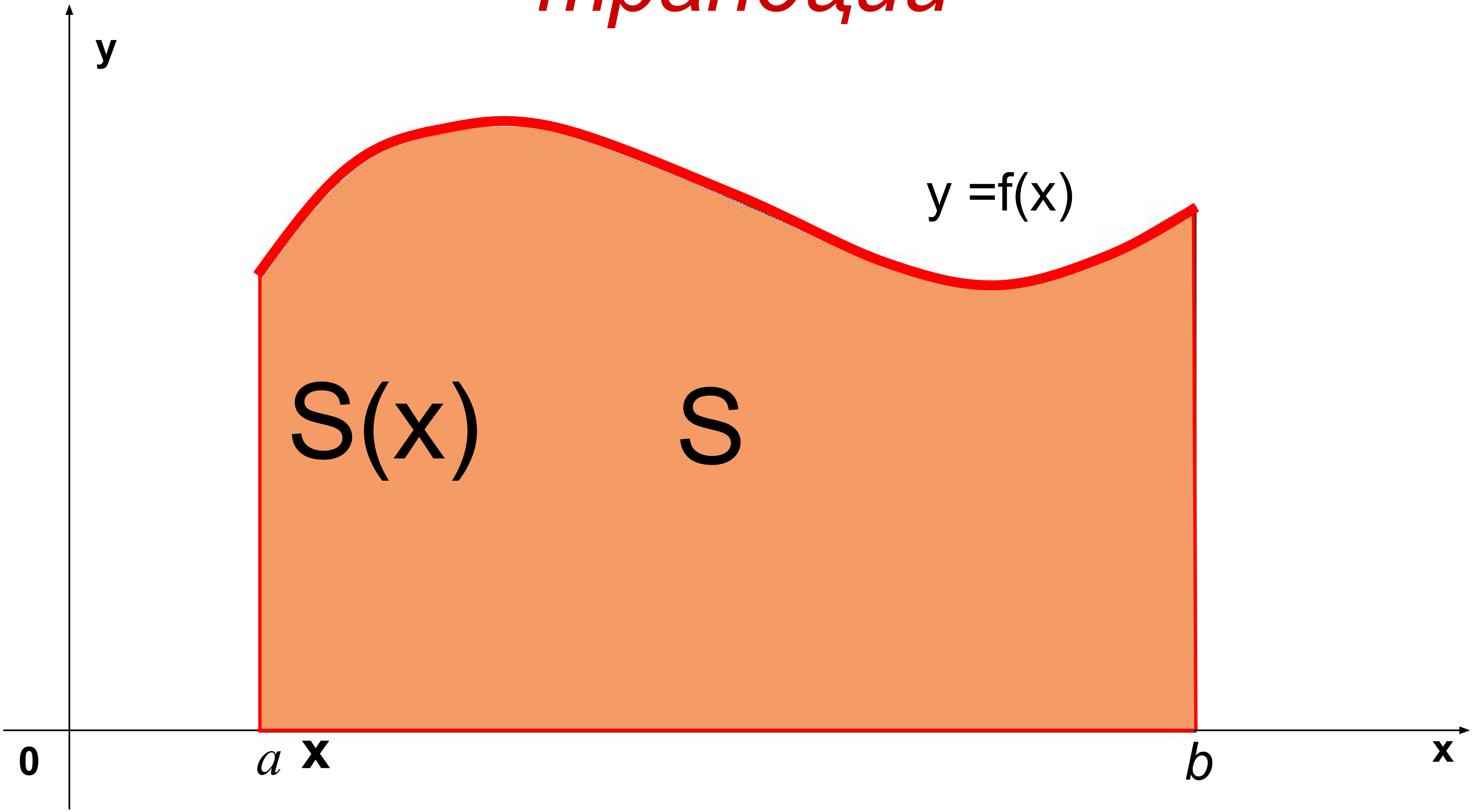
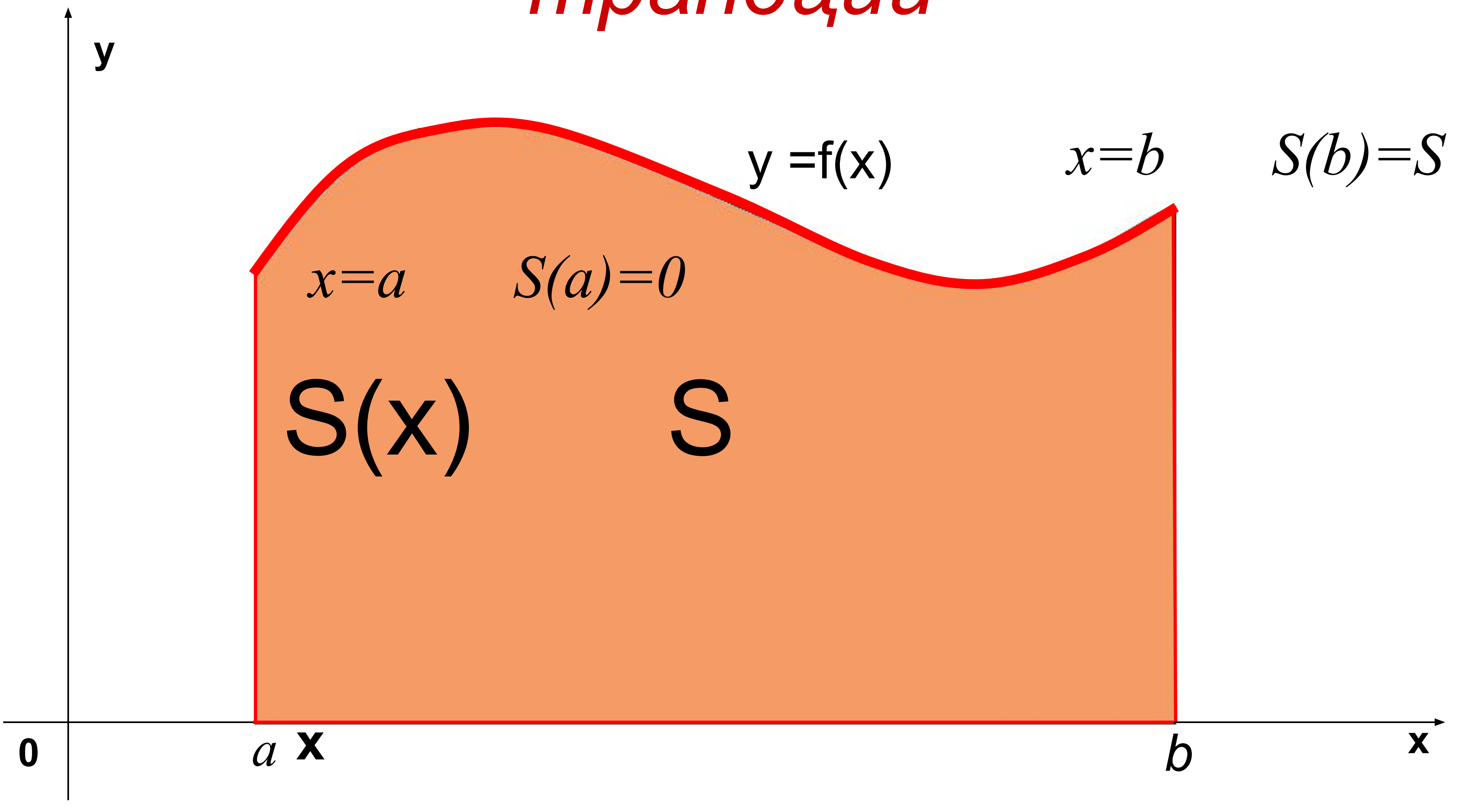
Площадь криволинейной трапеции и интеграл.

