

# ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для  
подготовки к ЕГЭ

## Угол между двумя прямыми

10 – 11 классы

Учитель математики  
ГБОУ гимназии №1 города  
Похвистнево  
Самарской области  
Антонова Галина Васильевна

# ГЕОМЕТРИЯ

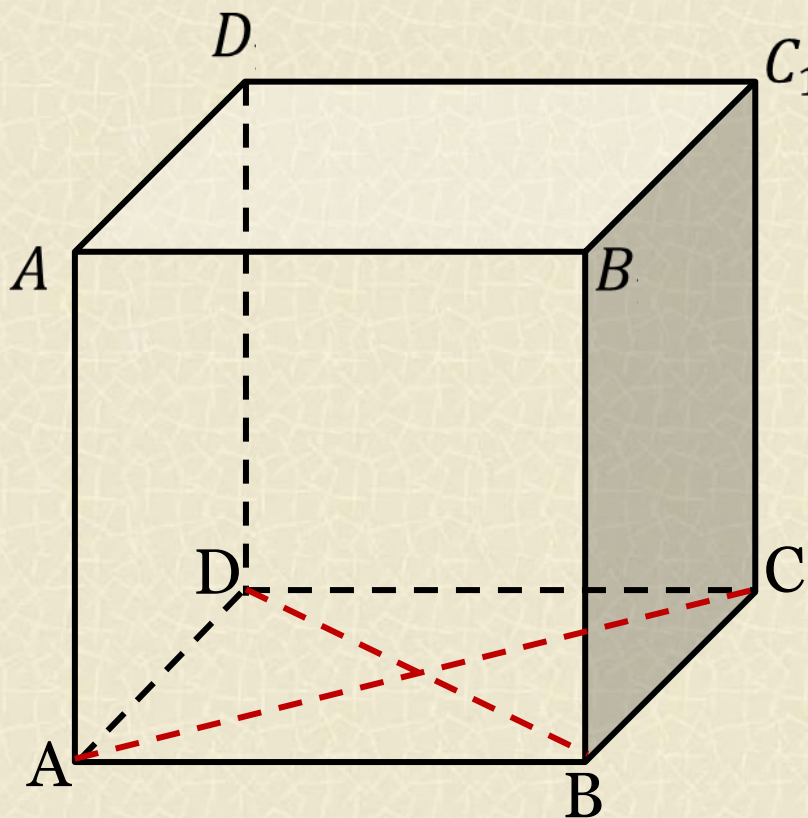
## Задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ



**В презентации  
использована книга  
Э.Н.Балаян  
«Геометрия: задачи  
на готовых  
чертежах для  
подготовки к ЕГЭ:  
10 – 11 классы»**



## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 1

**В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ .**

**Решение:**

$ABCD$  – квадрат  $\Rightarrow$   
 $AC \perp BD$

**Ответ:  $90^\circ$ .**

## Угол между двумя прямыми. Куб

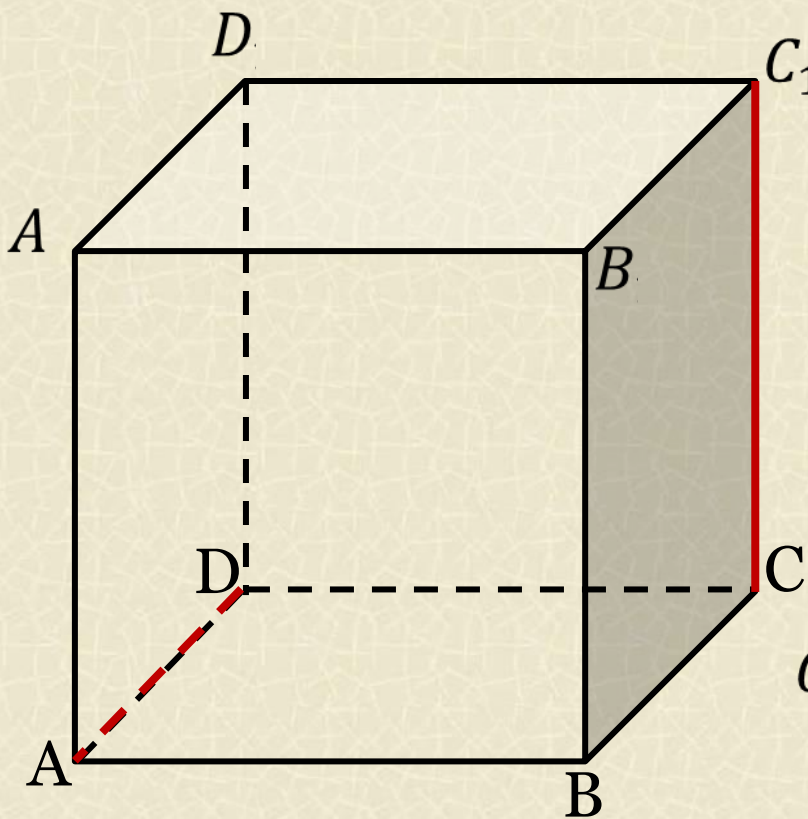
### Задача 2

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $CC_1$  и  $AD$ .

