МОУ СОШ № 7

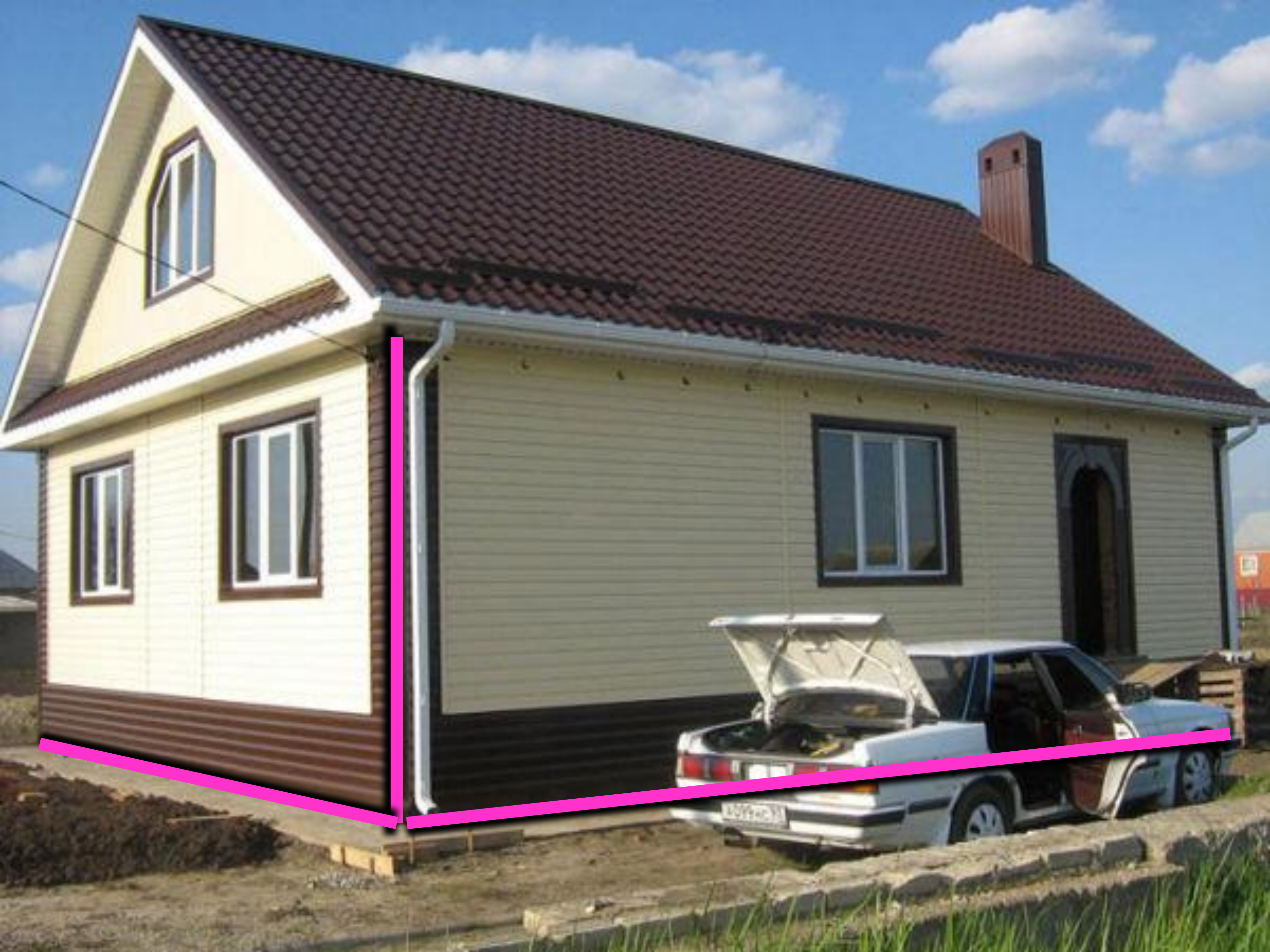
Интеллектуальный марафон по геометрии

Перпендикулярность в пространстве

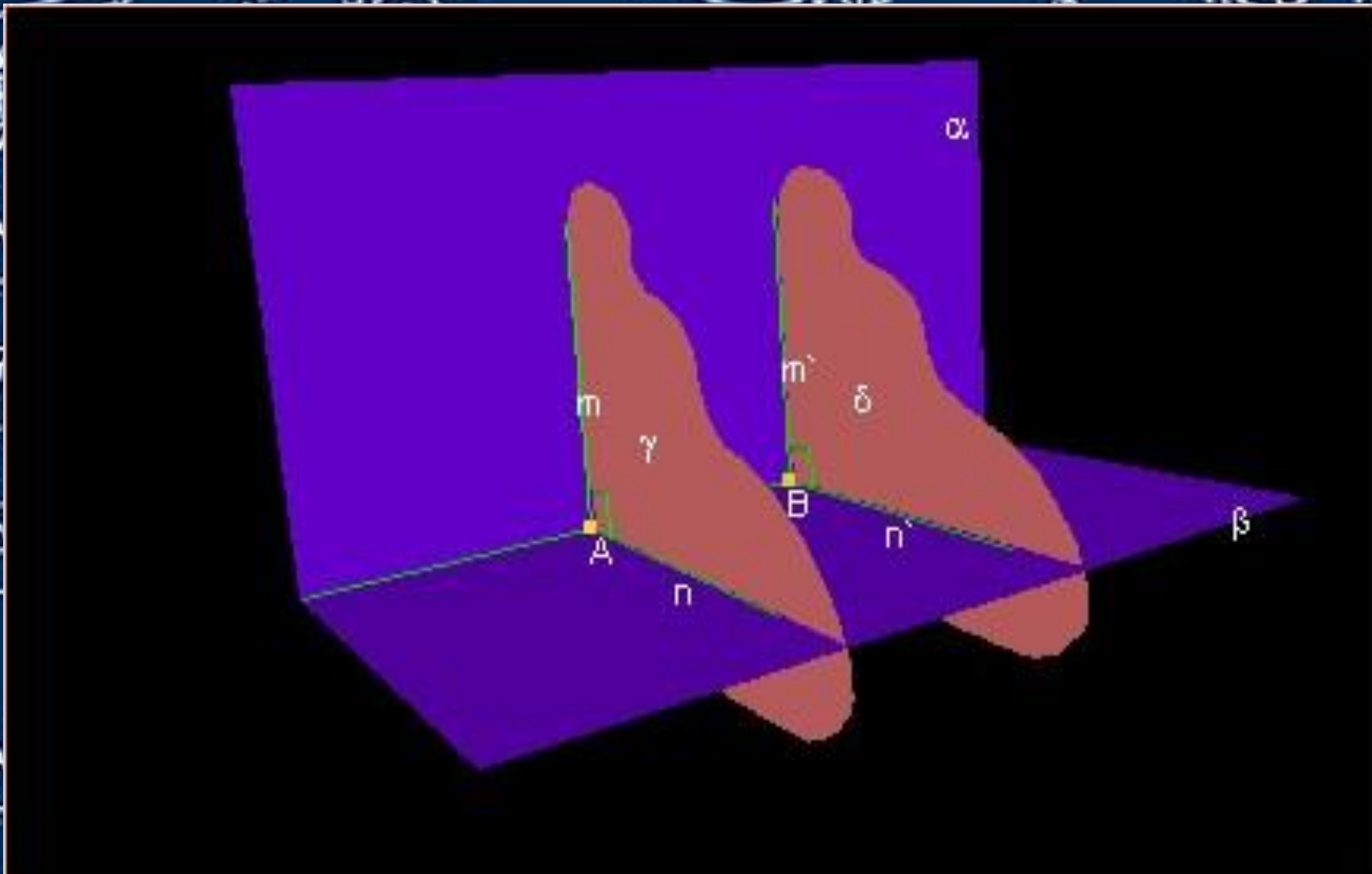
Подготовила:
Ученица 10 класса «б»
Лаврова Дарья
Учитель:
Архипова Елена Сергеевна