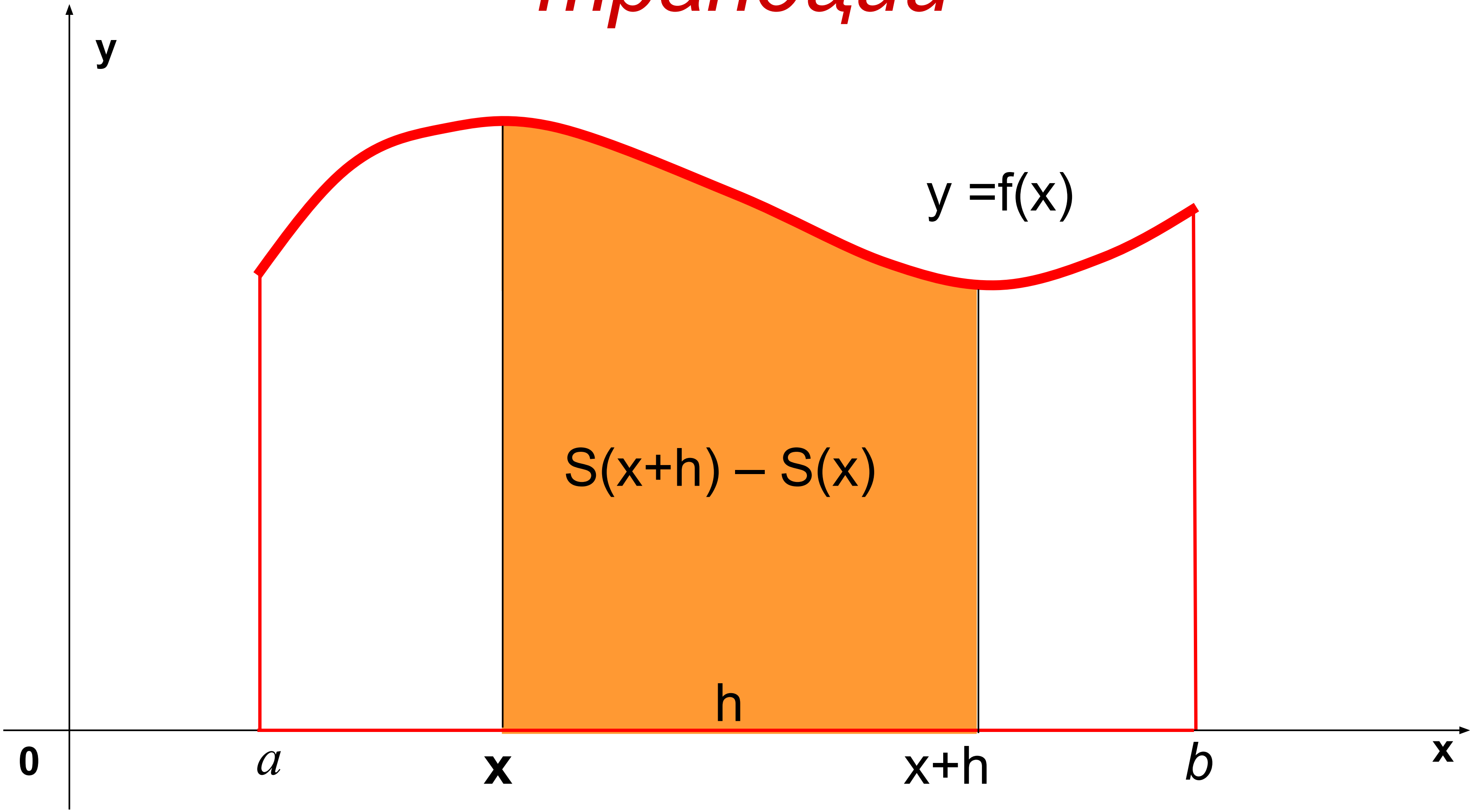
Площадь криволинейной трапеции



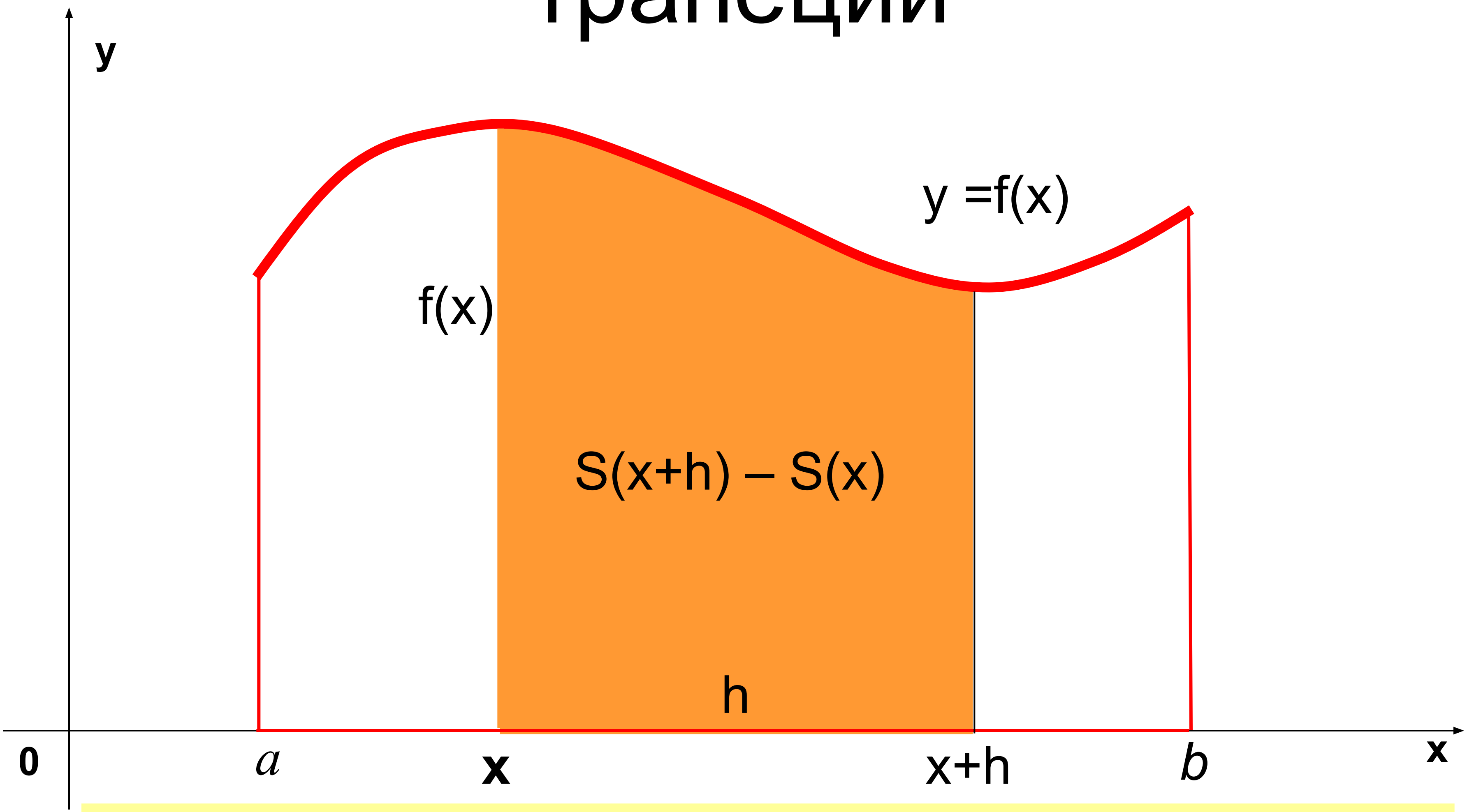
Площадь криволинейной трапеции



Площадь криволинейной трапеции



Площадь криволинейной трапеции



$$h \to 0 \qquad S(x+h) - S(x) \to f(x) \cdot h$$

Площадь криволинейной трапеции

$h \to 0 \qquad S(x+h) - S(x) \to f(x) \cdot h$

$$\frac{S(x+h) - S(x)}{h} \to f(x)$$

$$S'(x) = f(x)$$

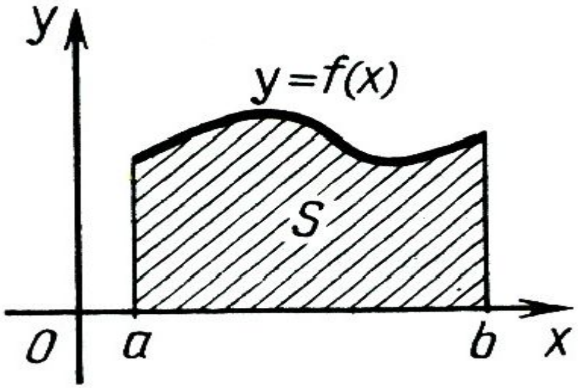
$S(x)$ – первообразная для $f(x)$

$$S(x) = F(x) + C$$

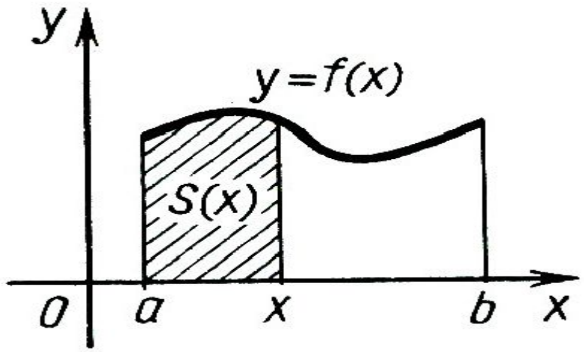
$x = a \qquad S(a) = F(a) + C = 0 \qquad C = -F(a)$

$$S(x) = F(x) - F(a)$$