*Решение:*

$$CC_1 \perp (ABCD) \Rightarrow CC_1 \perp AD$$

**Ответ:**  $90^\circ$ .





## Угол между двумя прямыми. Куб

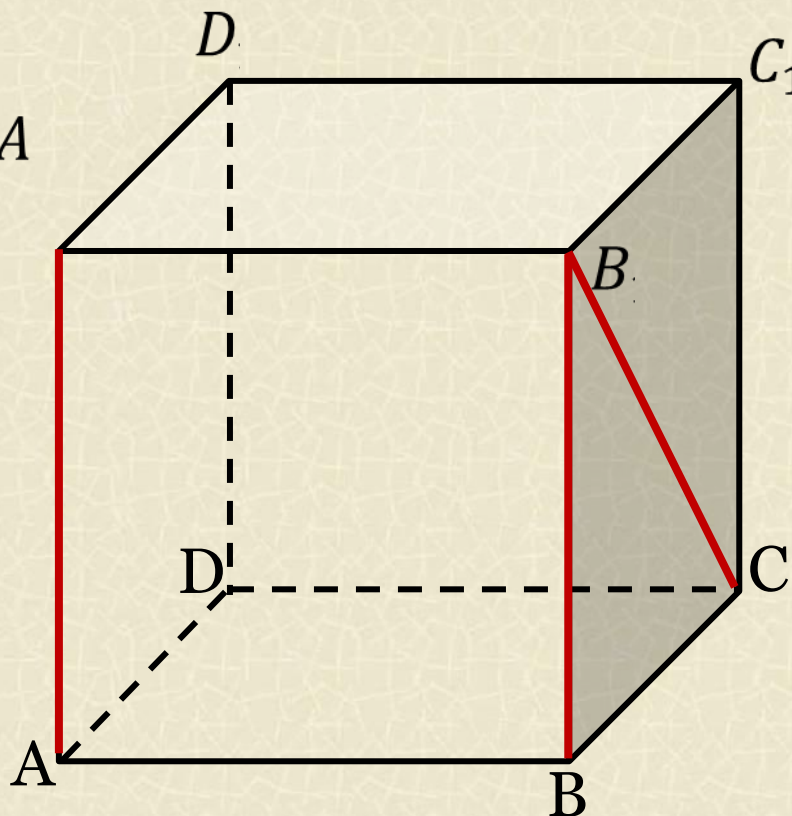
### Задача 3

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $B_1 C$ .

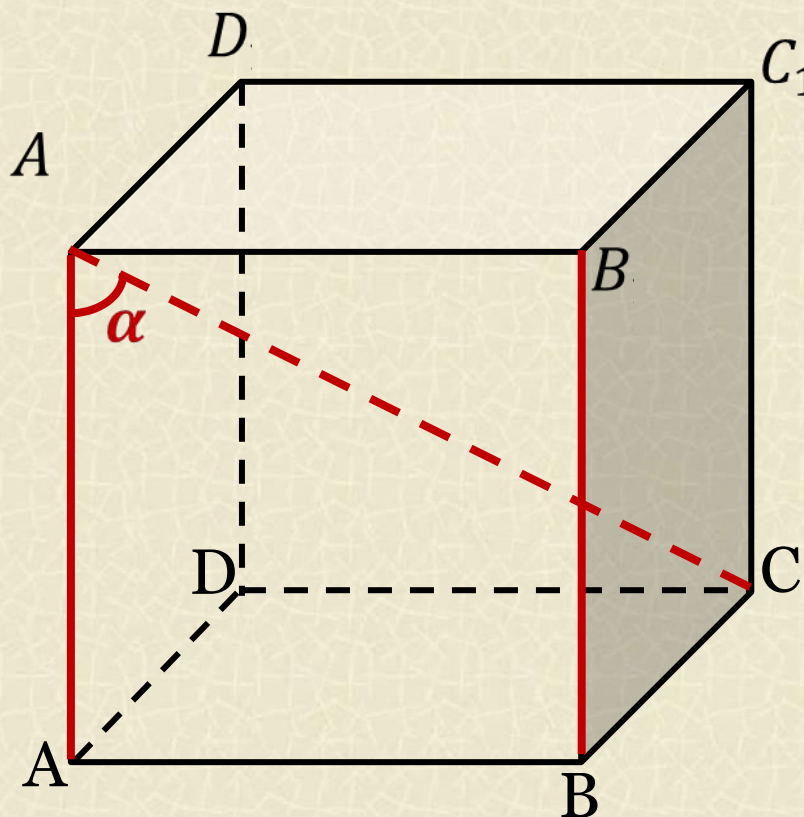
*Решение:*

$$\begin{aligned} AA_1 \parallel BB_1 &\Rightarrow \\ \angle(AA_1; B_1 C) &= \angle(BB_1; B_1 C) \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

**Ответ:**  $45^\circ$ .



## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 4

В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $BB_1$  и  $A_1C$ .

*Решение:*

$$BB_1 \parallel AA_1 \Rightarrow \angle(BB_1, A_1C) = \angle(AA_1, A_1C);$$

$$\cos \alpha = \frac{AA_1}{A_1C} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Ответ:**  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$ .



## Угол между двумя прямыми. Куб

### Задача 5

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1 C$  и  $DC_1$ .

