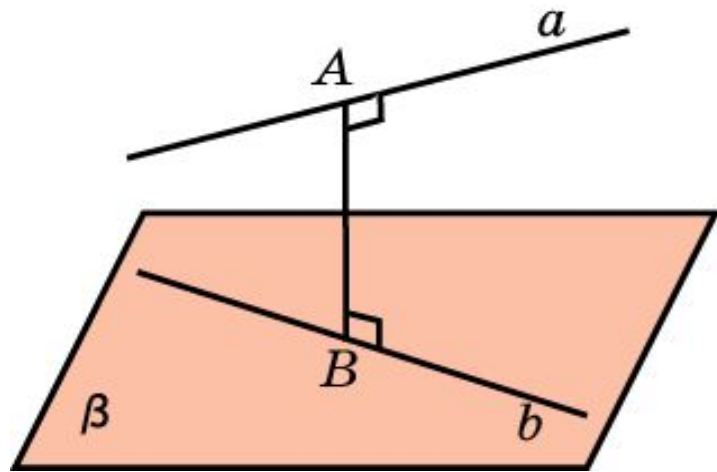
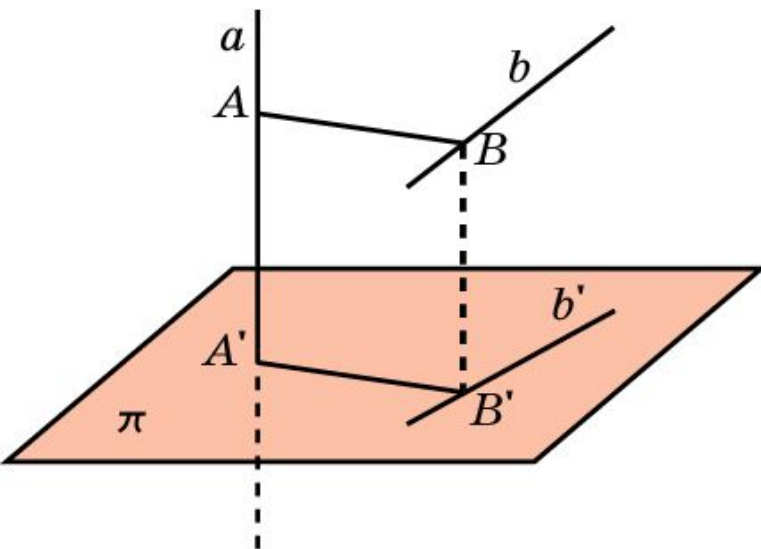


# РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ



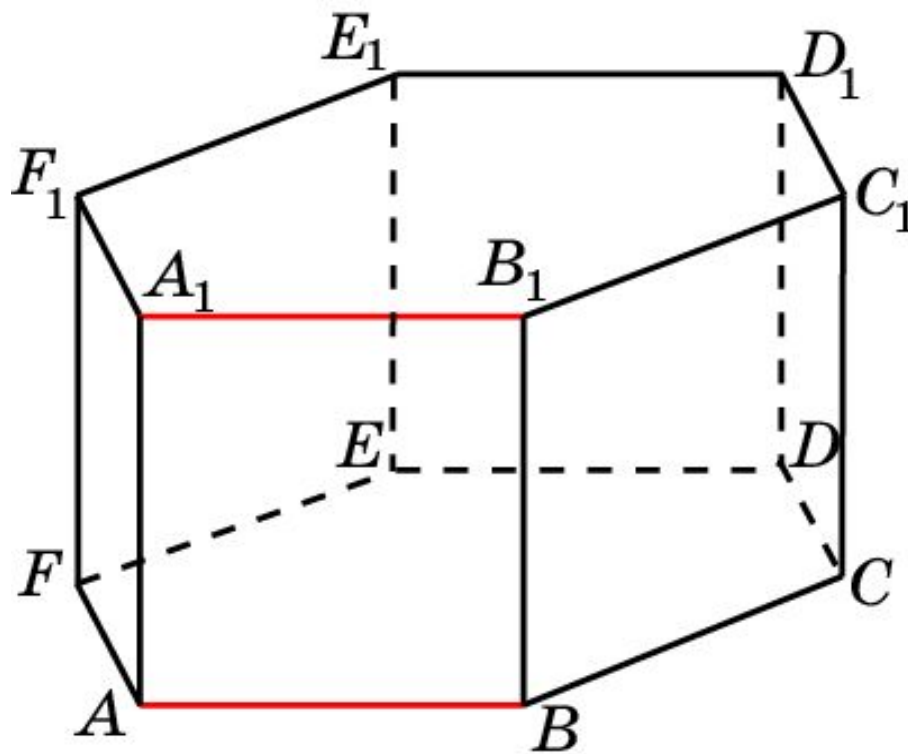
Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым.

Если одна из двух данных прямых лежит в плоскости, а другая – параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью.