$x = b \qquad S = S(b) = F(b) - F(a)$



Фигура, ограниченная снизу отрезком [a, b] оси Ox ,сверху графиком непрерывной функции y= f(x), принимающей положительные значения , а с боков отрезками прямых x = a, x =b называется ***криволинейной трапецией.***

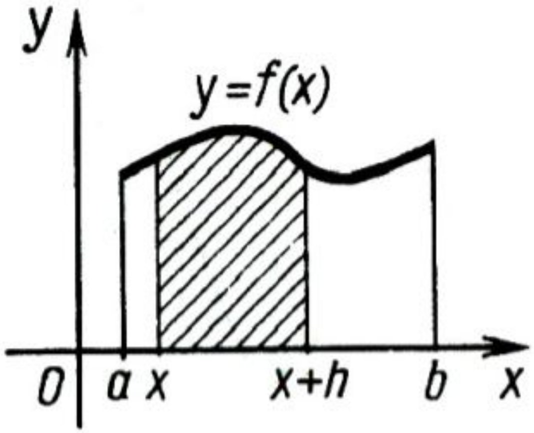


Обозначим S(x) - площадь криволинейной трапеции с основанием [a, x] ,

x - любая точка отрезка [a, b]

При x = a отрезок [a, x] вырождается в точку, поэтому S(a) = 0; при x = b,

S(b) = S



S(x) является первообразной функции f(x), т.е. $S'(x)= f(x)$

S(x + h) - S(x), где h>0, равна площади криволинейной трапеции с основанием **[x, x + h]**.

Если число h мало, то эта площадь приблизительно равна f(x) h,

т.е. $S(x + h) - S(x) \approx f(x)\,h$

$$\frac{S(x + h) - S(x)}{h} \approx f(x)$$

$h \to 0$ получается равенство $S'(x) = f(x)$

Площадь криволинейной трапеции вычисляется по формуле

S = F(b) - F(a)

Разность **F(b) - F(a) называют интегралом от функции f(x)** на отрезке **[a, b] и обозначают так :**

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)\text{-}F(a)$$

Формула Ньютона - Лейбница

Любая другая первообразная $F(x)$ отличается от $S(x)$ на постоянную, т.е. $F(x) = S(x) + C$

