

# ОБЪЕМЫ НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ, ПИРАМИДЫ, КОНУСА

**Геометрия 11 класс**

**Р.О.Калошина  
ГОО лицей №533**

**Санкт-Петербург**



# План урока

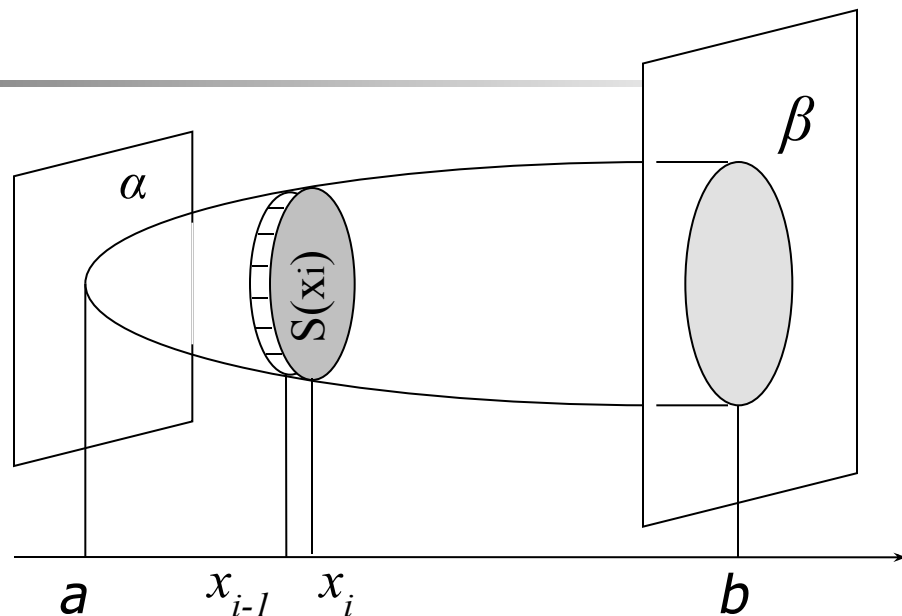
---

- Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла
- Объем наклонной призмы
- Объем пирамиды
- Объем усеченной пирамиды
- Объем Объем\_ Объем конуса
- Объем Объем\_ Объем усеченного конуса
- Вопросы для закрепления

# Вычисление объемов тел

Приближенное значение объема тела равно **сумме объемов прямых призм**, основания которых равны площадям сечений тела, а высоты равны  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$

$$V \approx V_n = \sum_{i=1}^n S(x_i) \Delta x_i$$



Отрезок  $[a; b]$  разбит на  $n$  частей



# Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла

## Основная формула

для вычисления объемов тел:

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} V_n = \int_a^b S(x) dx$$

Где  $S(x)$  – непрерывная функция на отрезке  $[a; b]$ .