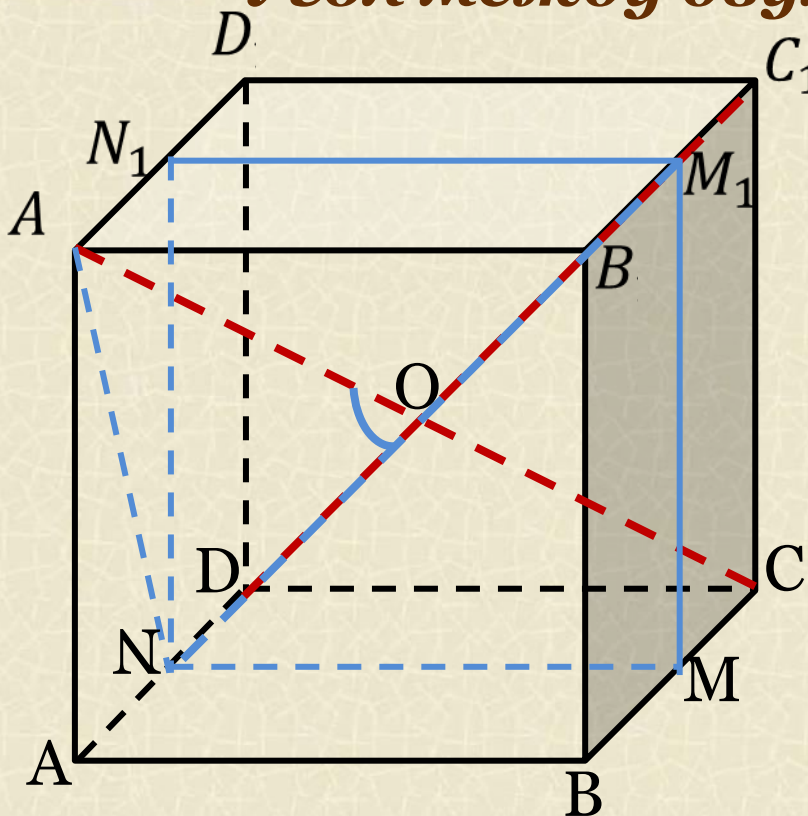
*Решение:*

Проведём через середину  $AD$  ( $N M M_1 N_1$ )  $\parallel (D C C_1 D_1)$ ,  
 $N M_1 \parallel D C_1 \Rightarrow$  искомый угол -  $\angle A_1 O N$

$A_1 O = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $NO = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $A_1 N = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ; по Т., обратной теореме

Пифагора  $A_1 N^2 = A_1 O^2 + NO^2$ , поэтому  $\angle A_1 O N = 90^\circ$ .

**Ответ:  $90^\circ$ .**



## Угол между двумя прямыми. Куб

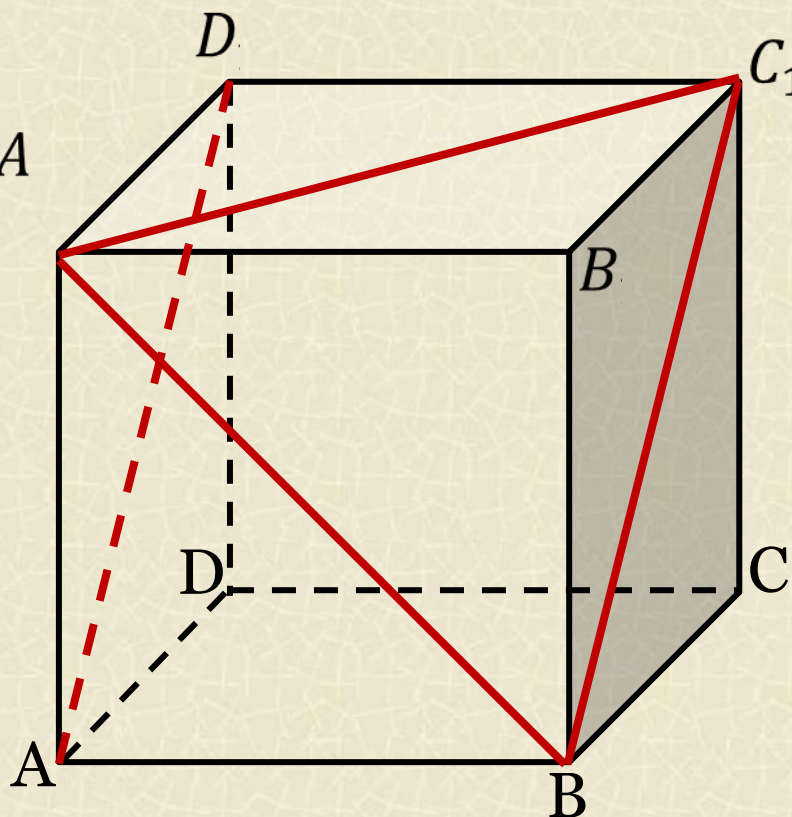
### Задача 6

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $A_1 B$ .

*Решение:*

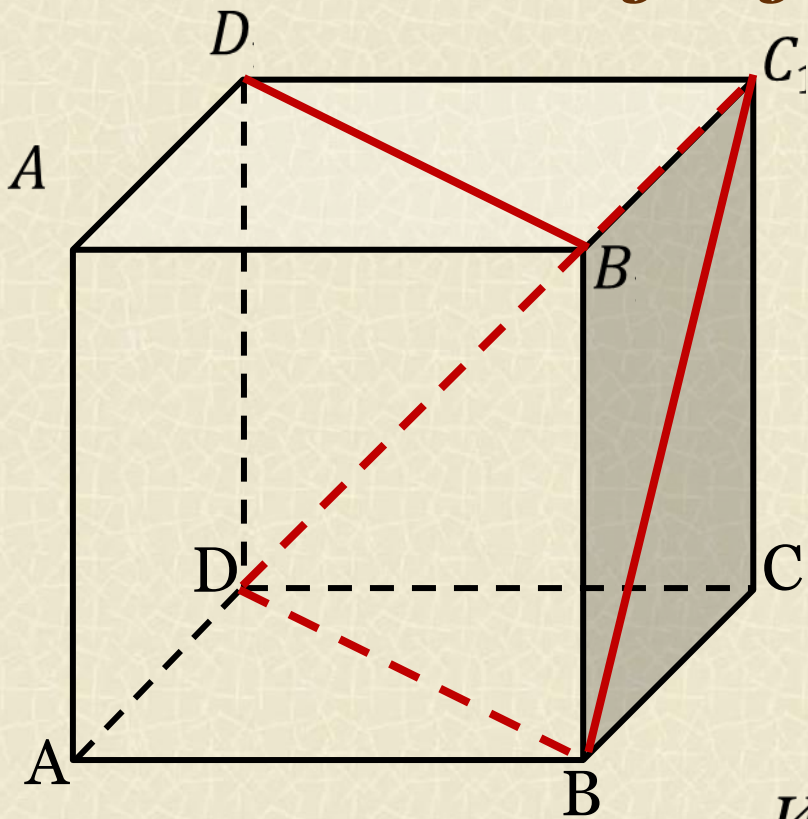
$$\begin{aligned} AD_1 \parallel BC_1 &\Rightarrow \\ \angle(AD_1, A_1 B) &= \\ \angle(BC_1, A_1 B) &= 60^\circ \end{aligned}$$

**Ответ:**  $60^\circ$ .





## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 7

В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $DC_1$  и  $D_1B_1$ .