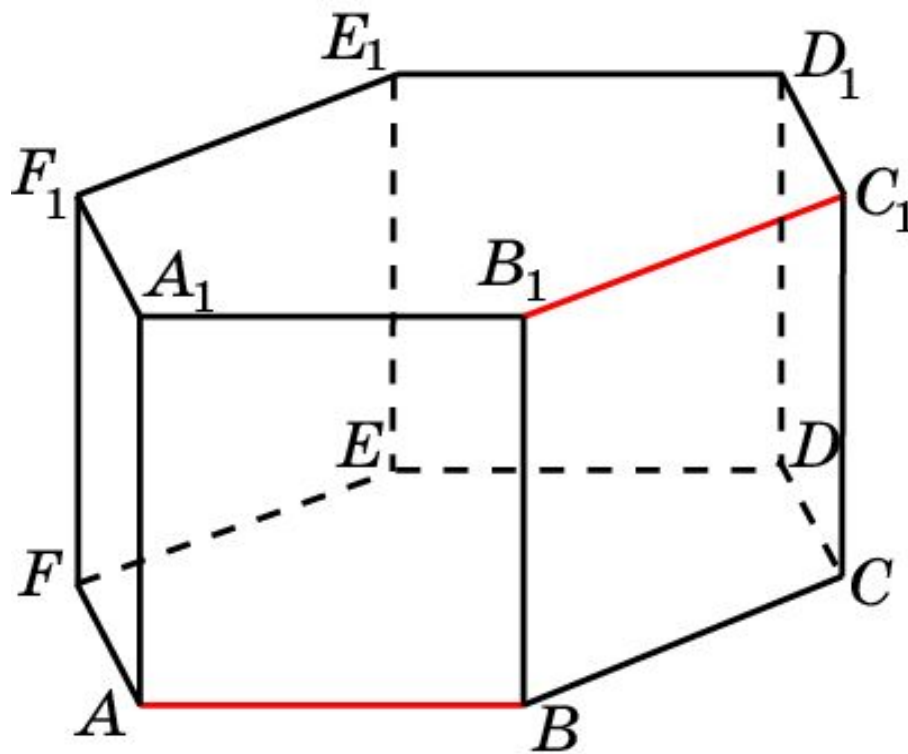
Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую  $a$  в точку  $A'$ , а прямую  $b$  в прямую  $b'$ , то расстояние  $AB$  между прямыми  $a$  и  $b$  равно расстоянию  $A'B'$  от точки  $A'$  до прямой  $b'$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB$  и  $A_1B_1$ .



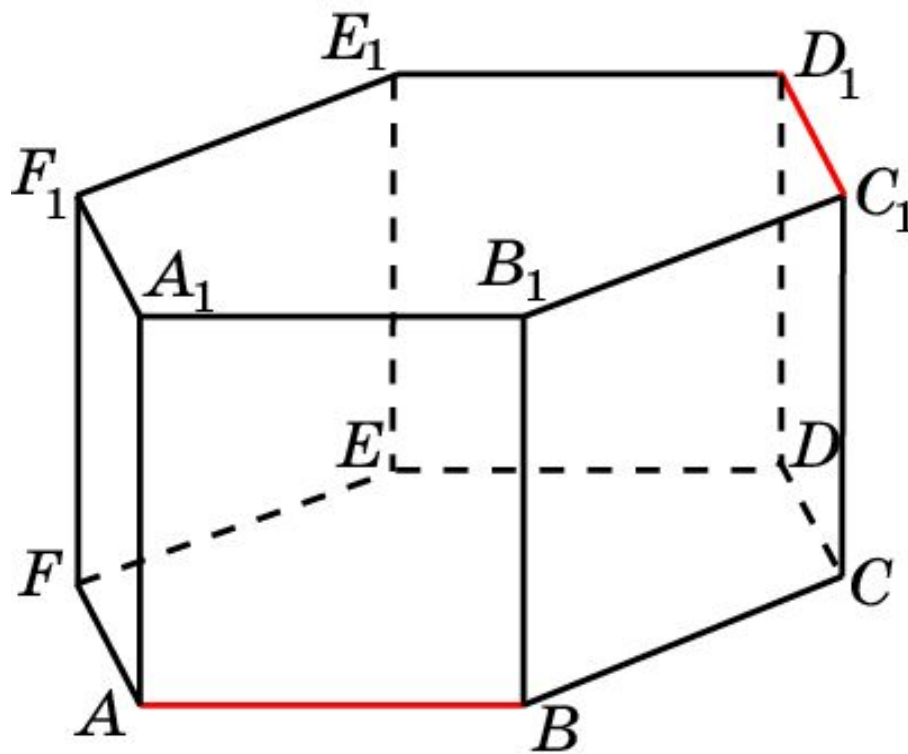
Ответ: 1.

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB$  и  $B_1C_1$ .



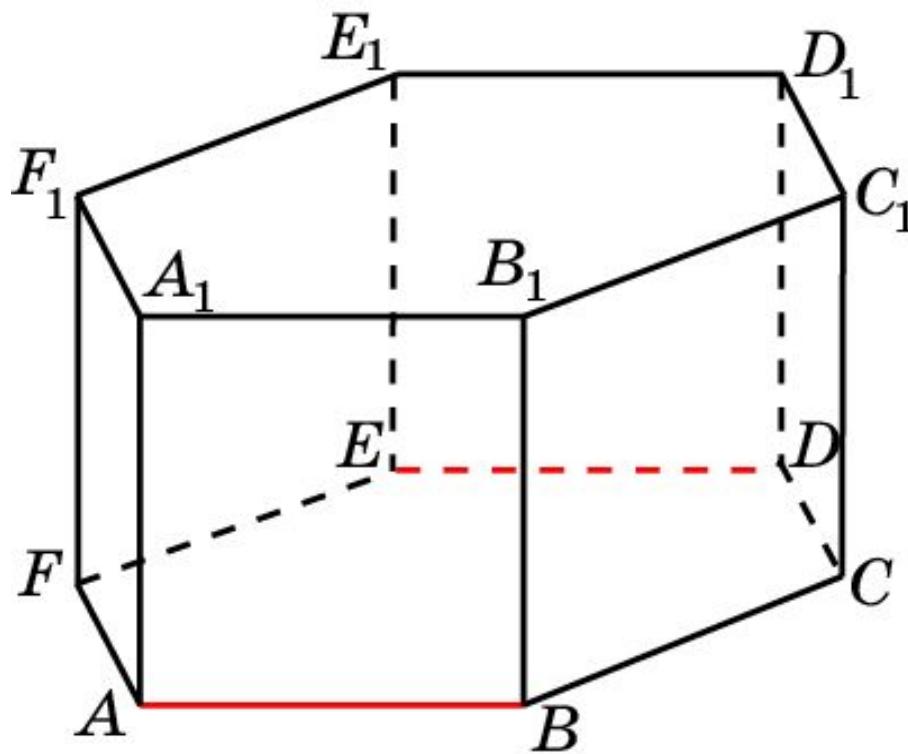
Ответ: 1.