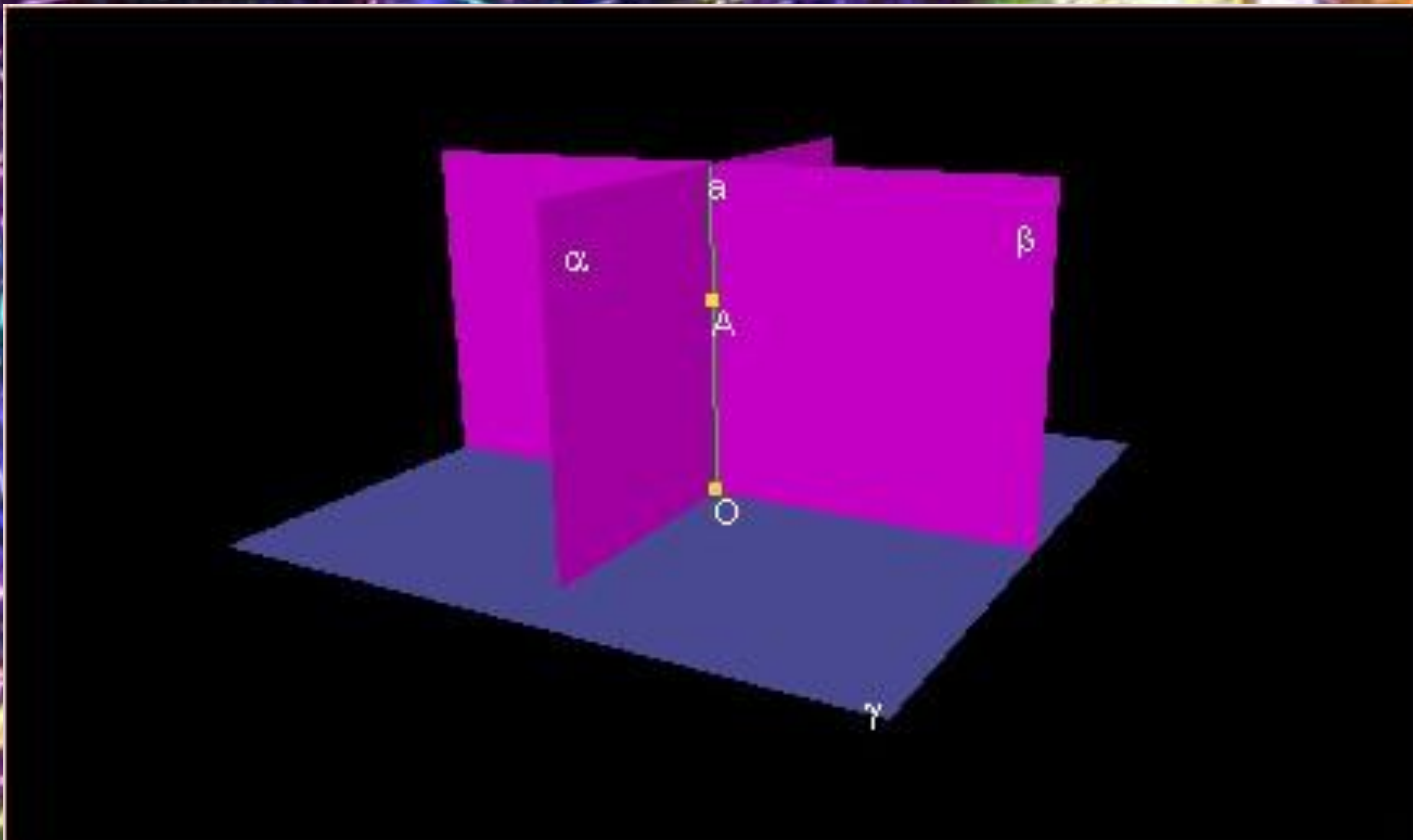
Перпендикулярность

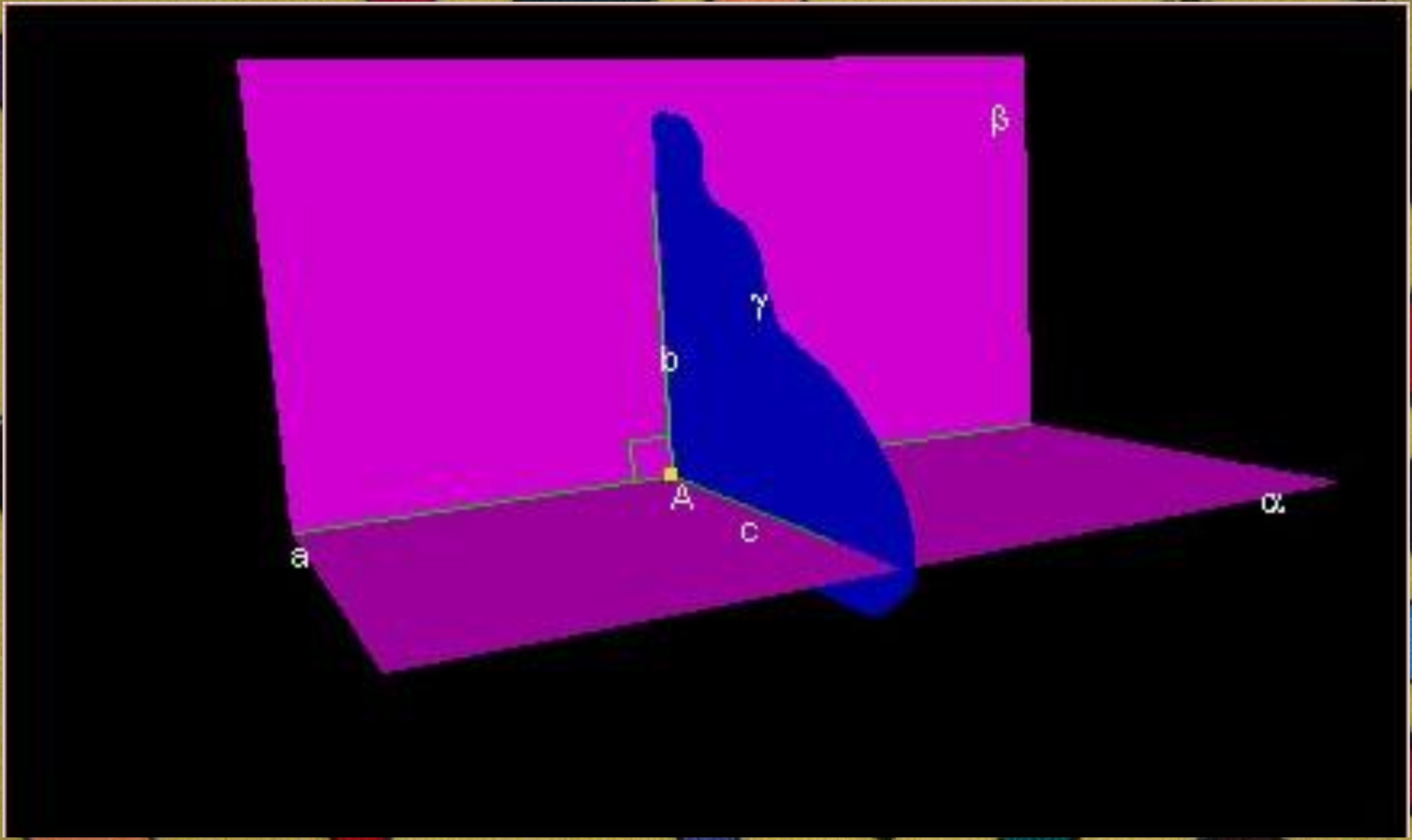
в жизни