*Решение:*

$$D_1B_1 \parallel DB \Rightarrow \angle(DC_1, D_1B_1) = \angle(DC_1, DB)$$

Искомый угол находим в равностороннем  $\triangle DBC_1$

**Ответ:  $60^\circ$ .**

## Угол между двумя прямыми. Куб

### Задача 8

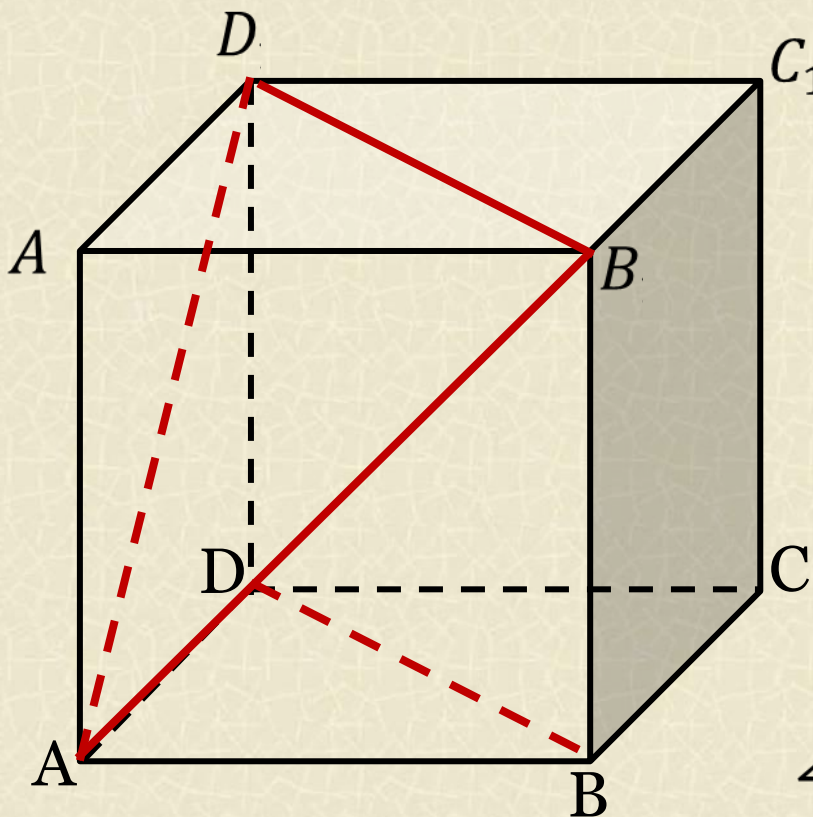
В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $BD$ .

*Решение:*

$$BD \parallel B_1 D_1 \Rightarrow \angle(AD_1, BD) = \angle(AD_1, D_1 B_1)$$

$\angle AD_1 B_1 = 60^\circ$  (как угол правильного треугольника)

**Ответ:  $60^\circ$ .**





## Угол между двумя прямыми. Куб

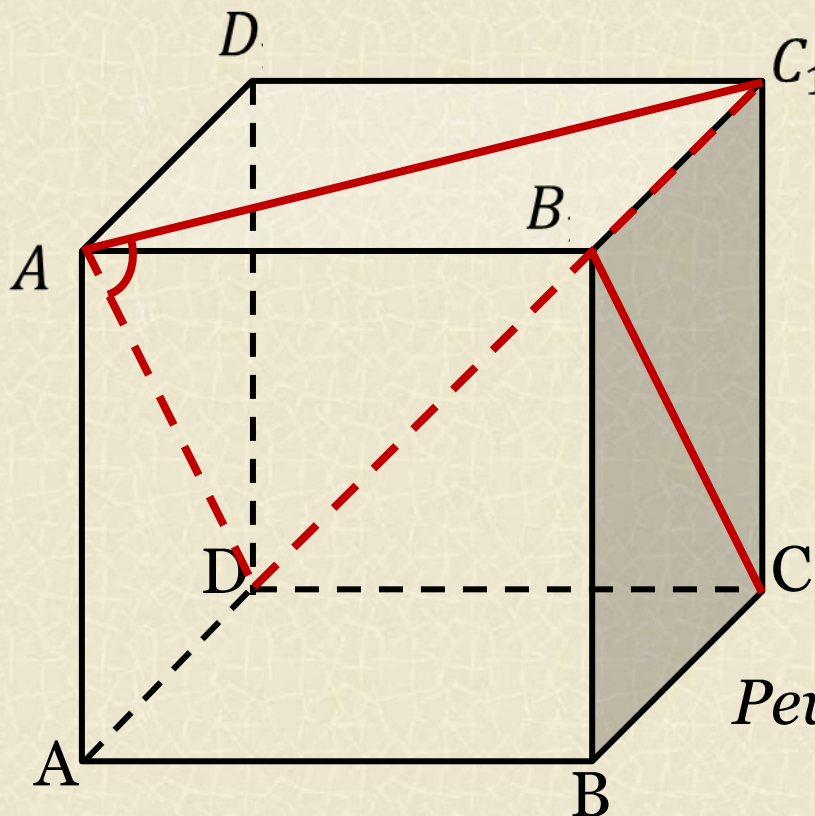
### Задача 9

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1 C_1$  и  $B_1 C$ .

*Решение:*

Решение аналогично решению задач № 7 – 8

**Ответ:  $60^\circ$ .**



## Угол между двумя прямыми. Куб

### Задача 10

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1 C$  и  $AD$ .

