Тема урока:

Компланарные векторы. Правило параллелепипеда.

Цели урока:

- усвоить определение компланарных векторов;
- рассмотреть признак компланарности трёх векторов;
- рассмотреть правило параллелепипеда сложения трёх некомпланарных векторов;
- научиться применять полученные знания при решении задач.

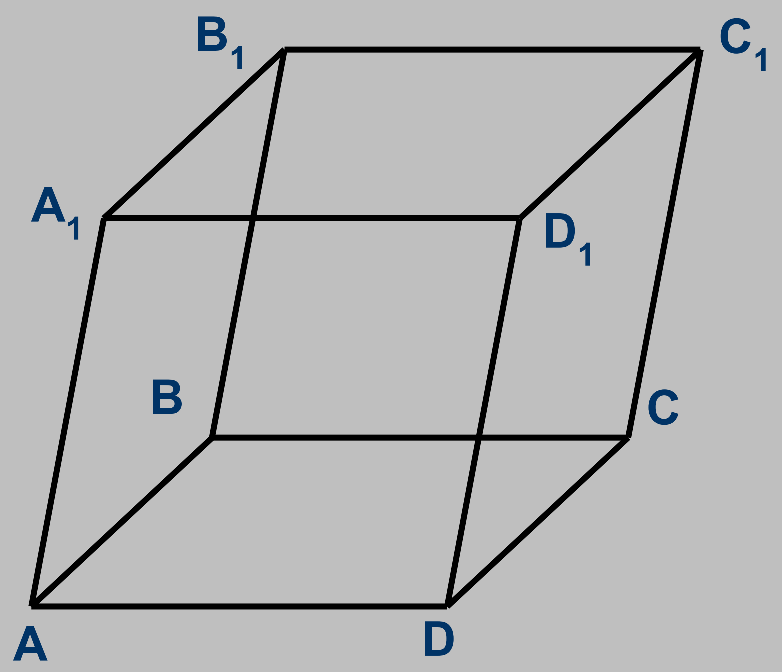
Определение

Векторы называются компланарными, если при откладывании от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

Иначе: **векторы называются компланарными, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.**

Устно

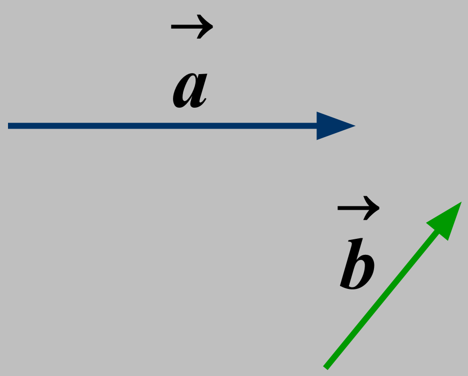
№ 355



Признак компланарности трёх векторов

Если вектор $\vec{c}$ *можно представить в виде* $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$,

где x и y – некоторые числа, то векторы $\vec{a}, \vec{b}$ *и* $\vec{c}$ *компланарны.*



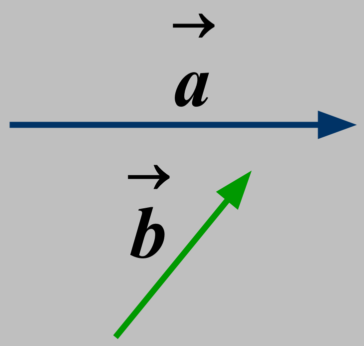
$$Дано: \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}.$$

$$Доказать: \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} - компланарны$$

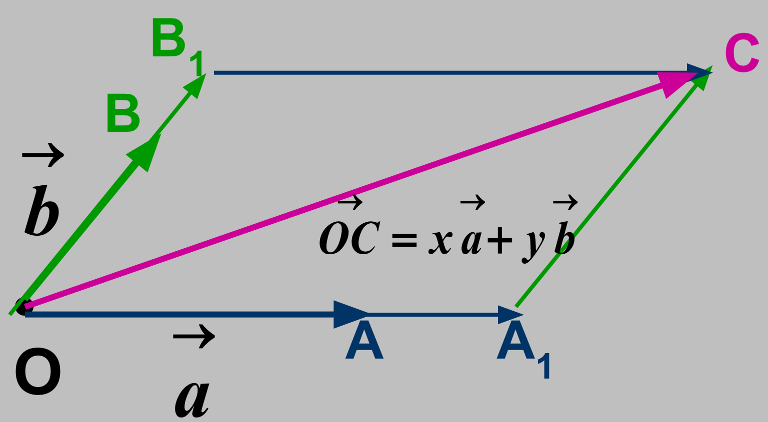
Доказательство.