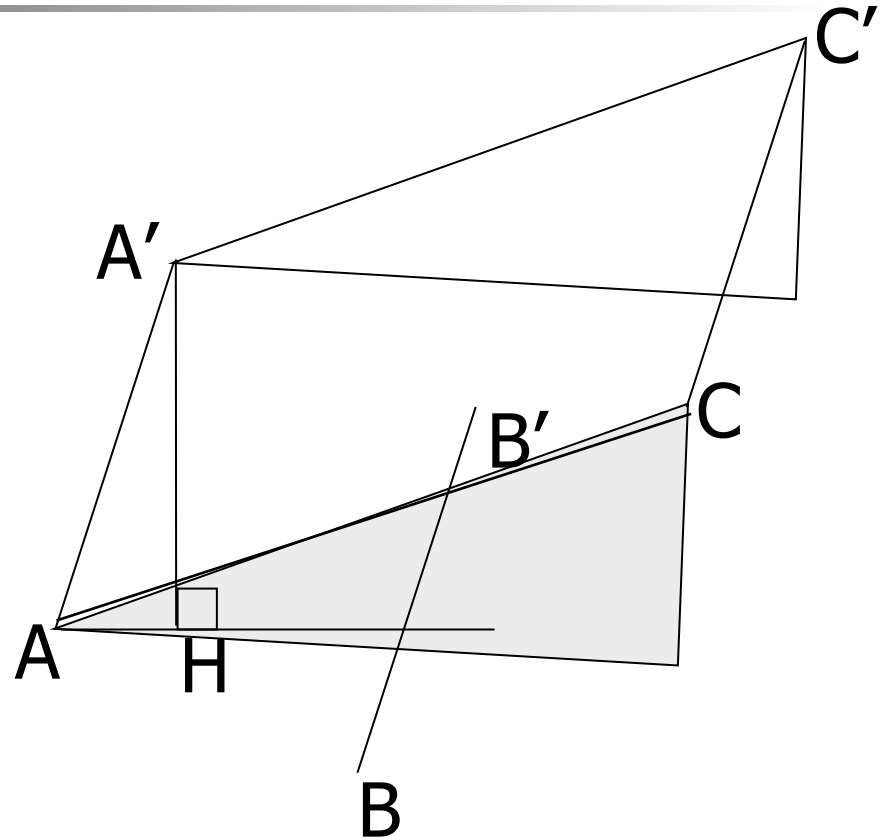
# Объем наклонной призмы

**Теорема:** Объем наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту *или* определенному интегралу от площади основания на промежутке от  $0$  до  $h$

$$V = S \cdot h = \int_0^h S(x) dx$$

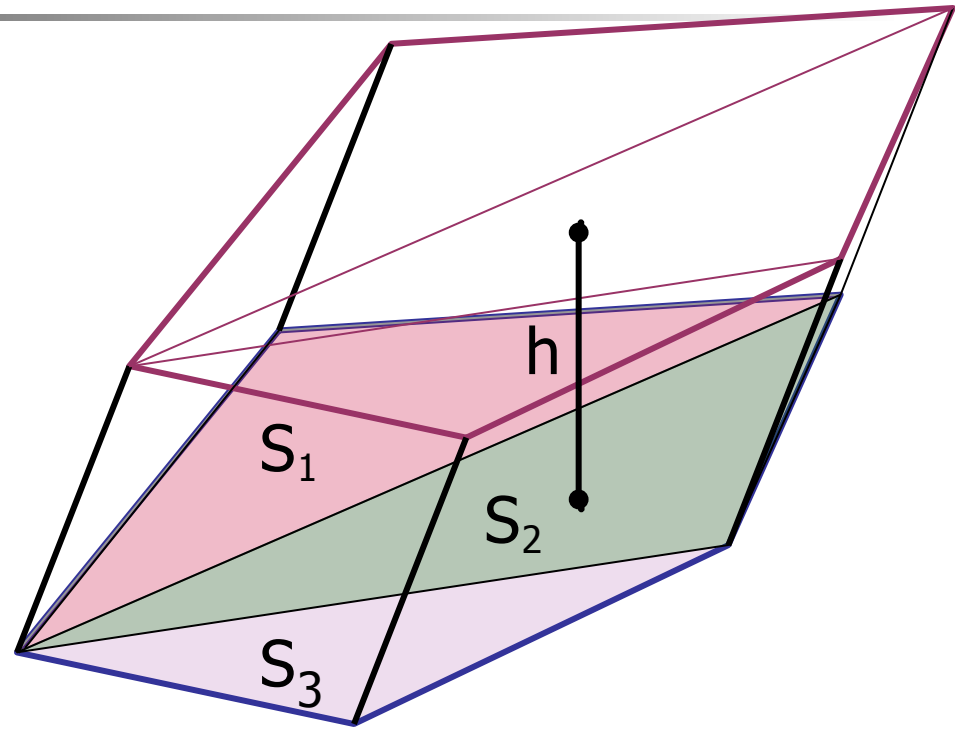
$S$  – площадь основания

$h$  – высота



# Объем наклонной призмы

Объем произвольной призмы равен **сумме объемов треугольных призм**, которые получены путем разбиения основания на треугольники **или** произведению площади основания на высоту