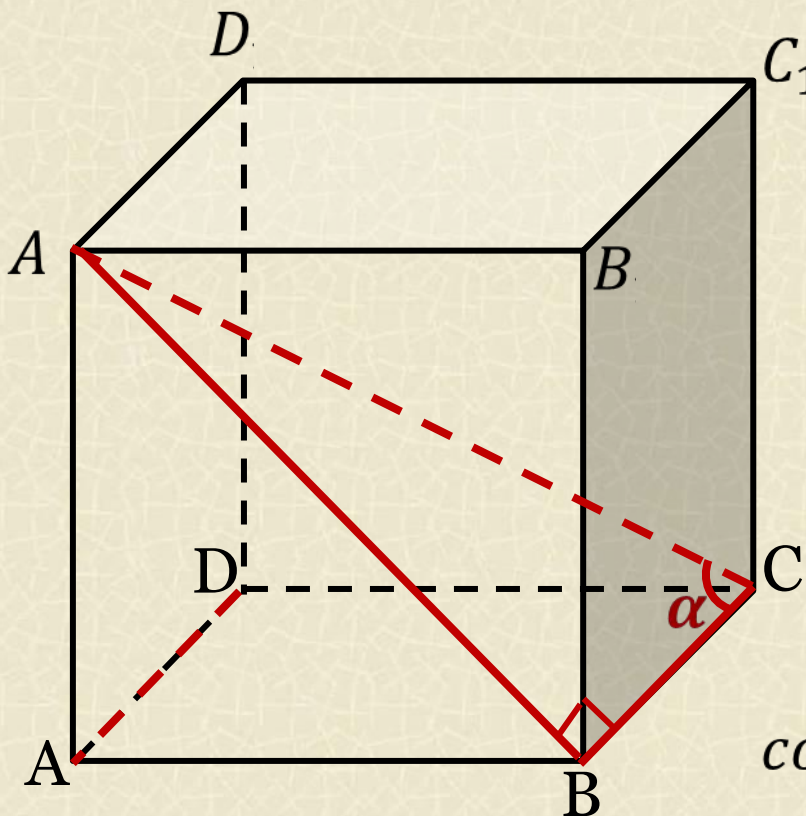
*Решение:*

$$AD \parallel BC \Rightarrow \angle(A_1 C; AD) = \angle(A_1 C; BC) = \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{BC}{A_1 C} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ответ: } \arccos \frac{\sqrt{3}}{3}.$$





## Угол между двумя прямыми. Куб

### Задача 11

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1 B$  и  $AC$ .