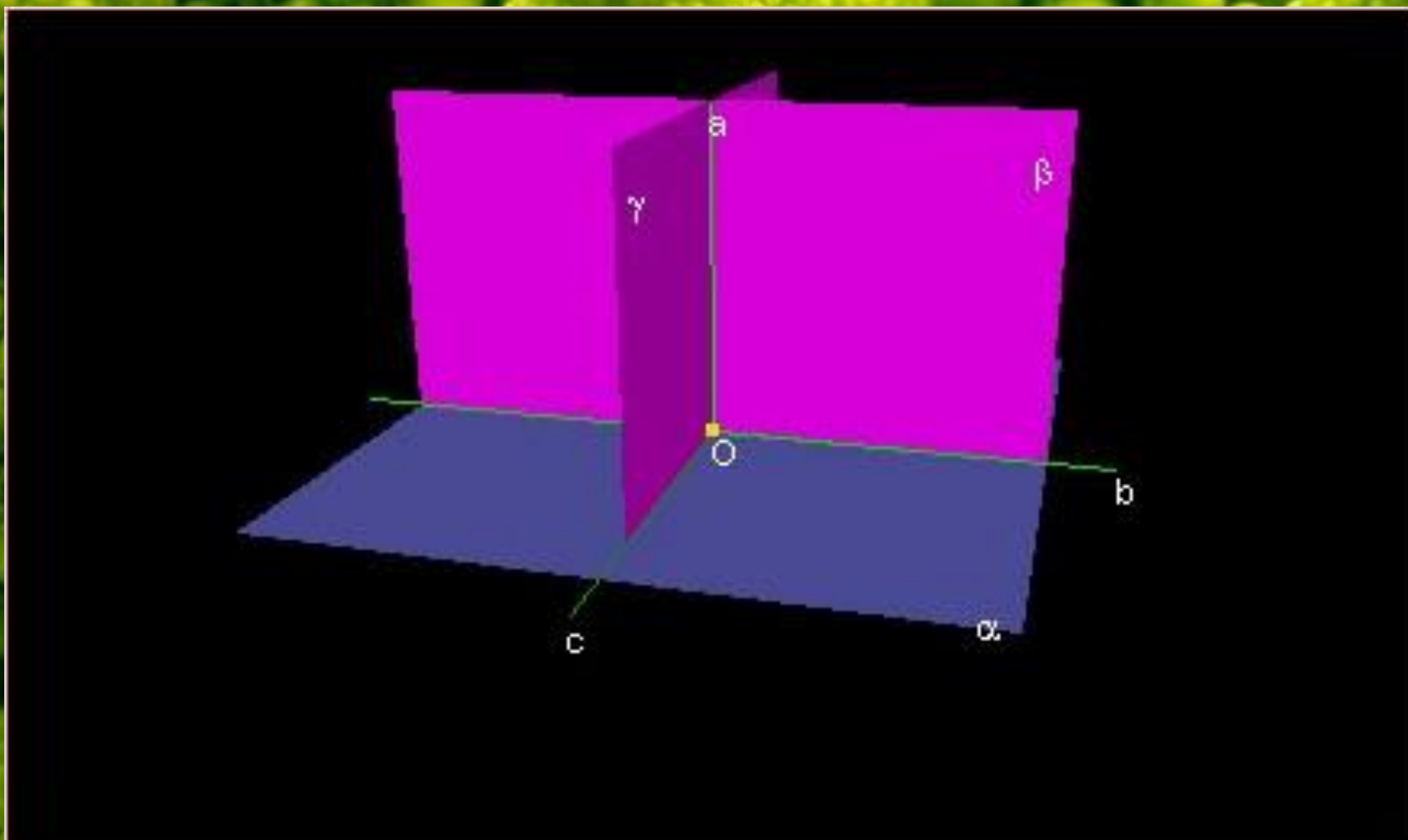


Перпендикулярност
ь в
плоскостях

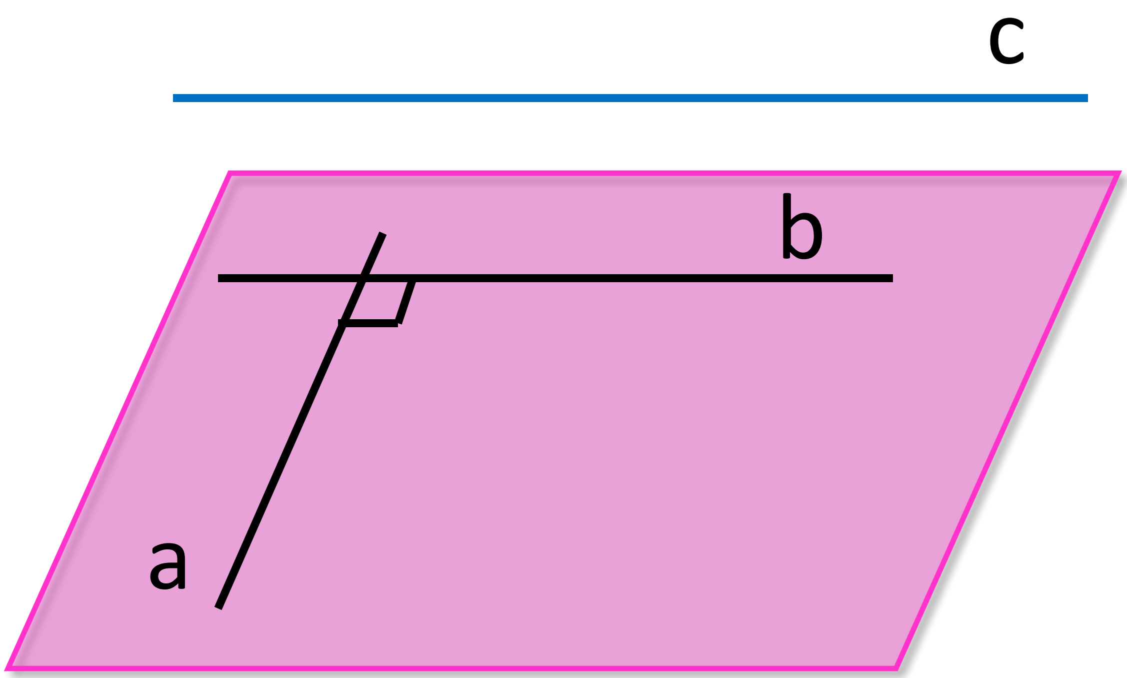

α
m`