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB$  и  $C_1D_1$ .



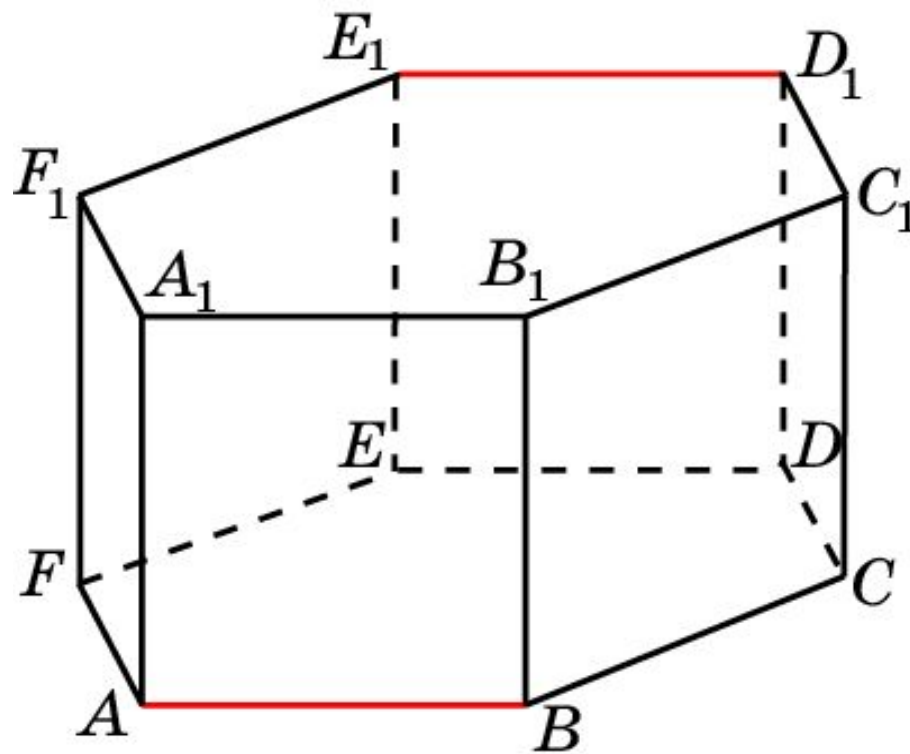
Ответ: 1.

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB$  и  $DE$ .



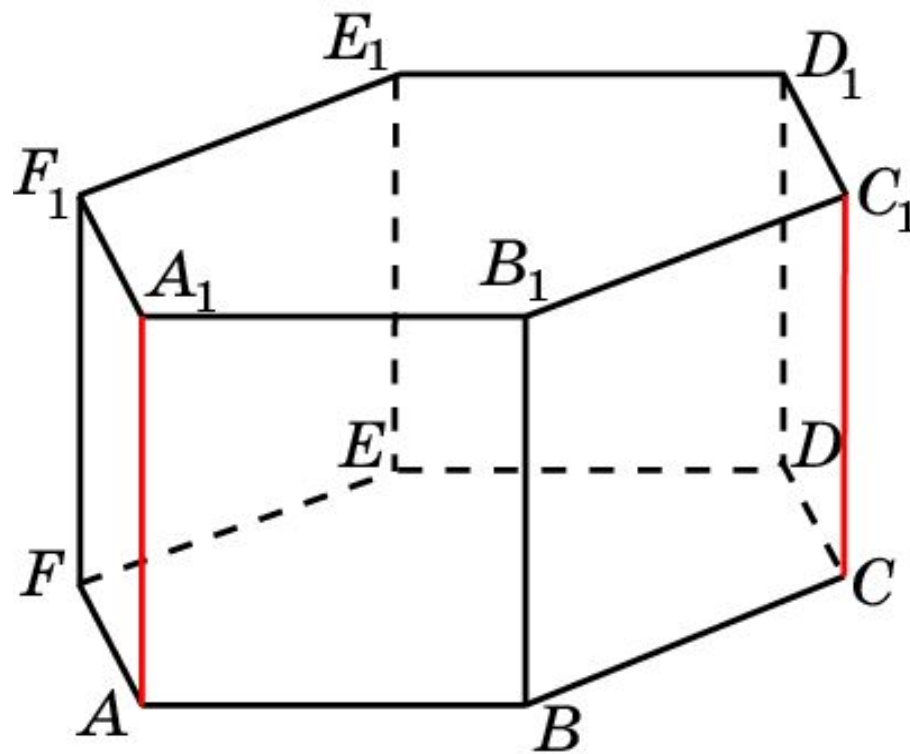
Ответ:  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB$  и  $D_1E_1$ .



