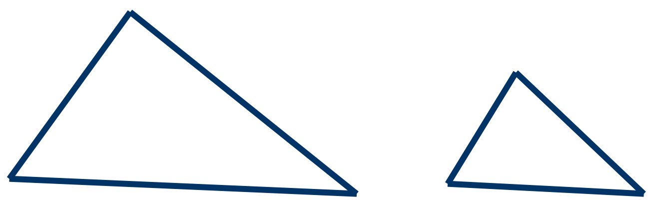
ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Пропорциональные отрезки

Отношением отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е.

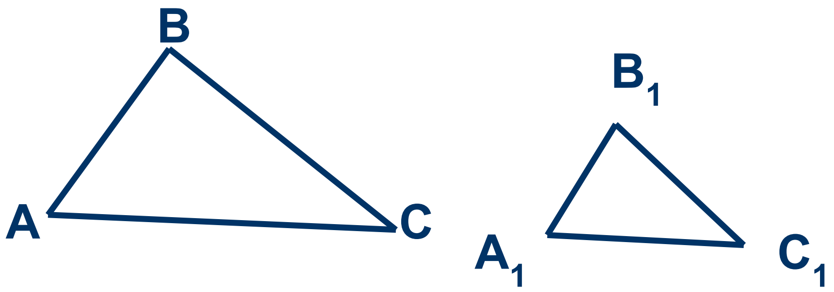
$$\frac{AB}{CD}$$

Отрезки AB и CD *пропорциональны* отрезкам A_1B_1 и C_1D_1, если

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A_1B_1}{C_1D_1}$$

Определение подобных треугольников

Два треугольника называются *подобными,* если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



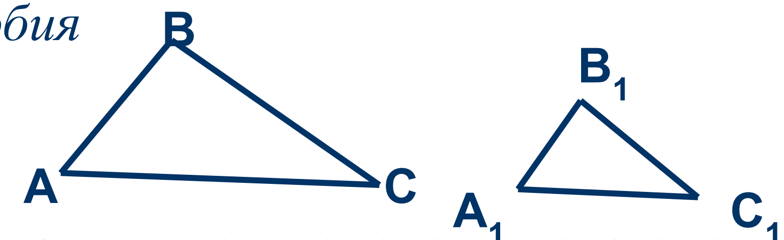
Число k, равное отношению сходственных сторон треугольников, называется *коэффициентом подобия*

$$k = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Отношение площадей подобных треугольников

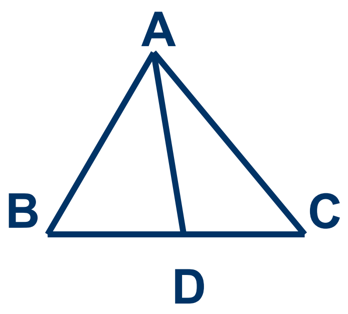
Отношением площадей двух подобных треугольников равно *квадрату коэффициента подобия*

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$



Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{или} \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$$



Признаки подобия треугольников

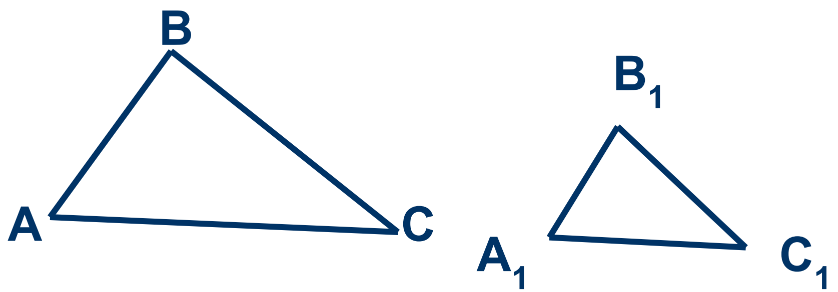
I признак подобия треугольников

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

Дано:

ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$,

$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$



Доказать:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Признаки подобия треугольников