δ
m
γ
B
β
n`
A
n


a
α
β
A
O
γ


β
γ
b
A
c
a
α


a
β
γ
O
b
c
α

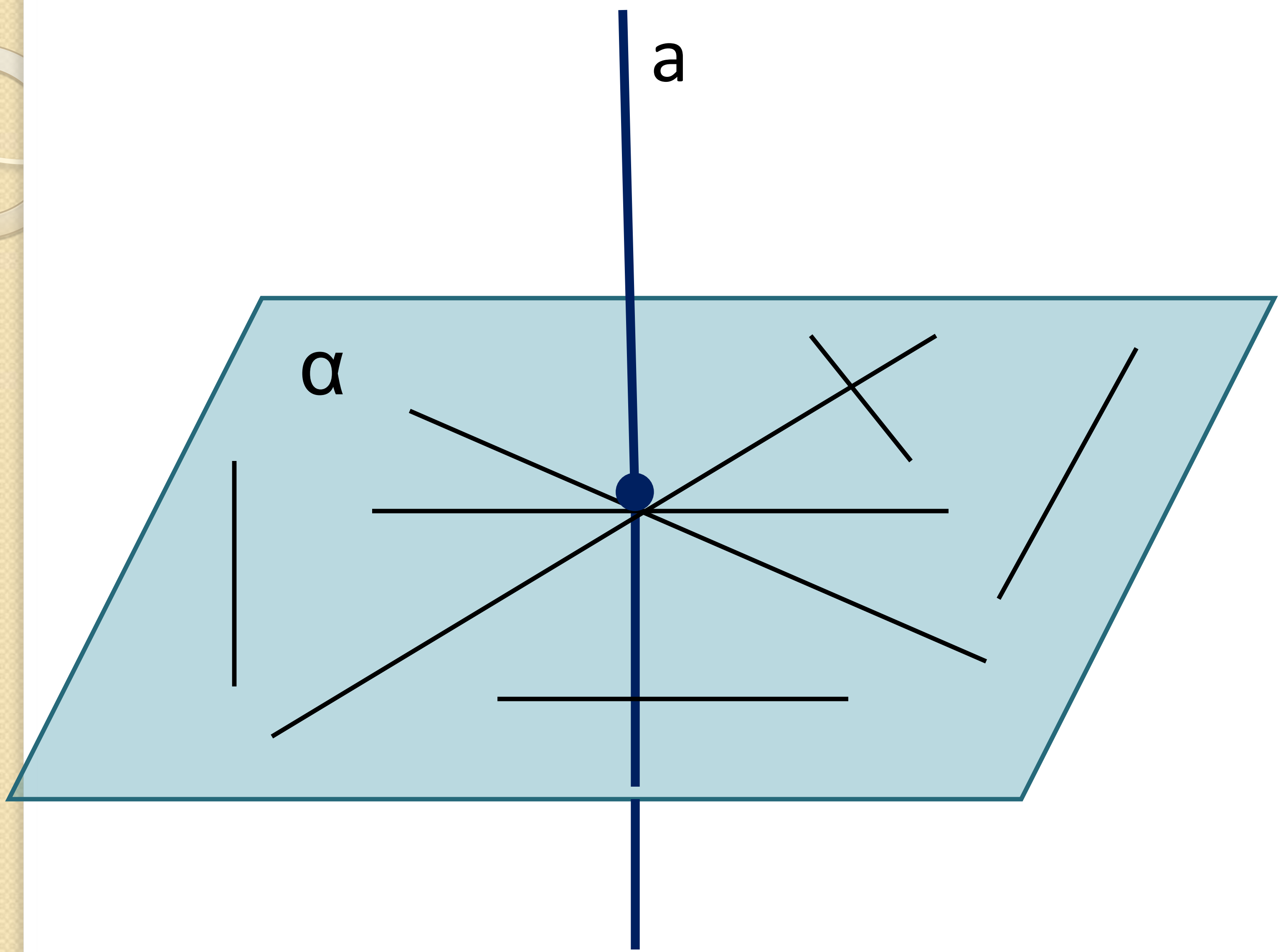
Две прямые в пространстве называются ***перпендикулярными*** *(взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90^o.*