$$V = (S_1 + S_2 + S_3) \cdot h$$

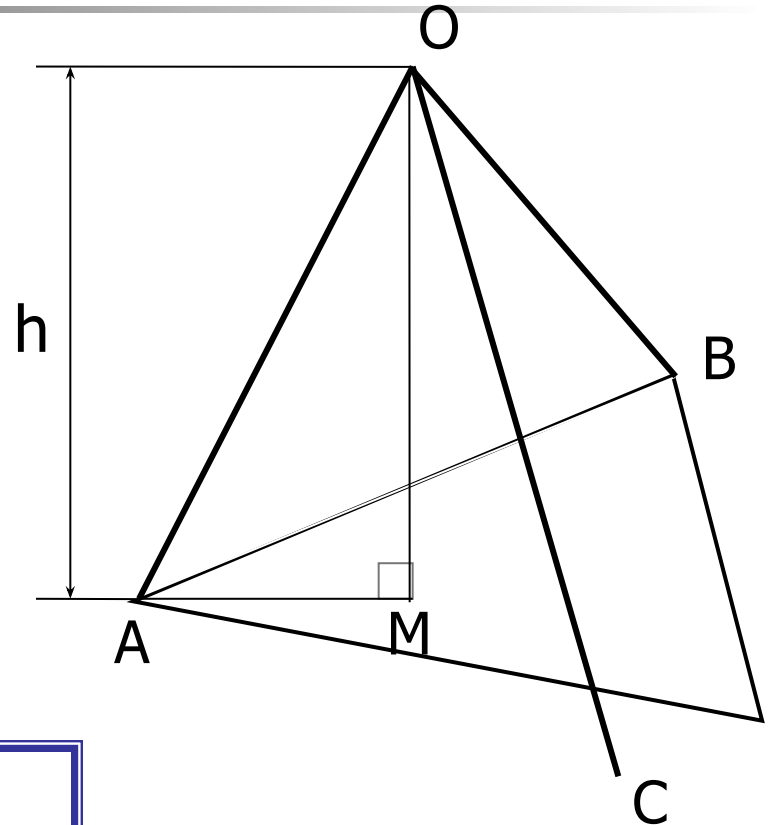
# Объем пирамиды

Теорема: Объем  
треугольной пирамиды  
равен *одной трети*  
произведения площади  
основания на высоту

**ИЛИ**

определенному интегралу  
от площади основания на  
промежутке от 0 до  $h$

$$S = \frac{1}{3} S \cdot h = \int_0^h S(x) dx$$



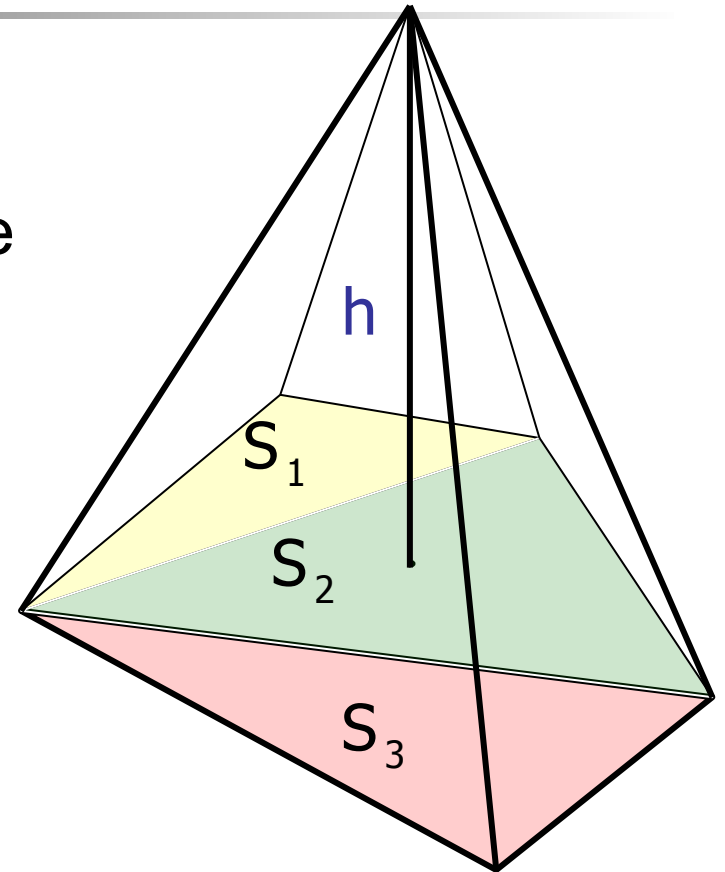
# Объем пирамиды

Объем произвольной пирамиды равен **сумме объемов треугольных пирамид**, которые получены путем разбиения основания на треугольники

