Логика. Решение экзаменационных задач.

Автор: учитель информатики и ИКТ МБОУ «СОШ №9» г. Энгельса Ивачева Мария Александровна

Немного теории...

- Алгебра логики это раздел математики, изучающий высказывания со стороны их логических значений истинности или ложности.
- <u>Высказывание</u> это повествовательное предложение, относительно которого можно сказать истинно оно или ложно.
- Пример:
- Москва это столица России
- Сейчас идет снег
- Растения не выделяют кислород

Логические операции

1) Операция отрицания

$$HE A, \overline{A}, \neg A$$

Α	не А
0	1
1	0

2) Логическое умножение (конъюнкция)

Α	В	АиВ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A \ W \ B$$
, $A \wedge B$, $A \& B$

3) Логическое сложение (дизъюнкция)

Α	В	А или В
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$A$$
 ИЛИ B , $A \lor B$, $A \mid B$

Логические операции

4) Импликация (следование)

Α	В	$A\toB$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

5) Эквивалентность

Α	В	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

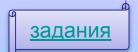
6) Исключающее или

Α	В	$A \oplus B$	
0	0	0	
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	

Законы алгебры логики

Коньюнкция	Дизьюнкция	Инверсия
$A \wedge \overline{A} = 0$	A V A=1	= A
AAA=A	AVA =A	0-0
A ^ 1= A	AV 1=1	
A A 0 = 0	AV0=A	
Переместительный закон	Сочета тельный закон	Распределительный закон
AVB=BVA	(AVB)VC=AV(BVC)	(AVB)AC=(AAC)V(BAC)
AAB=BAA	(AAB)AC=AA(BAC)	(AAB)VC = (AVC)A(BVC)
Закон инверсии	Формулы склеивания	Формулы поглащения
$\overline{AVB} = \overline{A}\Lambda\overline{B}$	(AAB)V(AAB)=A	AV(AAB)=A
		AA(AVB)=A
AAB=AVB	(AVB)A(AVB)=A	AV(AAB)= AVB
		AA(ĀVB)= AAB
A→B= Ā∨B	$A \Leftrightarrow B (A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)$	

Решение задач



Для какого числа X истинно высказывание:

$$((x<4)\rightarrow(x<3))^{(x<3)}\rightarrow(x<1))$$

1)1 2)2 3)3 4)4

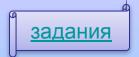
Решение:

Подставляем в выражение предложенные варианты ответа и определяем, истинно выражение или ложно:

Аналогично подставляем другие варианты ответа, вычисляем:

- 2) x=2: $((2<4)\rightarrow(2<3))^{\wedge}((2<3)\rightarrow(2<1))=(1\rightarrow1)^{\wedge}(1\rightarrow0)=1^{\wedge}0=0$ (не подходит)
- 3) x=3: $((3<4)\rightarrow(3<3))^{\wedge}((3<3)\rightarrow(3<1))=(1\rightarrow0)^{\wedge}(0\rightarrow0)=0^{\wedge}1=0$ (не подходит)
- 4) x=4: $((4<4)\rightarrow (4<3))^{\wedge}((4<3)\rightarrow (4<1))=(0\rightarrow 0)^{\wedge}(0\rightarrow 0)=1^{-1}=1$ (подходит)

Ответ: 4.



Для какого имени ложно высказывание:

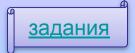
(первая буква гласная ^последняя буква согласная)→ ¬ (третья буква согласная)?

1) Дмитрий 2) Антон 3) Екатерина 4) Анатолий Решение:

Подставляем в выражение предложенные варианты ответа и определяем, истинно выражение или ложно:

- 1) Дмитрий: $(0 ^ 1) \rightarrow \neg (0) = 0 \rightarrow 1 = 1$ (не подходит)
- 2) Антон: $(1 ^ 1) \rightarrow \neg (1) = 1 \rightarrow 0 = 0$ (подходит)
- 3) Екатерина: $(1 ^ 0) \rightarrow \neg (0) = 0 \rightarrow 1 = 1$ (не подходит)
 - Анатолий: (1 ^ 1)→ ¬(0)=1→1 = 1 (не подходит)

Ответ: 2.



Построить таблицу истинности для следующей функции:

$$F(X,Y,Z)=(x\rightarrow y)\cdot z + \neg y$$

Решение:

1) Нарисуем таблицу на K строк, где K=2ⁿ, n - количество высказываний в функции

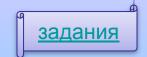
N=3, k=8 строк

2) Запишем в таблице все варианты X,Y,Z и вычисляем выражение

ПО

действиям:

X	Y	Z	٦Y	$X \rightarrow Y$	$(X \rightarrow Y) \cdot Z$	F(X,Y,Z)
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1



Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от 3-х аргументов X,Y,Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	0

1)
$$\overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge Z$$
 2) $X \wedge Y \wedge \overline{Z}$ 3) $\overline{X} \vee \overline{Y} \vee Z$ 4) $X \vee \overline{Y} \vee \overline{Z}$

Решение:

Подставляем значения X,Y,Z из таблицы в предложенные варианты ответа, сравниваем со значением F(X,Y,Z):

1)
$$F(X,Y,Z) = \overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge Z$$

 $\overline{1} \wedge \overline{0} \wedge 0 = 0 \wedge 1 \wedge 0 = 0$
 $\overline{0} \wedge \overline{0} \wedge 1 = 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1$
 $\overline{0} \wedge \overline{1} \wedge 1 = 1 \wedge 0 \wedge 1 = 0$

$$4)F(X,Y,Z) = X \lor \overline{Y} \lor \overline{Z}$$

$$1 \lor \overline{0} \lor \overline{0} = 1 \lor 1 \lor 1 = 1$$

$$0 \lor \overline{0} \lor \overline{1} = 0 \lor 1 \lor 0 = 1$$

$$0 \lor \overline{1} \lor \overline{1} = 0 \lor 0 \lor 0 = 0$$

$$2)F(X,Y,Z) = X \land Y \land \overline{Z}$$

$$1 \land 0 \land \overline{0} = 1 \land 0 \land 1 = 0$$

$$0 \land 0 \land \overline{1} = 0 \land 0 \land 0 = 0$$

$$0 \land 1 \land \overline{1} = 0 \land 1 \land 0 = 0$$

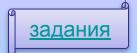
$$3)F(X,Y,Z) = \overline{X} \lor \overline{Y} \lor Z$$

$$\overline{1} \lor \overline{0} \lor 0 = 0 \lor 1 \lor 0 = 1$$

$$\overline{0} \lor \overline{0} \lor 1 = 1 \lor 1 \lor 1 = 1$$

$$\overline{0} \lor \overline{1} \lor 1 = 1 \lor 0 \lor 1 = 1$$

Ответ: 4



Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\neg (A \land B) \land \neg C$$

1)
$$\neg A \lor B \lor \neg C$$

$$2) (\neg A \lor \neg B) \land \neg C$$

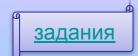
3)
$$(\neg A \lor \neg B) \land C$$

$$4) \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$$

Решение: применим отрицание к выражению в скобках в соответствии с законом инверсии:

$$\neg (A \land B) \land \neg C = (\neg A \lor \neg B) \land \neg C$$

Ответ: 2.



Каково наименьшее натуральное число X, при котором истинно высказывание

$$(x \cdot (x-1) < 99) \rightarrow ((x-1) \cdot (x-1) > 80)$$

Решение: Импликация ложна, когда первое выражение истинно, а второе ложно(см. таблицы истинности). Во всех остальных случаях импликация истинна. Первое выражение ложно для всех натуральных х>10 и истинно для всех натуральных х<11. Второе выражение истинно для всех натуральных х>9 и ложно для всех натуральных х<10. Следовательно, данная импликация истинна для всех натуральных х>9. Наименьшее число, соответствующее этому условию х=10.

Ответ: 10.



Найдите все тройки значения L,M,N, при которых указанное выражение принимает ложное значение.

$$L \to (M \lor N \lor L)$$

Решение:

Из таблицы истинности импликации получаем, что L=0, а $(M \lor N \lor L) = 1$

Подставляем полученное значение L в выражение в скобках:

 $M \lor N \lor L = M \lor N \lor 0 = M \lor N \lor 1 = 1$ Из таблицы истинности дизъюнкции следует,

что выражение $M \lor N$ истинно тогда и только тогда, когда (M=1, N=0) или (M=0, N=1) или (M=1, N=1). Поскольку L=0, ответом будут все тройки (L=0, M=1, N=0), (L=0, M=0, N=1), (L=0,M=1, N=1).

Ответ: (L=0, M=1, N=0), (L=0, M=0, N=1), (L=0, M=1, N=1).

В таблице приведены запросы к поисковому серверу:

1	живопись & литература
2	живопись литература
3	живопись литература графика
4	живопись & литература & графика

Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

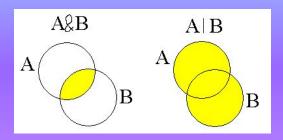
Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ |, а для логической операции «И» – &.

задания

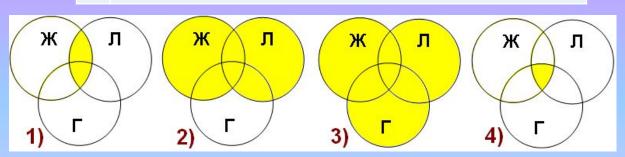
Задача №8

Решение:

Воспользуемся кругами Эйлера (диаграммами Вена):



1	живопись & литература
2	живопись литература
3	живопись литература графика
4	живопись & литература & графика



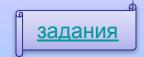
Ответ: 4123.

В табличной форме представлен фрагмент базы данных о результатах тестирования учащихся :

Фамилия	Пол	Математ ика	Русский язык	Химия	Информатик а	Биология
Аганян	ж	82	56	46	32	70
Воронин	М	43	62	45	74	23
Григорчук	М	54	74	68	75	83
Роднина	ж	71	63	56	82	79
Сергеенко	ж	33	25	74	38	46
Черепанова	Ж	18	92	83	28	61

Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию

- а) «Пол='м' ИЛИ Химия>Биология»?
- б) «Пол='м' И Химия>Биология»?