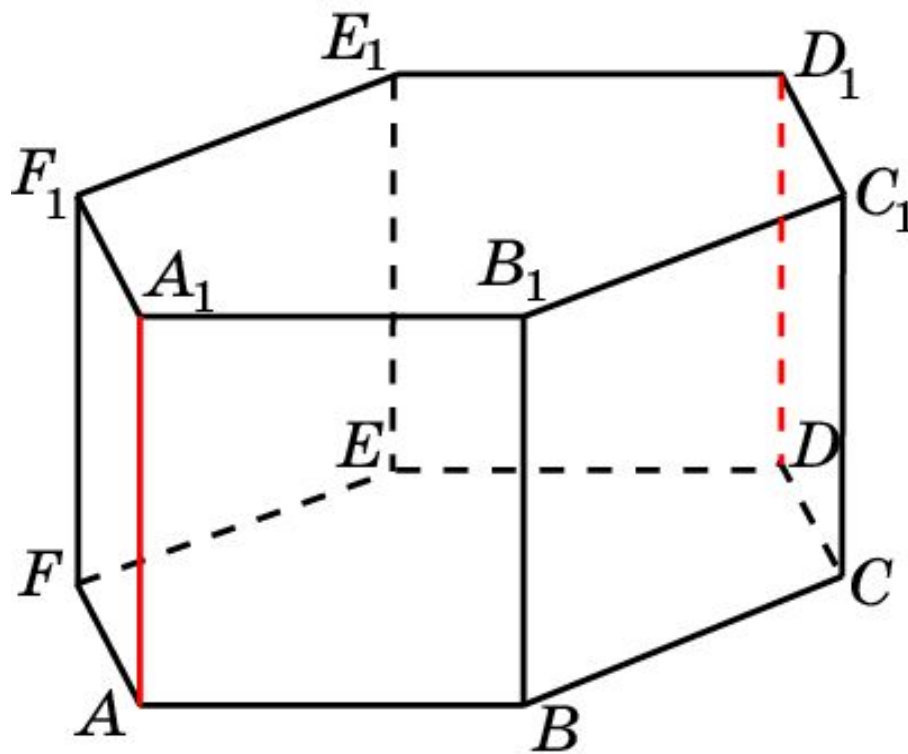
Ответ: 2.

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $CC_1$ .



Ответ:  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $DD_1$ .

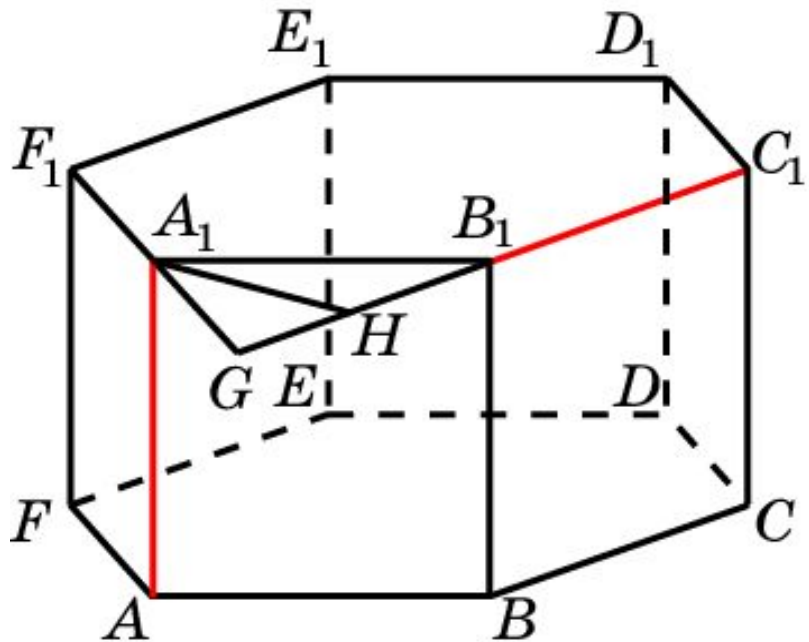


Ответ: 2.



В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:

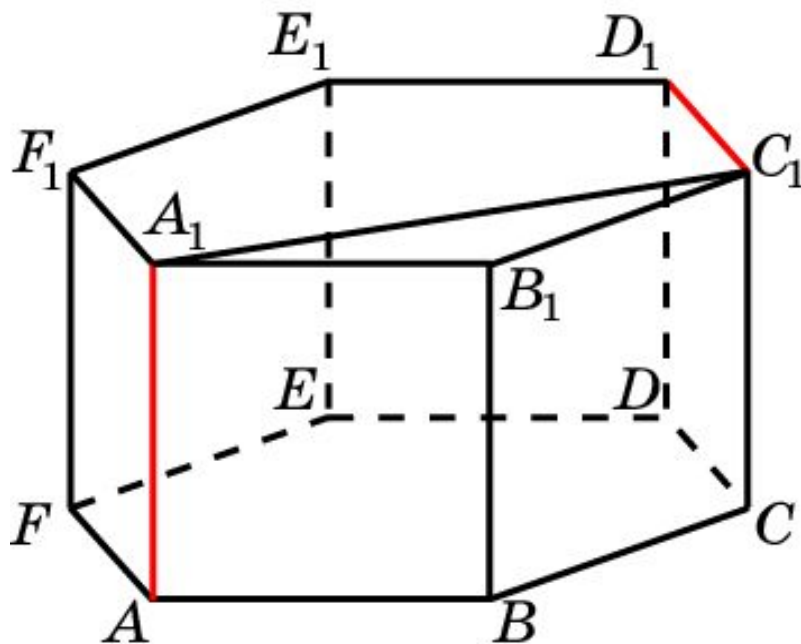
$AA_1$  и  $B_1C_1$ .



**Решение:** Продолжим стороны  $B_1C_1$  и  $A_1F_1$  до пересечения в точке  $G$ . Треугольник  $A_1B_1G$  равносторонний. Его высота  $A_1H$  является искомым общим перпендикуляром. Его длина равна  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $C_1D_1$ .