*Решение:*

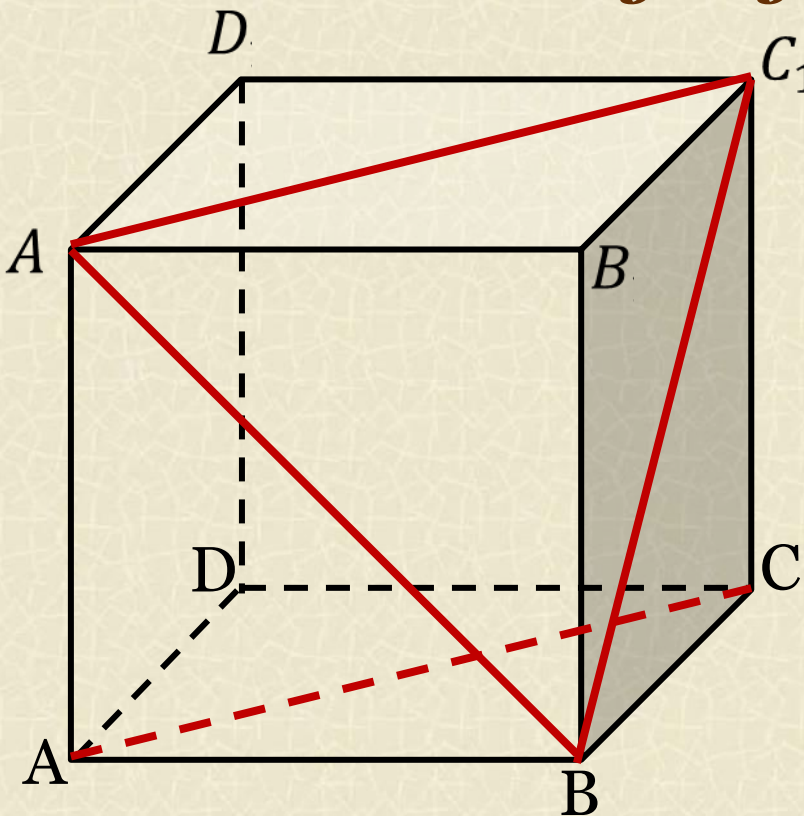
$$A_1 C_1 \parallel AC, \Rightarrow$$

$$\angle(A_1 B; AC) = \angle(A_1 B; A_1 C_1)$$

$\Delta A_1 C_1 B$  - равносторонний  $\Rightarrow$

$$\angle(A_1 B; A_1 C_1) = 60^\circ.$$

**Ответ:**  $60^\circ$ .



## Угол между двумя прямыми. Куб

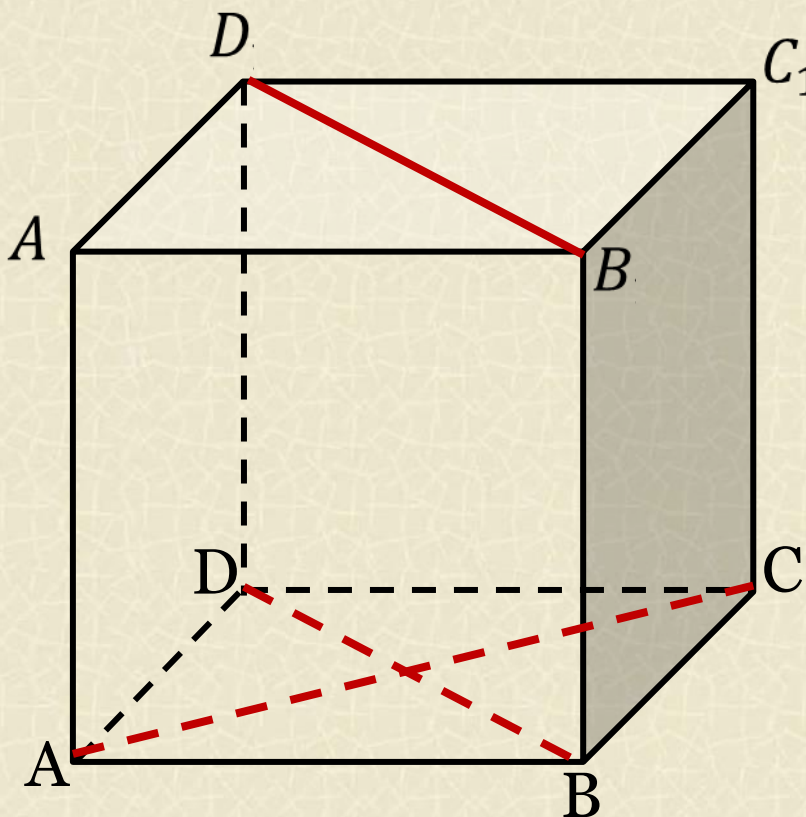
### Задача 12

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$ .

*Решение:*

$$D_1 B_1 \parallel DB \Rightarrow \\ \angle(D_1 B_1; AC) = \angle DB; AC = 90^\circ.$$

**Ответ:**  $90^\circ$ .





## Угол между двумя прямыми. Куб

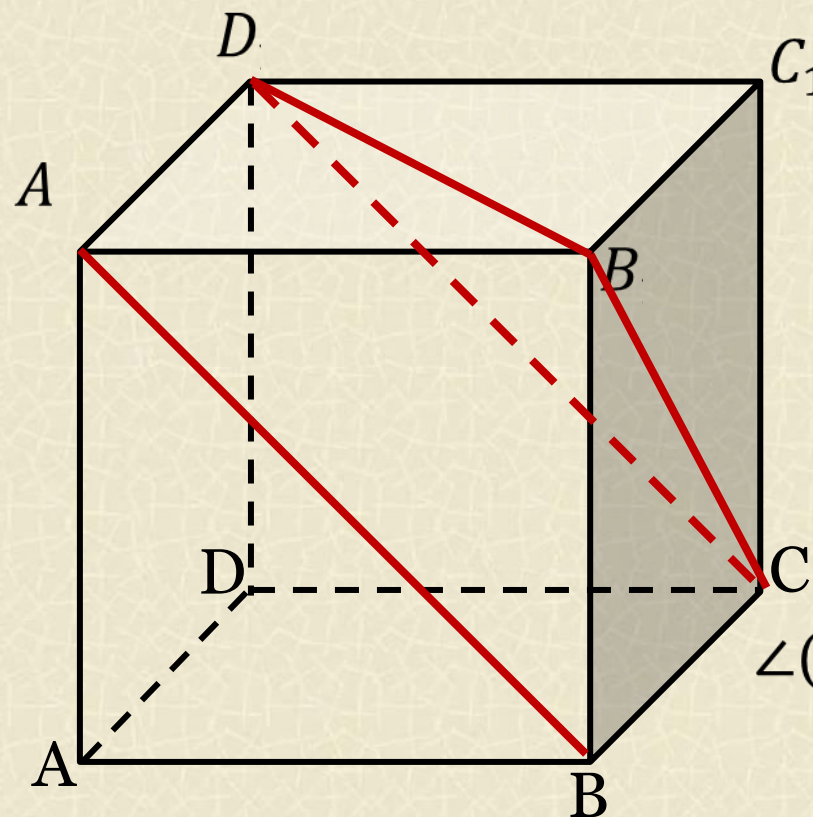
### Задача 13

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1 B$  и  $CB_1$ .

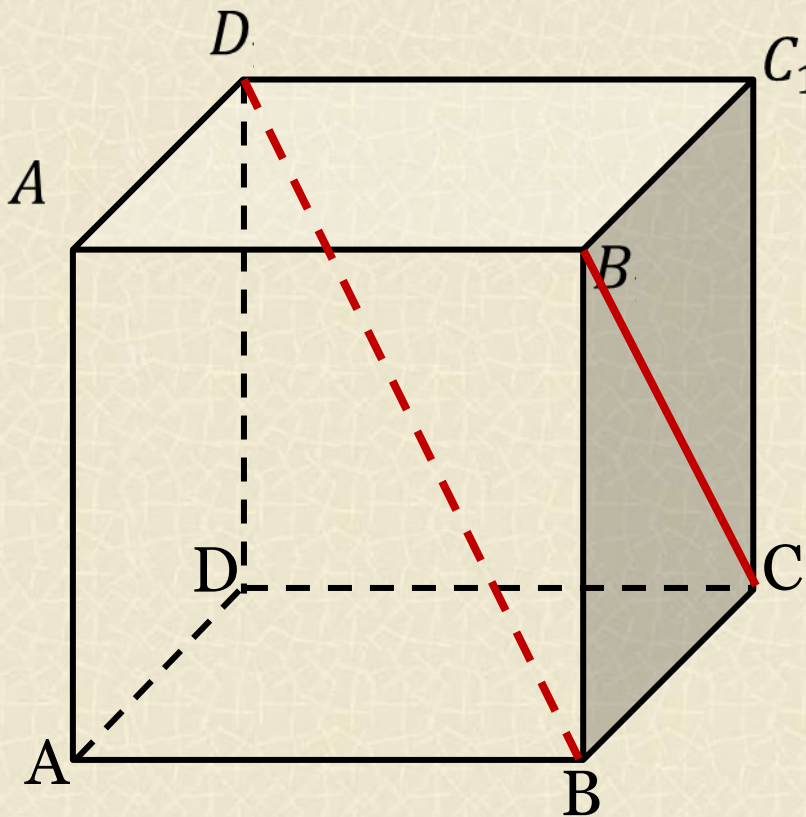
*Решение:*

$A_1 B \parallel D_1 C \Rightarrow$   
 $\angle(A_1 B; CB_1) = \angle DB; CD_1) = 60^\circ$ , т.к.  
 $\triangle CB_1 D_1$  - равносторонний