*или*

**одной трети** произведения площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} (S_1 + S_2 + S_3) h$$

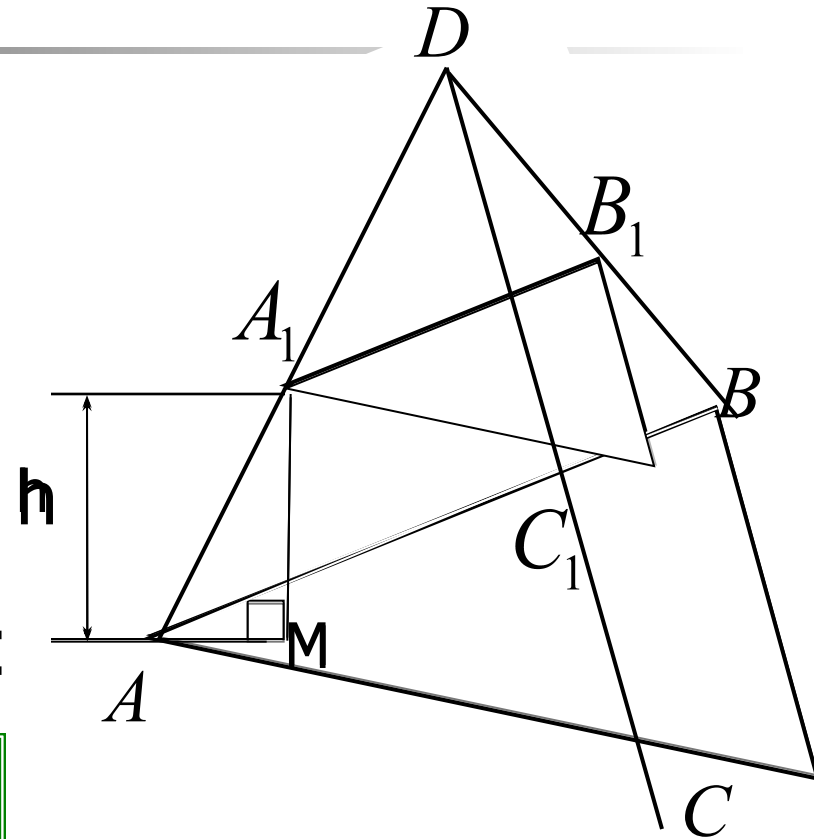




# Объем усеченной пирамиды

Объем усеченной пирамиды, высота которого равна  $h$ , а площади оснований равны  $S$  и  $S_1$ , вычисляется по формуле:

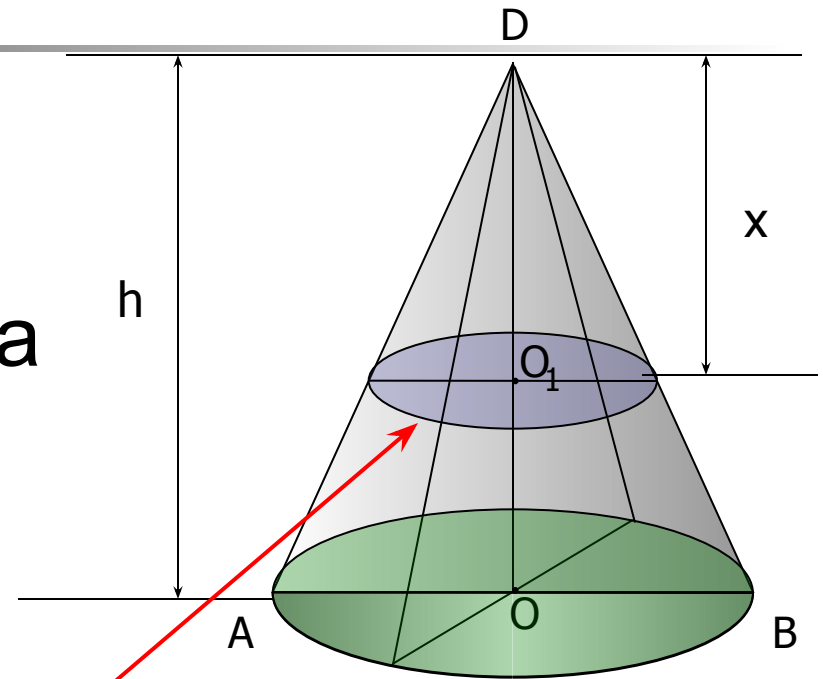
$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$



# Объем конуса

Объем конуса равен  
**1/3** произведения  
площади основания на  
высоту.