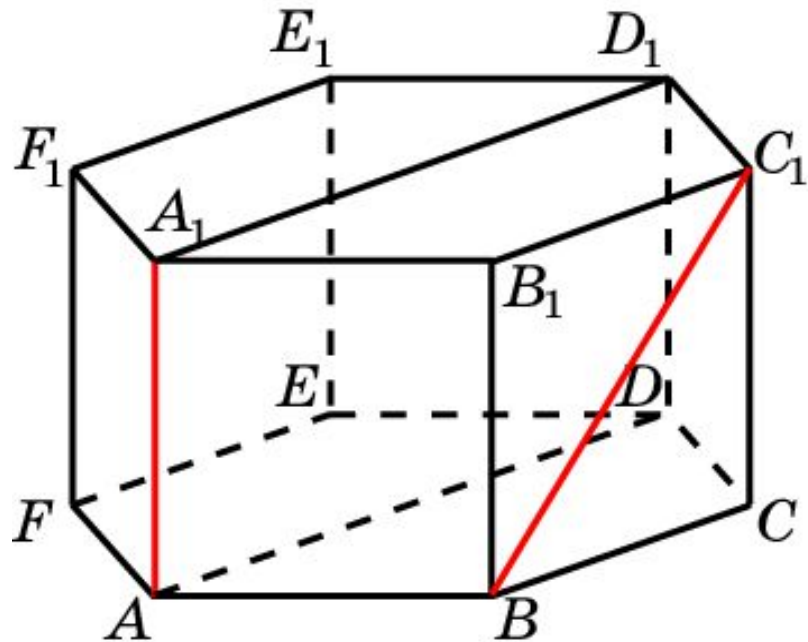


**Решение:** Искомым общим перпендикуляром является отрезок  $A_1C_1$ . Его длина равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:

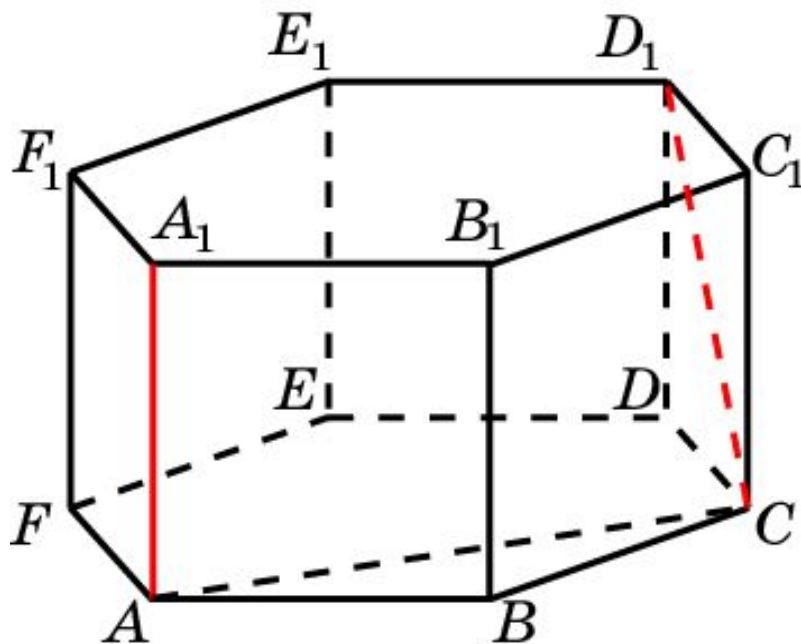
$AA_1$  и  $BC_1$ .



**Решение:** Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями  $ADD_1$  и  $BCC_1$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

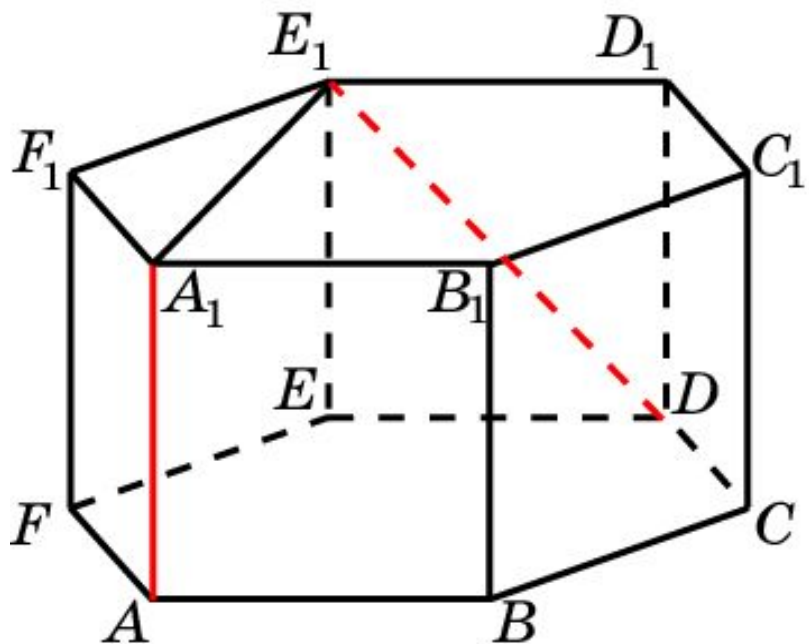
В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $CD_1$ .



**Решение:** Искомым общим перпендикуляром является отрезок  $AC$ . Его длина равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $DE_1$ .