**Ответ:  $60^\circ$ .**



## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 14

*В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $B_1C$  и  $BD_1$ .*

*Решение:*

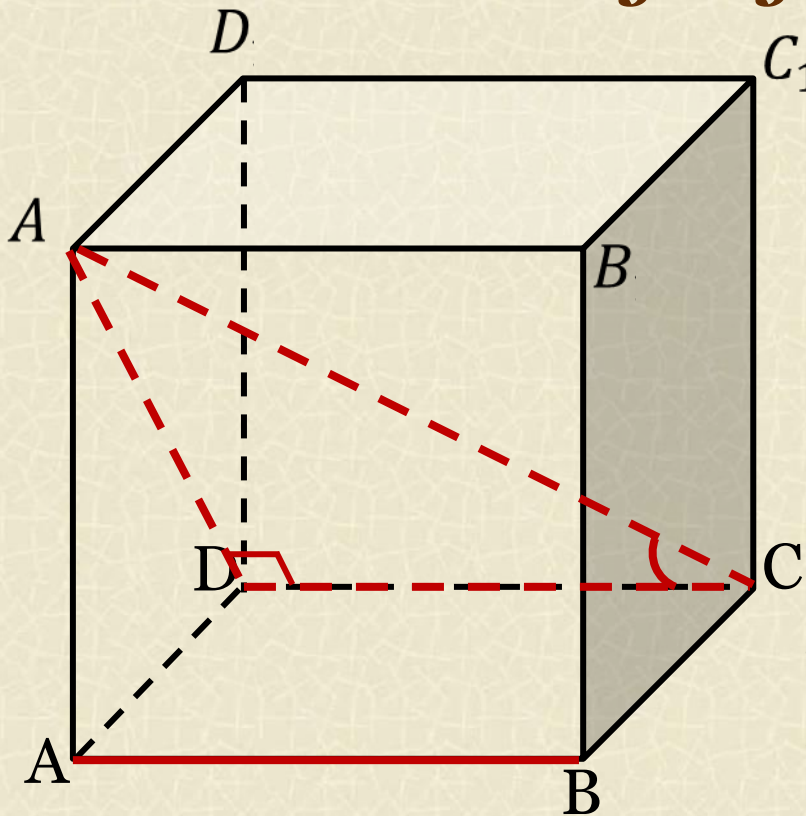
Решение задачи аналогично решению задачи №5 презентации



**Ответ:  $90^\circ$ .**



## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 15

В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CA_1$ .

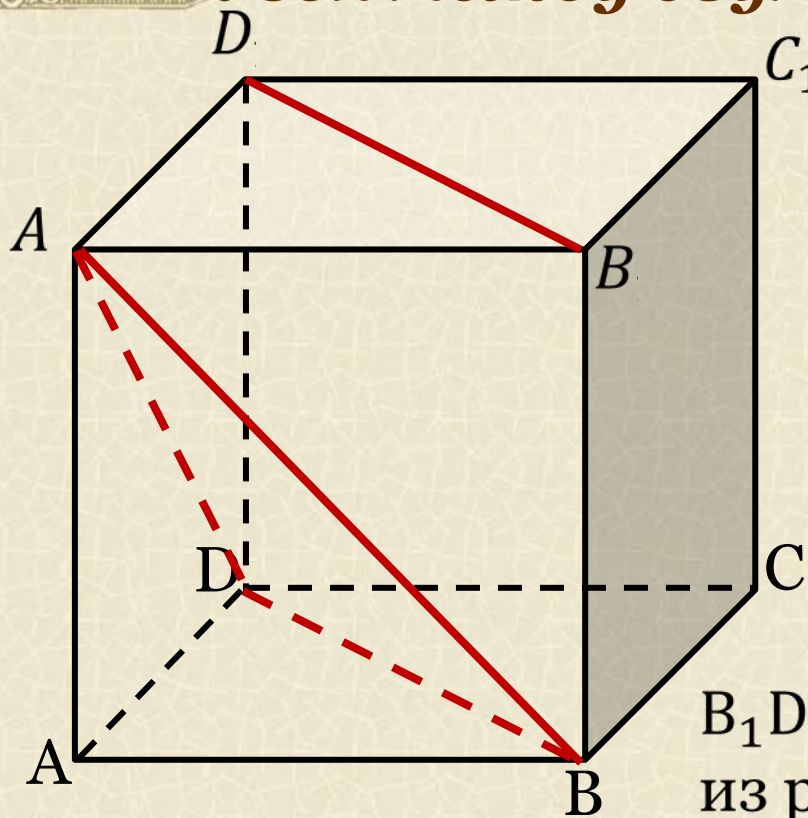
*Решение:*

$AB \parallel DC \Rightarrow$   
 $\angle(AB; CA_1) = \angle DC; CA_1$   
 $\angle CDA_1 = 90^\circ$  (по Т. О трёх перпендикулярах)

$$\cos \angle DCA_1 = \frac{CD}{CA_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**Ответ:**  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 16

В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $BA_1$  и  $B_1D_1$ .

*Решение:*

$B_1D_1 \parallel BD$ , искомый угол найдём из равностороннего  $\triangle BDA_1$ .