Перпендикулярные прямые a и b пересекаются, а перпендикулярные прямые a и c скрещиваются.

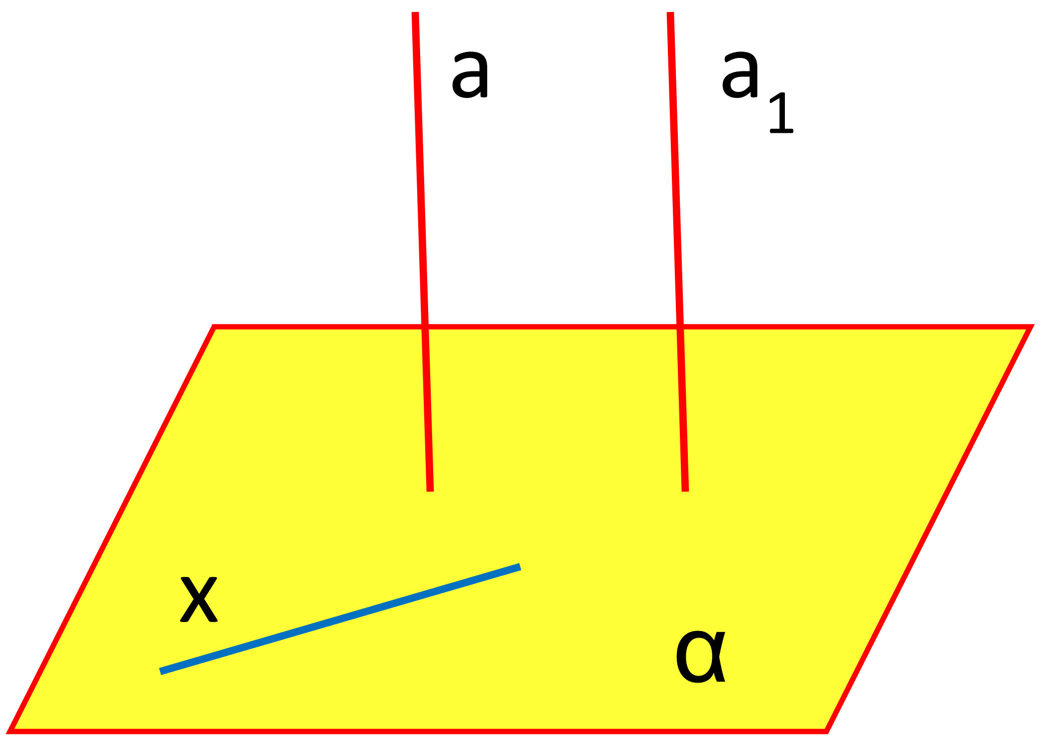
Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости

Прямая называется **перпендикулярной к плоскости**, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.