При $x = a$ получаем $F(a) = S(a) + C$

Так как $S(a) = 0$, то $C = F(a)$ и равенство

$F(x) = S(x) + C$ можно записать так

$S(x) = F(x) - F(a)$, отсюда при $x = b$ получим

$$S(b) = F(b) - F(a)$$

Немного истории

$\int y dx$ -1675 г, опубликовано в 1686 г

ввел Г.Лейбниц

$f'(x)$ - 1675 г, Ж Лагранж

5 век до н.э. др.гр. ученый Демокрит

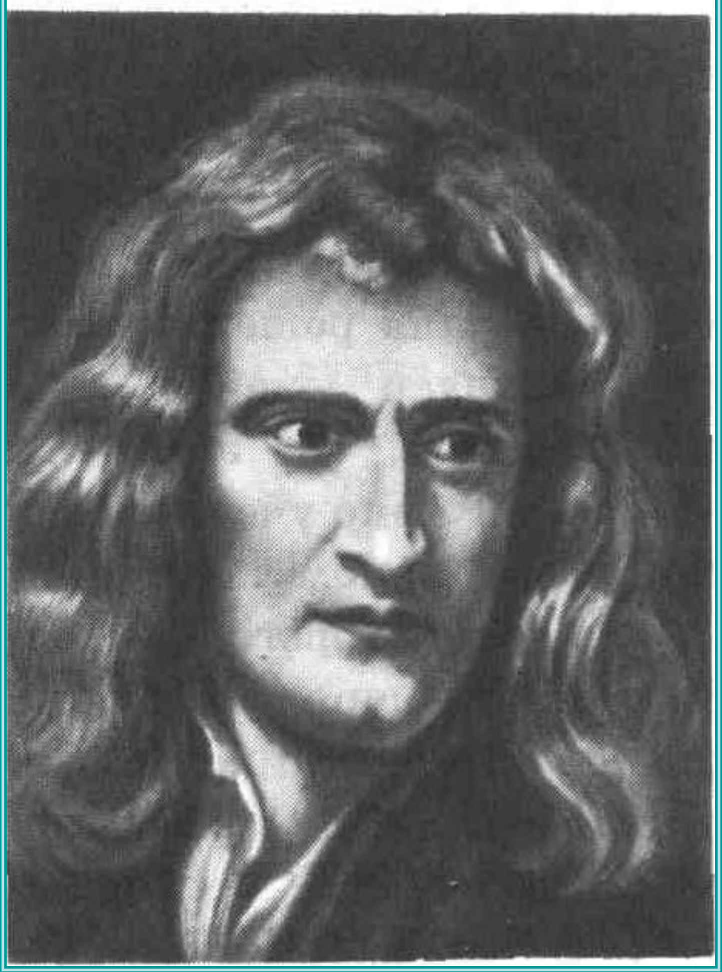
3-4 век до н.э. Архимед ввел метод исчерпывания

Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)

« Общее искусство знаков представляет чудесное пособие, так как оно разгружает воображение… Следует заботиться о том, чтобы обозначения были удобны для открытий. Обозначения коротко выражают и отображают сущность вещей. Тогда поразительным образом сокращается работа мысли.»

Лейбниц

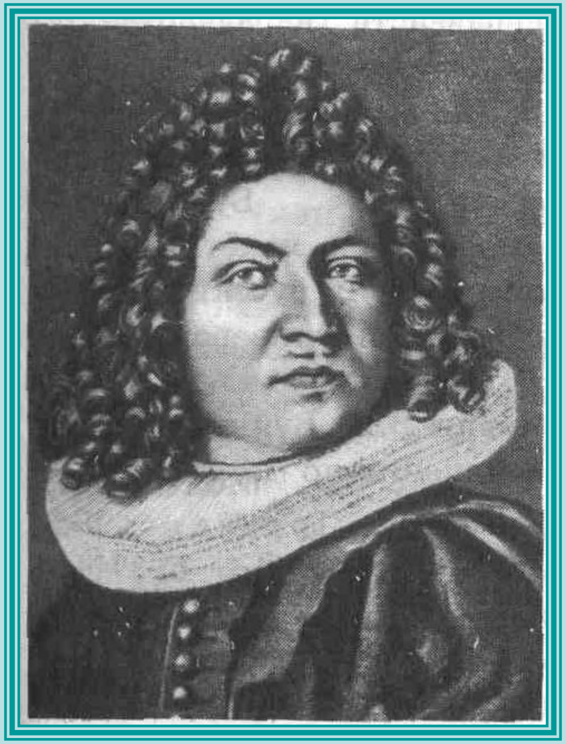
Исаак Ньютон
(1643-1727)



Разумом он превосходил род человеческий. Лукреций

Немного истории

- «Интеграл» придумал Я.Бернулли (1690)
- «восстанавливать» от латинского integro



«целый» от латинского integer

интегральное исчисление

неопределенный интеграл

(первообразная)

И.Ньютон

определенный интеграл

(площадь криволинейной фигуры)

Г.Лейбниц

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Применение интеграла

- *Площадь фигуры*
- *Объем тела вращения*
- *Работа электрического заряда*
- *Работа переменной силы*
- *Центр масс*

В классе:

№ 999(1,3)

№ 1000(1,2)

Дома:

П 56

№ 999(2,4)

№ 1000(3)