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны.



Отложим от некоторой точки пространства O векторы $\vec{OA} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$.

Векторы $\vec{OA}$ и $\vec{OB}$ лежат в плоскости OAB.



Построим векторы $x\vec{a}$ и $y\vec{b}$.

Для определенности будем считать что $x > 0$, $y > 0$. $\vec{OA_1} = x\vec{a}$ и $\vec{OB_1} = y\vec{b}$.

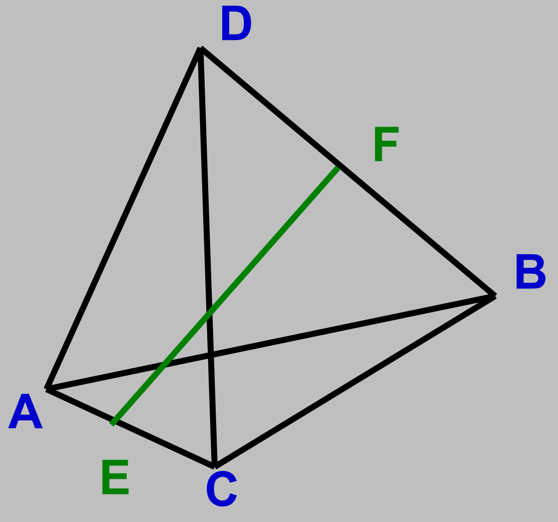
Векторы $\vec{OA_1}$ и $\vec{OB_1}$ также лежат в плоскости OAB.

Их сумма – вектор $\vec{OC} = x \cdot \vec{OA} + y \cdot \vec{OB}$, равный вектору $\vec{c}$, лежит в плоскости OAB.

Итак, векторы $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ *лежат в одной плоскости,*

т. е. векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ *– компланарны.*

№ 356



Дано: ABCD – тетраэдр

E – середина AC,

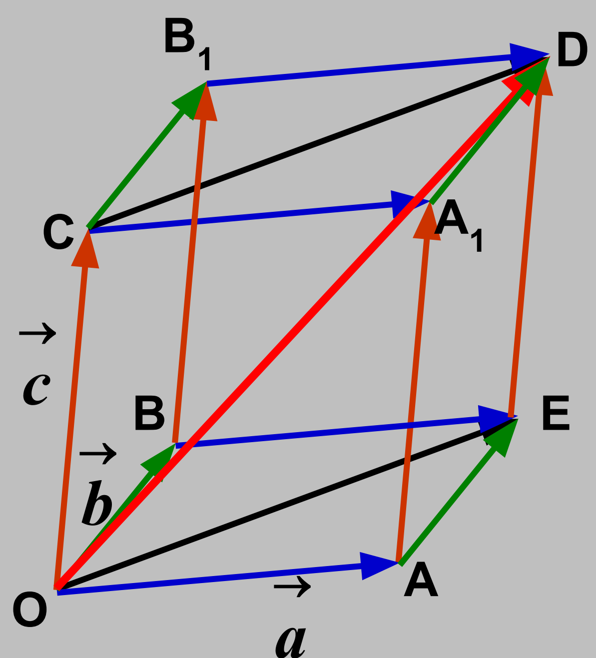
F – середина BD.

Доказать: $2\vec{FE} = \vec{BA} + \vec{DC}$.

Компланарны ли векторы $\vec{FE}$, $\vec{BA}$ *и* $\vec{DC}$?

Правило параллелепипеда

Для сложения трех некомпланарных векторов можно пользоваться так называемым **правилом параллелепипеда**.



$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} =$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} =$$

$$\vec{OE} + \vec{OC} = OD$$

Домашнее задание:

п.39, 40

№ 358

Тема урока:

Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.

Цели урока

- изучить теорему о разложении вектора по трём некомпланарным векторам;
- научиться применять полученные знания при решении задач.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Если вектор $\vec{p}$ представлен в виде:

$$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$$

где x, y, z – некоторые числа, то говорят, что <u>вектор $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$</u>.

Числа x, y, z называются <u>коэффициентами разложения</u>.