a
α

ТЕОРЕМА

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



<u>ТЕОРЕМА</u>

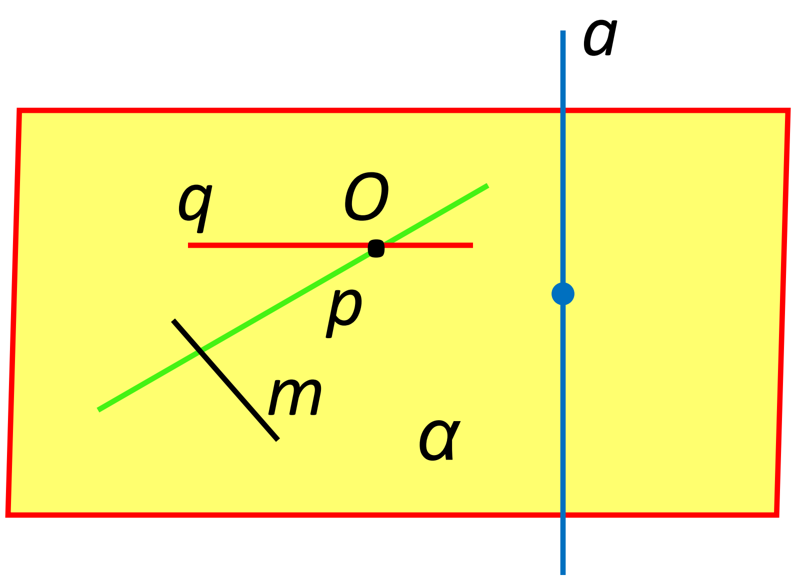
ЕСЛИ ДВЕ ПРЯМЫЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯР НЫ К ПЛОСКОСТИ, ТО ОНИ

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежавшим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

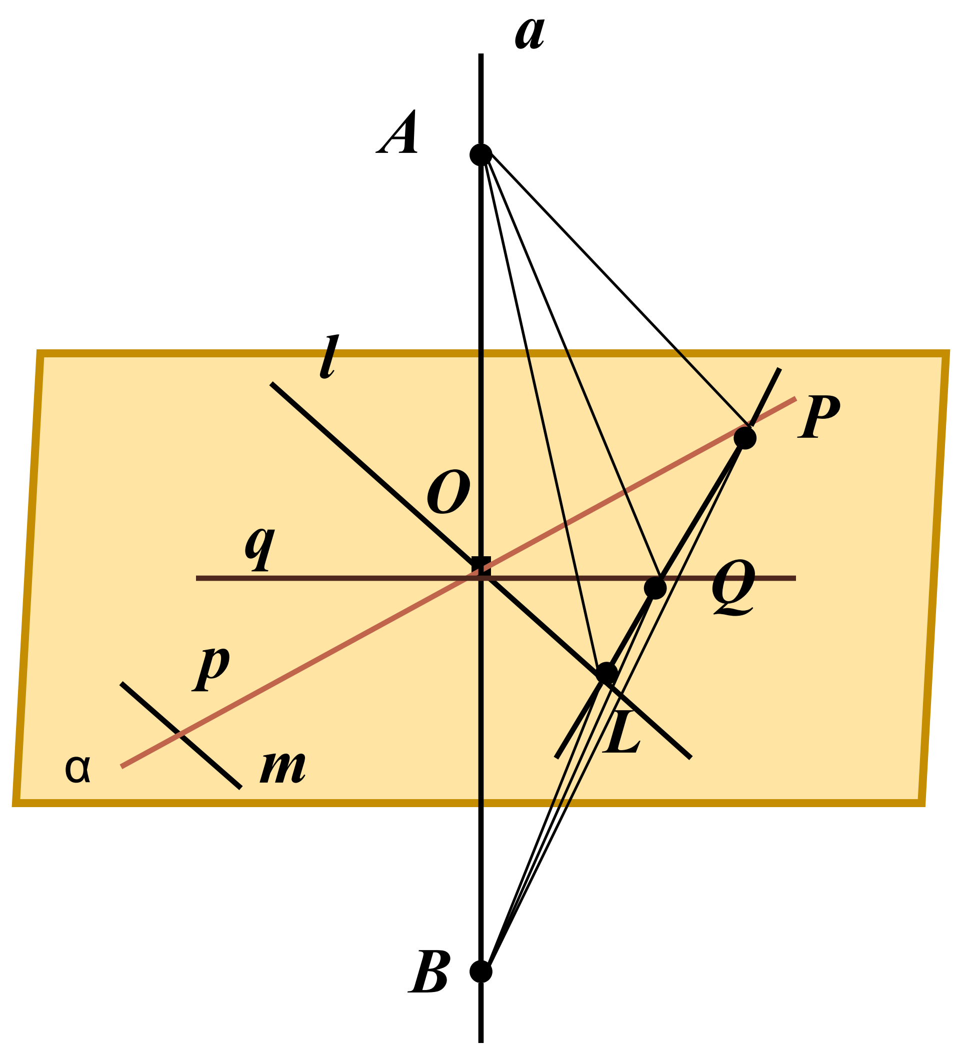
Рассмотрим прямую a, которая перпендикулярна к прямым p и q, лежавшим в плоскости α и пересекающимся в точке O.



Докажем, что a перпендикулярна α. Для этого нужно доказать, что прямая a перпендикулярна к произвольной прямой m плоскости α.