**Ответ:**  $60^\circ$ .



## Угол между двумя прямыми. Куб

### Задача 17

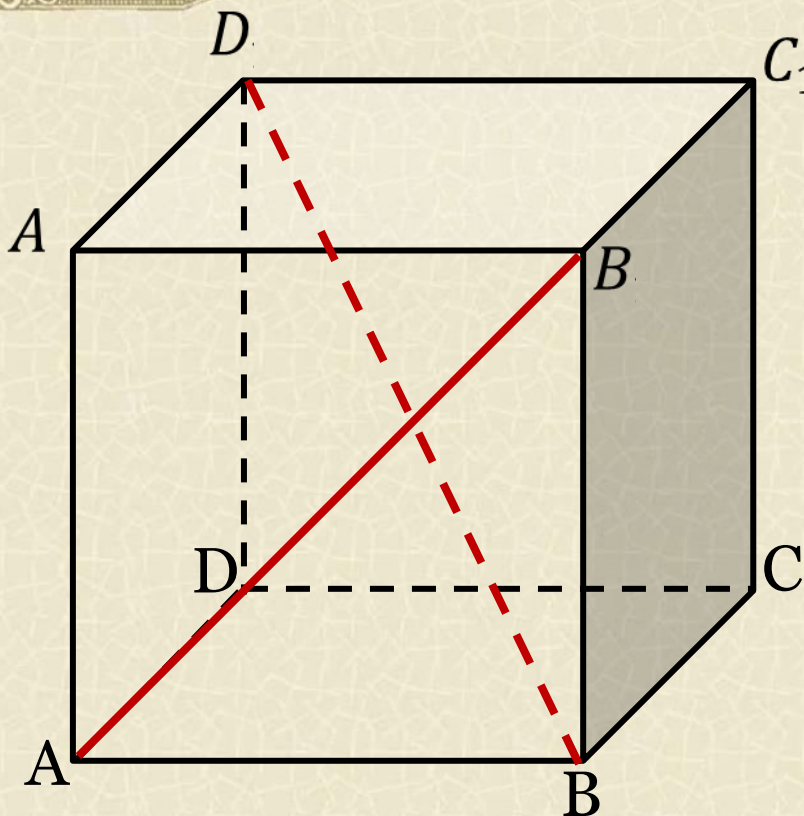
В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BD_1$ .

*Решение:*

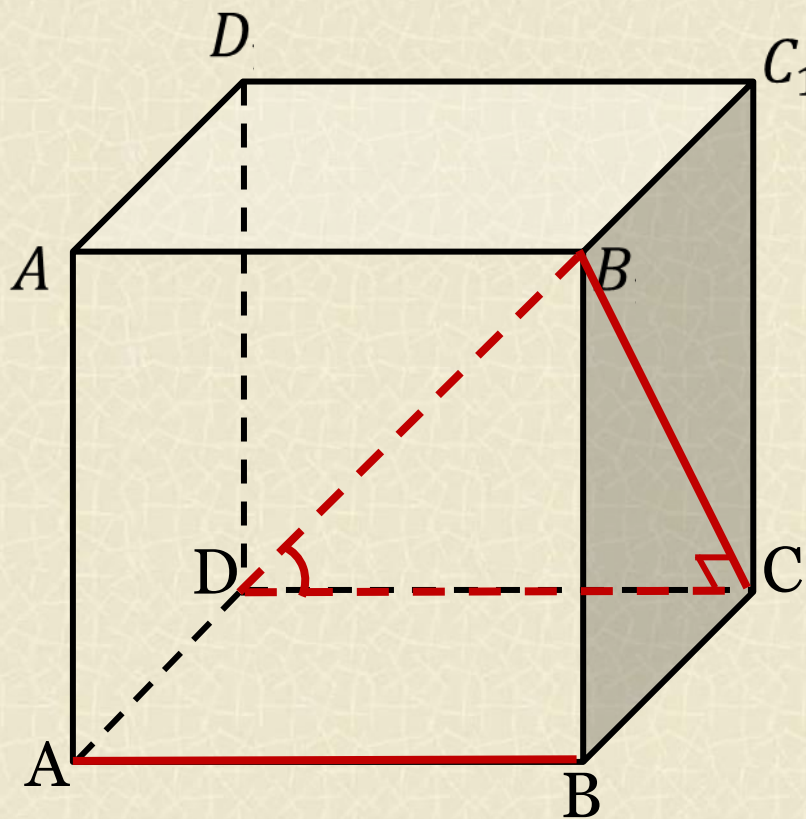
Решение задачи аналогично решению задачи №5 презентации



**Ответ:  $90^\circ$ .**



## Угол между двумя прямыми. Куб



### Задача 18

В единичном кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AB$  и  $DB_1$ .

*Решение:*

$$DC \parallel AB \Rightarrow \angle(AB; DB_1) = \angle(DC; DB_1)$$

$$\operatorname{tg} B_1DC = \frac{B_1C}{DC} = \sqrt{2}$$

**Ответ:**  $\arctg \sqrt{2}$ .



- 1. Источник шаблона: Ранько Елена Алексеевна, учитель начальных классов МАОУ лицей №21 г. Иваново, Сайт: <http://elenaranko.ucoz.ru/>**
- 2. Геометрия: задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ: 10 – 11 классы / Э.Н.Балаян. – Ростов н/Д: Феникс, 2013. – 217 с. : ил. – (Большая перемена).**

# Интернет – ресурсы:

<http://www.bg2001.ru/upload/iblock/616/4034-7.jpg>

*грамота (для создания рамки)*

<http://lenagold.narod.ru/fon/clipart/s/svit/svitolk101.png>

*перо, чернильница, бумага*

<http://megasklad.ru/data/photoses/s194064.jpg>

*ручка - 1*

[http://www.segment.ru/img\\_hits/4946015\\_1\\_small.jpg](http://www.segment.ru/img_hits/4946015_1_small.jpg)

*ручка - 2*