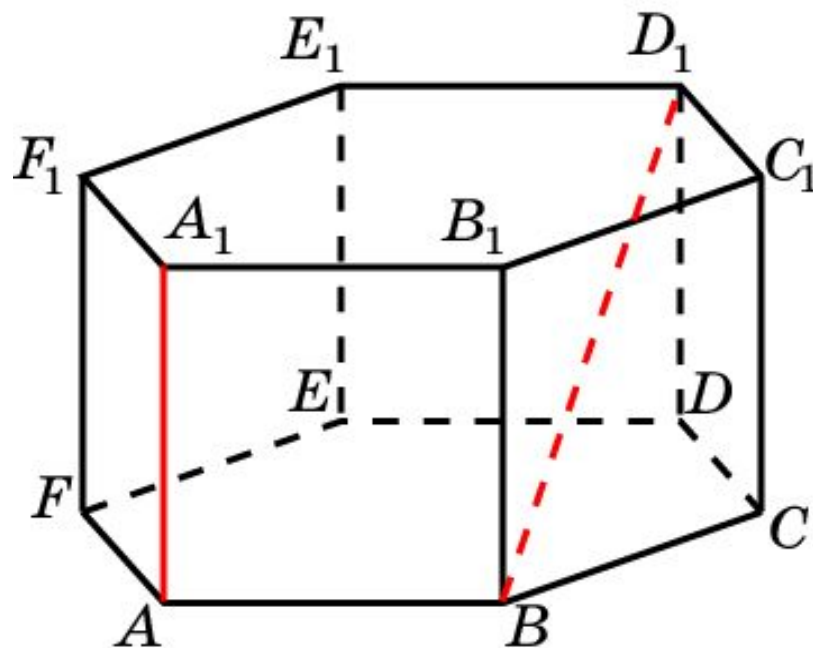


**Решение:** Искомым общим перпендикуляром является отрезок  $A_1E_1$ . Его длина равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:

$AA_1$  и  $BD_1$ .

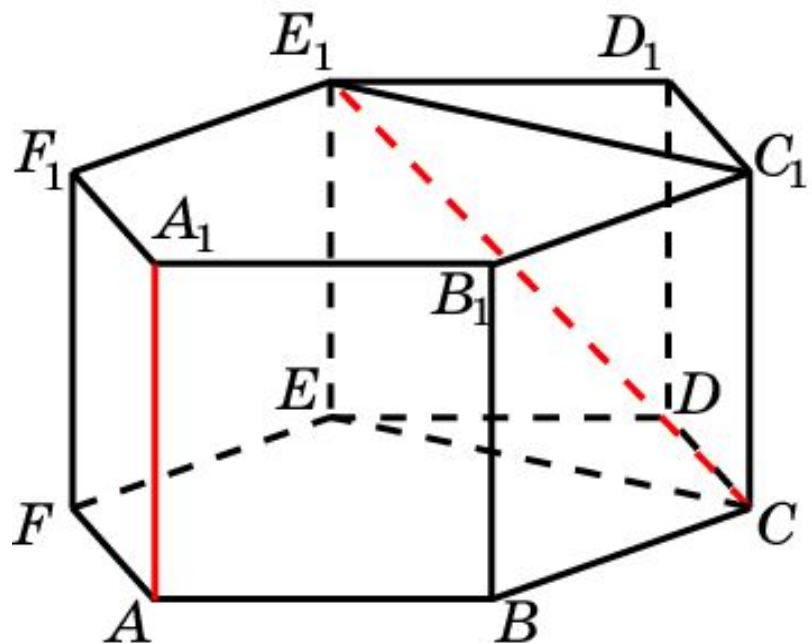


**Решение:** Искомым общим перпендикуляром является отрезок  $AB$ . Его длина равна 1.

**Ответ:** 1.

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:

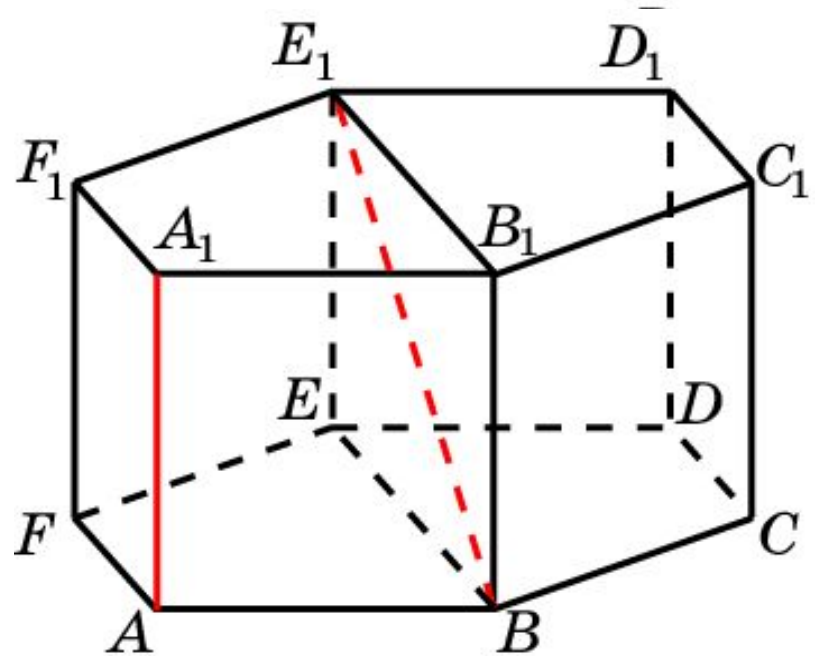
$AA_1$  и  $CE_1$ .



**Решение:** Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $CEE_1$ . Оно равно  $\frac{3}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{3}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $BE_1$ .



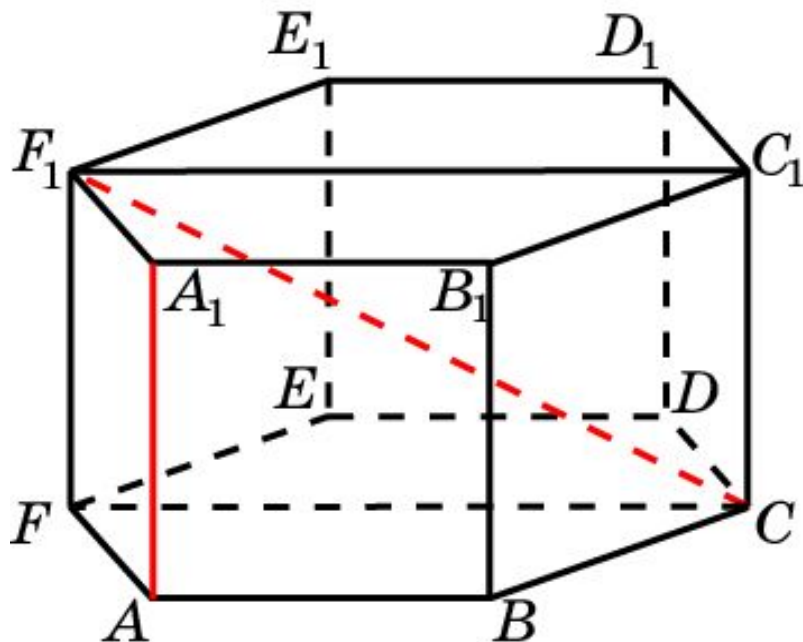
**Решение:** Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $BEE_1$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .



В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:

$AA_1$  и  $CF_1$ .

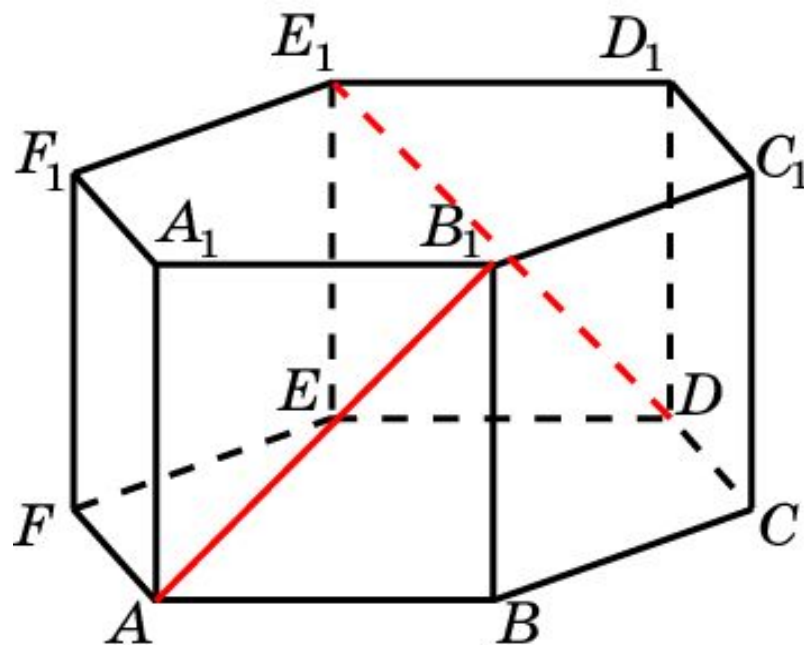


**Решение:** Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $CFF_1$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

$AB_1$  и  $DE_1$ .

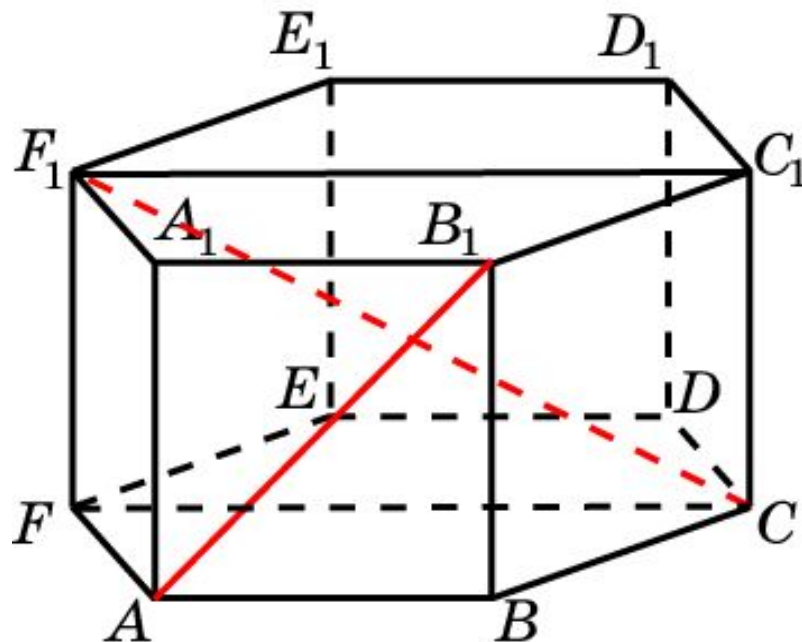


**Решение:** Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями  $ABB_1$  и  $DEE_1$ . Расстояние между ними равно  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

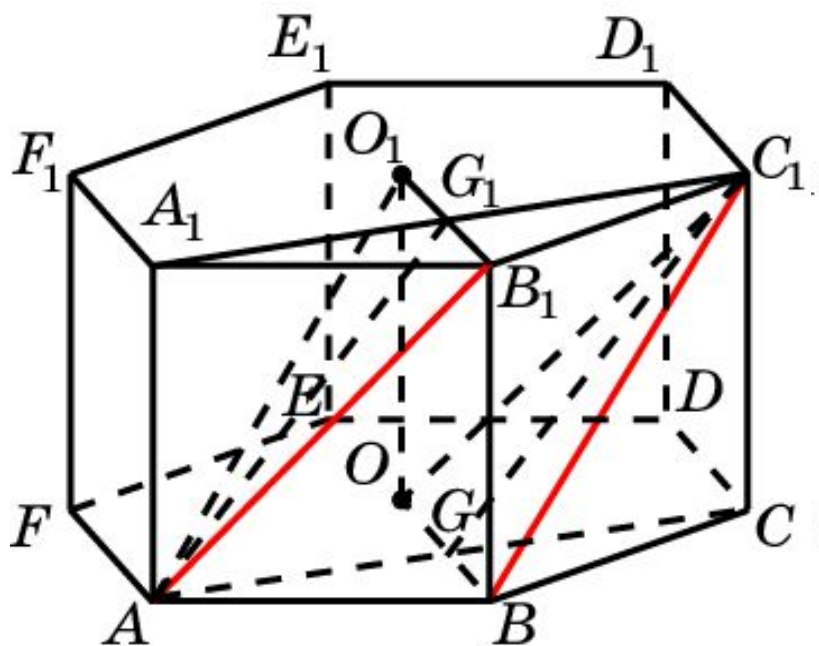
$AB_1$  и  $CF_1$ .