$$V = \frac{1}{3} Sh$$



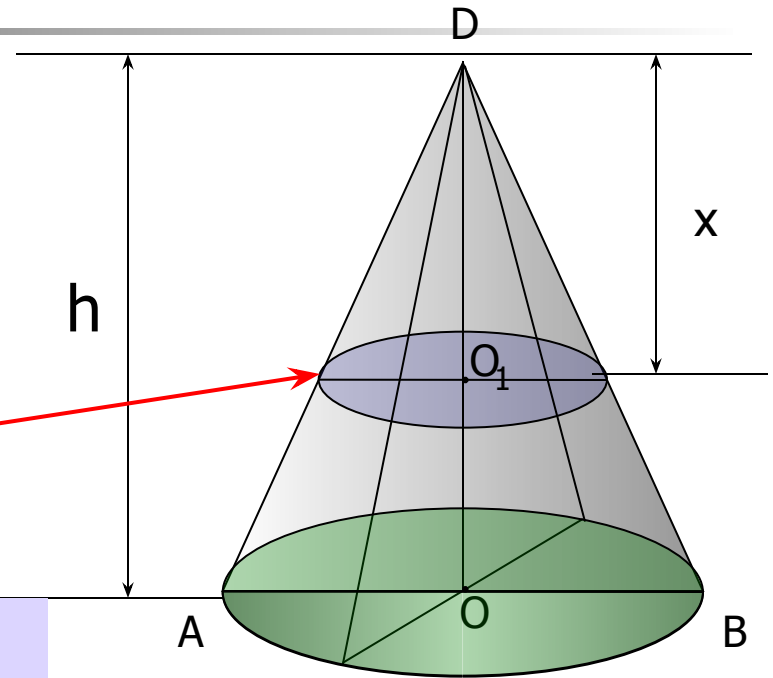
$$S(x) = \pi R_1^2 = \frac{\pi R^2}{h^2} x^2$$

# Объем конуса

Объем конуса равен

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$S(x)$



По основной формуле объема тела:

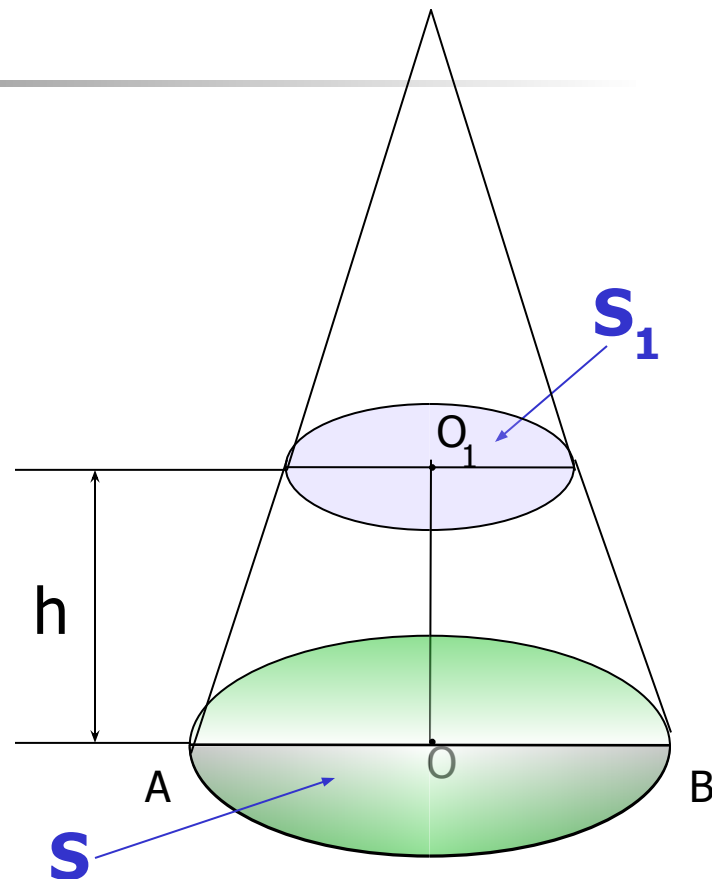
$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \frac{\pi R^2}{h^2} x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

# Объем усеченного конуса

Объем усеченного конуса вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

Где  $h$  – высота конуса,  
 $S$  и  $S_1$  – площади оснований



# Вопросы для закрепления

- Чему равно приближенное значение объема тела?
- Чему равен объем наклонной призмы?
- Чему равен объем произвольной пирамиды?
- Чему равен объем усеченной пирамиды?
- Чему равен объем конуса?
- Чему равен объем усеченного конуса?