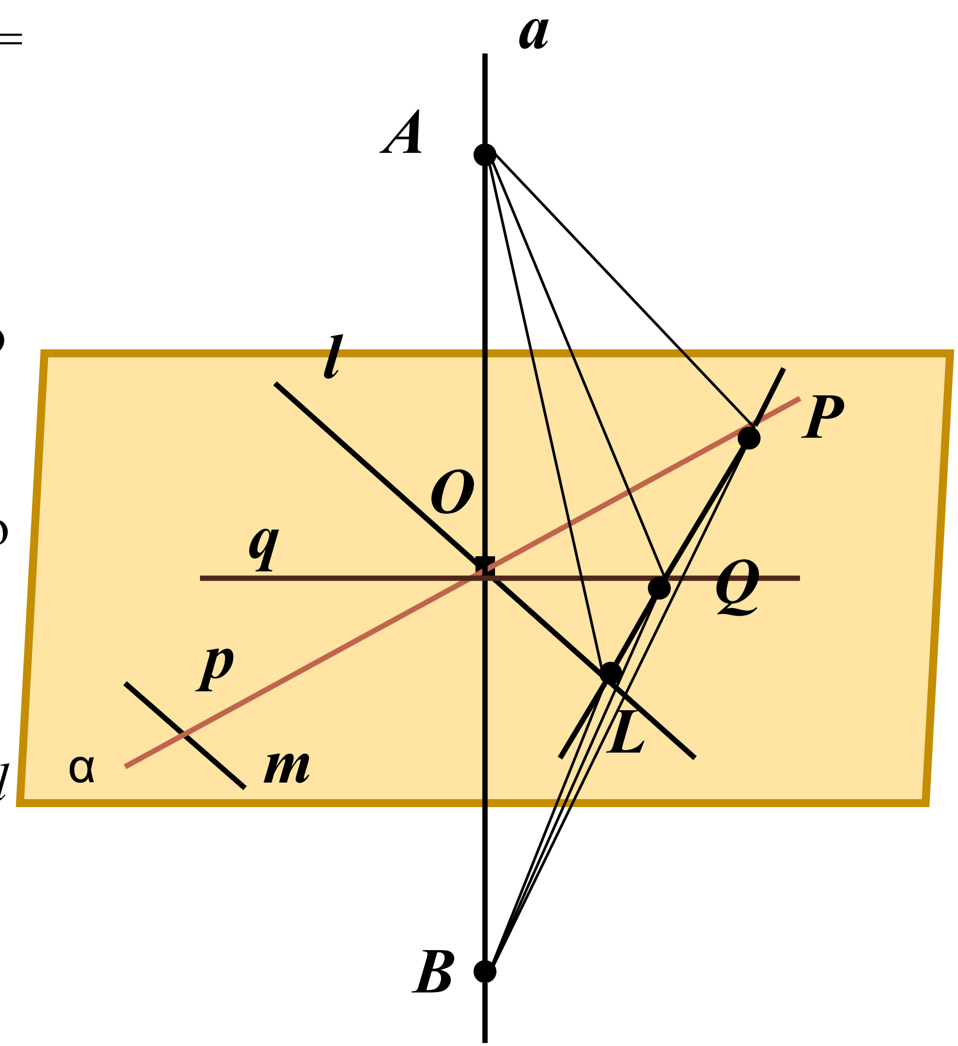
Рассмотрим случай, когда прямая a проходит через точку O. Проведем через точку O прямую l, параллельную прямой m (если прямая m проходит через точку O, то в качестве l возьмем саму прямую m).

Отметим на прямой a точку A и B так, чтобы точка O была серединой отрезка AB, и проведем в плоскости α прямую, пересекающую прямые p, q и l соответственно в точках P, Q и L. Будем считать, для определенности, что точка Q лежит между точками P и L.



Так как прямые *p* и *q* – серединные перпендикуляры к отрезку *AB*, то *AP* = *BP* и *AQ* = *BQ*. Следовательно, Δ*APQ* = Δ*BPQ* по трем сторонам. Поэтому *угол APQ* = *углу BPQ*.

Сравним Δ*APL* и Δ*BPL*. Они равны по двум сторонам и углу между ними (*AP* = *BP*, *PL* – общая сторона, *угол APL* = *углу BPL*), поэтому *AL* = *BL*. Но это означает, что треугольники *ABL* равнобедренный и его медиана *LO* является высотой, т. е. *l* перпендикулярна к *a*. Так как *l* ‖ *m* и *l* *перпендикулярна a*, то *m* *перпендикулярна a* (по лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третей). Итак, прямая *a* перпендикулярна к любой прямой *m* плоскости *α*, т. е. *a* *перпендикулярна α.*



Рассмотрим теперь случай, когда прямая a не проходит через точку O. Проведем через точку O прямую a_1, параллельную прямой a. По упомянутой лемме a_1 перпендикулярна к p и a_1 перпендикулярна к q, поэтому по доказанному в первом случае a_1 перпендикулярна α. ТЕОРЕМА ДОКАЗАНА.