**Решение:** Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $CFF_1$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB_1$  и  $BC_1$ .

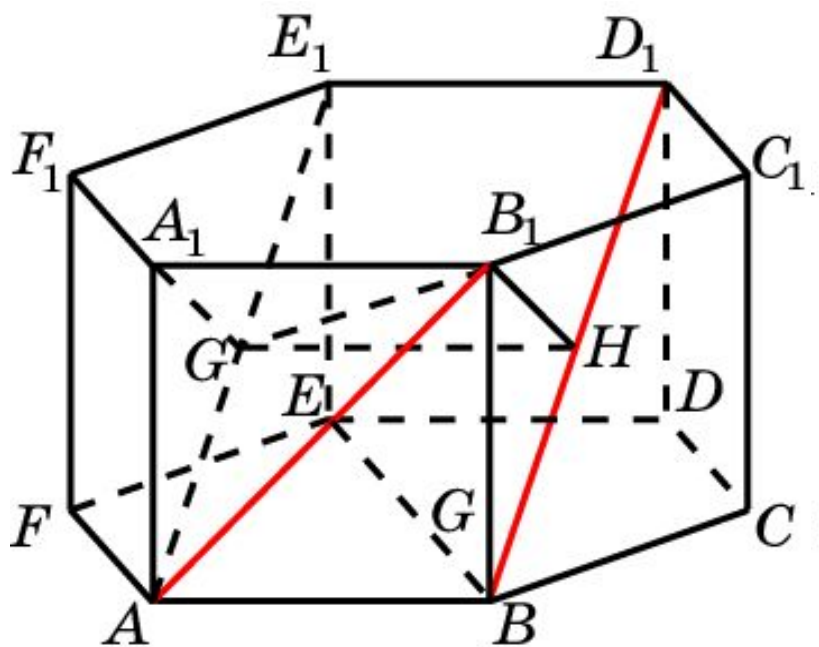


**Решение:** Пусть  $O, O_1$  – центры граней призмы. Плоскости  $AB_1O_1$  и  $BC_1O$  параллельны. Плоскость  $ACC_1A_1$  перпендикулярна этим плоскостям. Искомое расстояние  $d$  равно расстоянию между прямыми  $AG_1$  и  $GC_1$ . В параллелограмме  $AGC_1G_1$  имеем  $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $AG_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}$ . Высота, проведенная к стороне  $AA_1$  равна 1. Следовательно,

Ответ:  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

$$d = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB_1$  и  $BD_1$ .

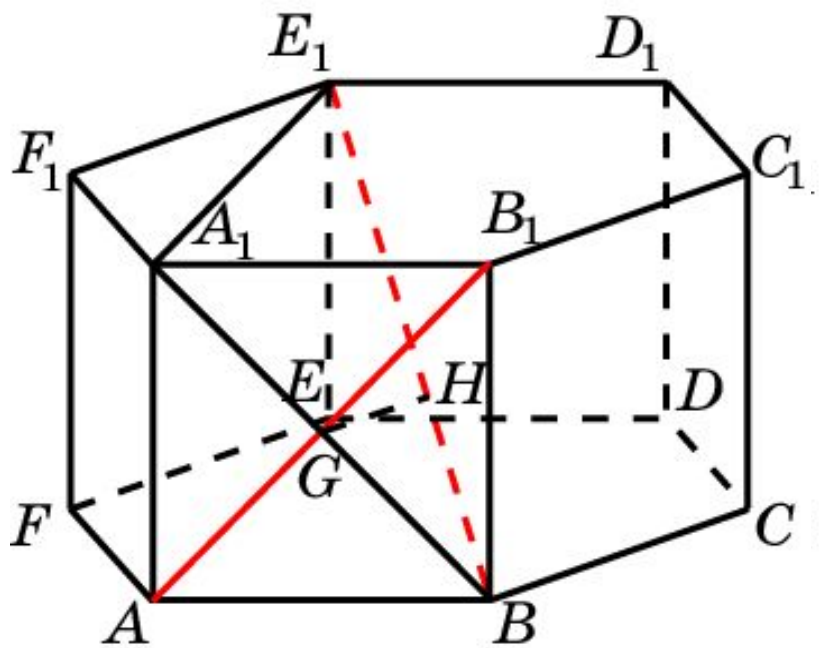


**Решение:** Рассмотрим плоскость  $A_1B_1HG$ , перпендикулярную  $BD_1$ . Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую  $BD_1$  в точку  $H$ , а прямую  $AB_1$  – в прямую  $GB_1$ . Следовательно искомое расстояние  $d$  равно расстоянию от точки  $H$  до прямой  $GB_1$ . В прямоугольном треугольнике  $GHB_1$  имеем  $GH = 1$ ;

$$B_1H = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Следовательно, } d = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB_1$  и  $BE_1$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .

**Решение:** Рассмотрим плоскость  $A_1BDE_1$ , перпендикулярную  $AB_1$ . Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую  $AB_1$  в точку  $G$ , а прямую  $BE_1$  оставляет на месте. Следовательно искомое расстояние  $d$  равно расстоянию  $GH$  от точки  $G$  до прямой  $BE_1$ . В прямоугольном треугольнике  $A_1BE_1$  имеем  $A_1B = \sqrt{2}$ ;  $A_1E_1 = \sqrt{3}$ . Следовательно,  $d = \frac{\sqrt{30}}{10}$ .