Теорема. Любой вектор можно разложить по трем данным некомпланарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

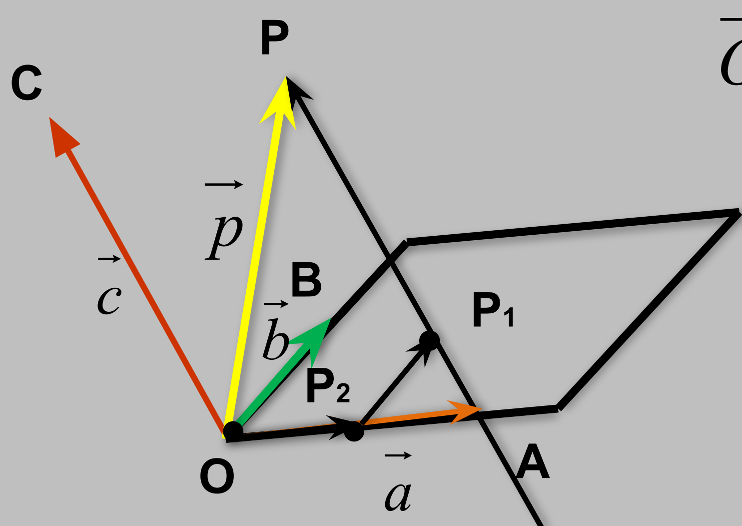
Доказательство.

Ïóñòü $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - некомпланарные векторы.

$$\text{Докажем, что } \vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} \qquad (1)$$

Отметим произвольную точку О и отложим

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}\ ,\ \overrightarrow{OB} = \vec{b}\ ,\ \overrightarrow{OC} = \vec{c}\ ,\ \overrightarrow{OP} = \vec{p} \qquad (2)$$



По правилу многоугольника

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP_2} + \overrightarrow{P_2P_1} + \overrightarrow{P_1P} \qquad (3)$$

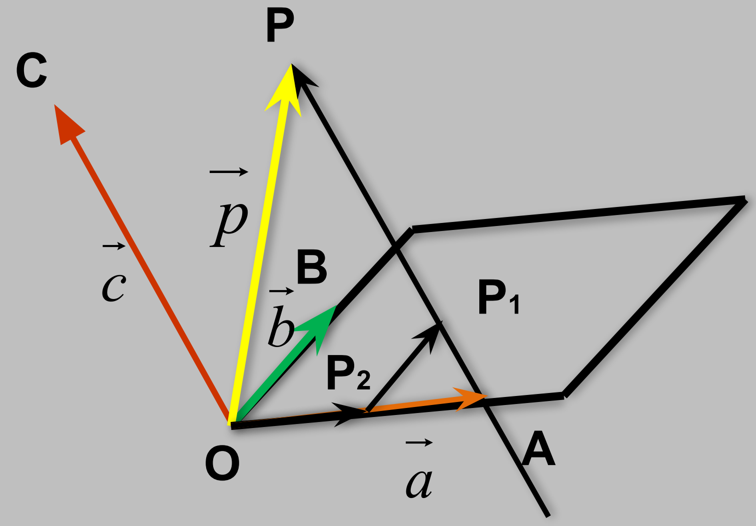
Векторы $\overrightarrow{OP_2}$ и $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{P_2P_1}$ и $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{P_1P}$ и $\overrightarrow{OC}$ коллинеарны, поэтому существуют числа x, y, z такие, что $\overrightarrow{OP_2} = x \cdot \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{P_2P_1} = y \cdot \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{P_1P} = z \cdot \overrightarrow{OC}$

Подставив эти выражения, получим

$$\overrightarrow{OP} = y \cdot \overrightarrow{OA} + y \cdot \overrightarrow{OB} + z \cdot \overrightarrow{OC}$$

$$\text{Допустим, что } \vec{p} = x_1\vec{a} + y_1\vec{b} + z_1\vec{c}$$

$$\vec{0} = (x - x_1)\vec{a} + (y - y_1)\vec{b} + (z - z_1)\vec{c}$$



$x - x_1 = 0$, $y - y_1 = 0$, $z - z_1 = 0$

Предположим, что $z - z_1 \neq 0$

$$\vec{c} = -\frac{x - x_1}{z - z_1}\vec{a} - \frac{y - y_1}{z - z_1}\vec{b}$$

$x = x_1$, $y = y_1$, $z = z_1$

В классе: № 360 (а)

Домашнее задание:
п.41
№ 360 (б), № 368