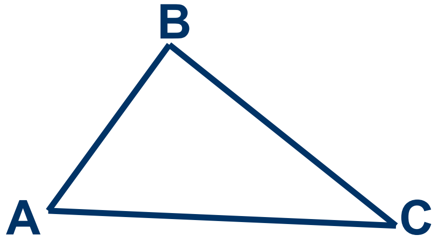
II признак подобия треугольников

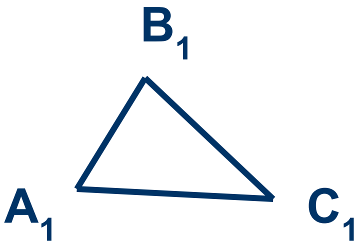
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны

Дано:

ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$

$\angle A = \angle A_1$





Доказать:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Признаки подобия треугольников

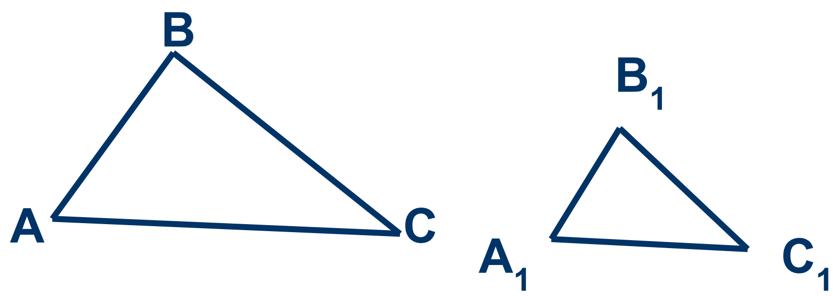
III признак подобия треугольников

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны

Дано:

ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$,

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Доказать:

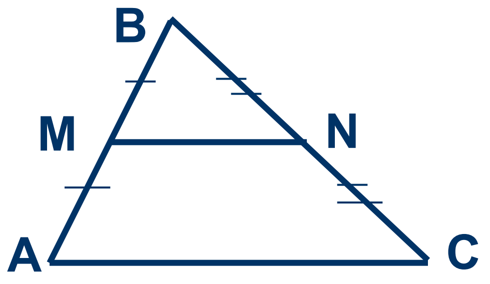
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Применение подобия к доказательству теорем

Средняя линия треугольника

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны



Дано:

ΔABC, MN – средняя линия

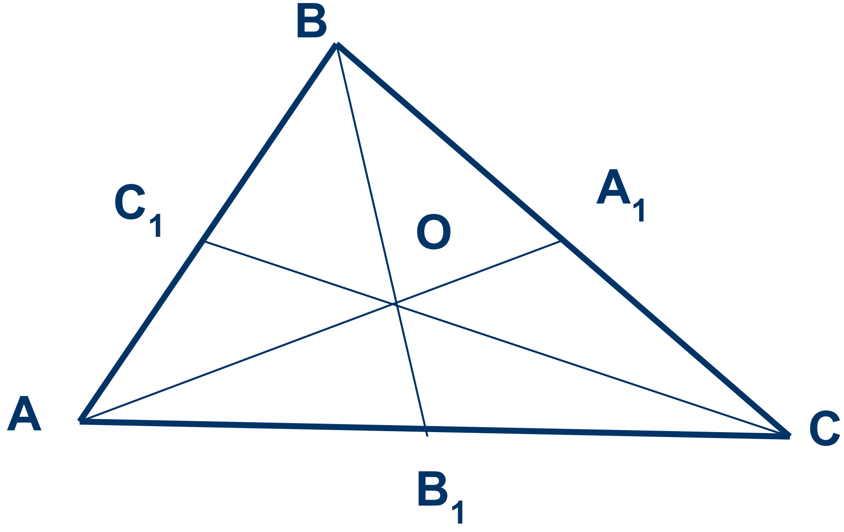
Доказать:

$MN \,||\, AC,\ MN = \dfrac{1}{2}AC$

Применение подобия к решению задач

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2 : 1,считая от вершины

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$



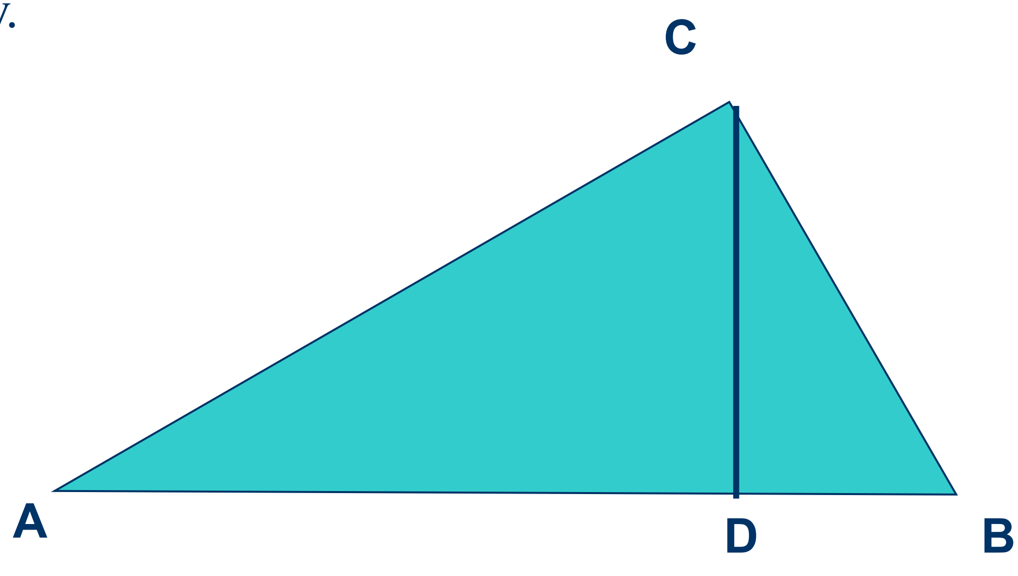
Применение подобия к решению задач

Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.

$\Delta ABC \sim \Delta ACD$,

$\Delta ABC \sim \Delta CBD$

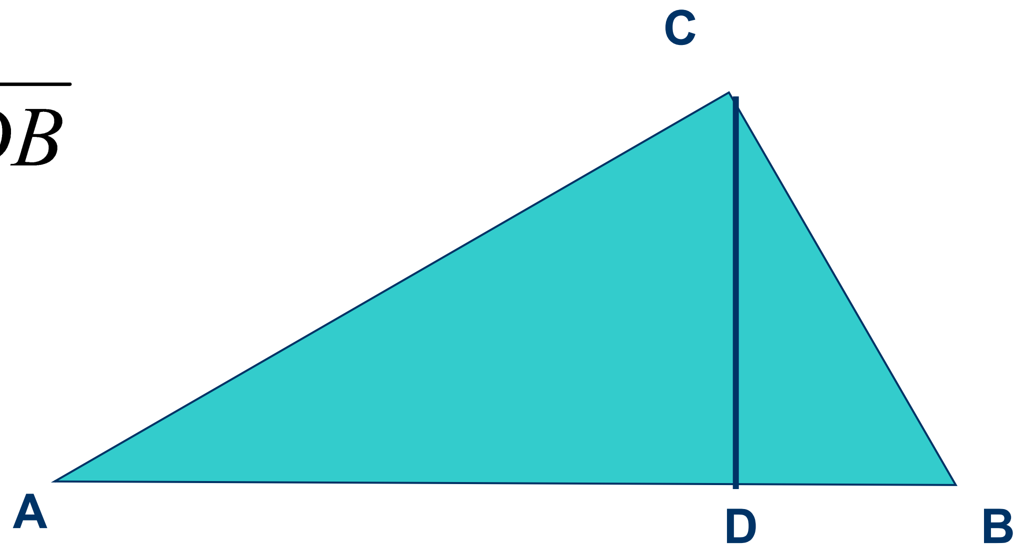
$\Delta ACD \sim \Delta CBD$



Применение подобия к доказательству теорем

1.Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между отрезками, на которые делится гипотенуза этой высотой

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$



Применение подобия к доказательству теорем

2. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и отрезком гипотенузы, заключенным между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.

$$AC = \sqrt{AB \cdot AD},$$

$$BC = \sqrt{AB \cdot DB}$$