Фамилия	Пол	Математи ка	Русский язык	Химия	Информатика	Биология
Аганян	ж	82	56	46	32	70
Воронин	М	43	62	45	74	23
Григорчук	М	54	74	68	75	83
Роднина	ж	71	63	56	82	79
Сергеенко	ж	33	25	74	38	46
Черепанова	Ж	18	92	83	28	61

Решение:

Первому условию *Пол='м'* удовлетворяют записи №2, №3. Второму условию *Химия>Биология* удовлетворяют записи №2,№5,№6.

Значит условию *«Пол='м' ИЛИ Химия>Биология»* удовлетворяет 4 записи.

Условию *«Пол='м' И Химия>Биология»* удовлетворяет 1 запись.

Ответ: а) 4,

б) 1.

1) Для какого числа X истинно высказывание:

$$\neg ((X < 5) \rightarrow (X > 1))$$

- 1)1 2)3 3)4 4)2
- 2) Для какого числа X истинно высказывание:

$$\neg((x > 3) \rightarrow (x > 4))$$

- 1)1 2)2 3)3 4)4
- 3) Для какого числа X истинно высказывание:

$$((x > 2) \lor (x < 2)) \rightarrow (x > 4)$$

- 1)1 2)2 3)3 4)4
- 4) Для какого числа X истинно высказывание:

$$((x > 3) \lor (x < 3)) \rightarrow (x < 1)$$

- 1)1 2)2 3)3 4)4
- 5) Для какого числа X истинно высказывание:

$$(x > 4) \lor ((x > 1) \rightarrow (x > 4))$$

1)1 2)2 3)3 4)4



- 1) Для какого имени истинно высказывание:
 - \neg (первая буква имени согласная \rightarrow третья буква имени гласная)
 - 1) КСЕНИЯ 2) ЮЛИЯ 3) ПЕТР 4) АЛЕКСЕЙ
- 2) Для какого имени истинно высказывание:
 - \neg (первая буква имени гласная \rightarrow четвертая буква имени согласная)
 - 1) Антон 2) Федор 3) Елена 4) Вадим
- 3) Для какого имени истинно высказывание:

первая буква имени согласная \land (\neg вторая буква имени согласная \rightarrow четвертая буква имени гласная)

- 1) Иван 2) Петр 3) Елена 4) Павел
- 4) Для какого слова ложно высказывание:

```
\neg(вторая буква согласная \land пятая буква гласная) \rightarrow
```

(последняя буква согласная∨ первая буква гласная)

- 1) кенгуру 2) антилопа 3) ящерица 4) крокодил
- 5) Для какого слова истинно высказывание:

```
\neg(третья буква согласная \land четвертая буква гласная) \rightarrow
```

(вторая буква согласная ∨ последняя буква гласная)
1) гаоцин 2) скворец 3) ласточка 4) моёвка



Заполните таблицу истинности логических выражений:

1)
$$A \lor \neg B \lor C$$

$$2) \neg ((A \lor B) \to C)$$

3)
$$\neg (A \land B) \land \neg C$$



Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от 3-х аргументов X,Y,Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?

1)

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	0

1)	$\neg X \land$	$\neg Y$	$\wedge Z$		

2)
$$X \wedge Y \wedge \neg Z$$

3)
$$X \vee \neg Y \vee \neg Z$$

$$4) \neg X \lor \neg Y \lor Z$$

2)

X	Y	Z	F
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

1)
$$\neg X \wedge Y \wedge \neg Z$$

2)
$$X \vee \neg Y \vee Z$$

3)
$$X \wedge \neg Y \wedge Z$$

4)
$$\neg X \lor Y \lor \neg Z$$

X	Y	Z	F
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	1

1)
$$X \vee Y \vee Z$$

2)
$$X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$$

3)
$$X \lor \neg Y \lor Z$$

4)
$$\neg X \land Y \land \neg Z$$



1) Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$A \land \neg (B \lor \neg C) \land \neg D$$

- 1) $A \land \neg B \land C \land \neg D$
- $2)A \lor \neg B \lor C \lor \neg D$
- $3)A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge \neg D$
- $4)A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D$

2) Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\neg (A \land \neg B \land C)$$

- 1) $\neg A \lor \neg B \lor \neg C$
- $2)\neg A \wedge B \wedge \neg C$
- $3) \neg A \lor B \lor \neg C$
- $4)A \lor \neg B \lor C$

3) Какое логическое выражение равносильно выражению:

1) $\neg A \lor B \lor \neg C$

$$\neg(\neg A \land B) \lor \neg C$$

- $2)\neg A \lor \neg B \lor \neg C$
- $(3)A \vee \neg B \vee \neg C$
- $4)A \vee B \vee \neg C$



1) Каково наименьшее натуральное число X, при котором истинно высказывание

$$(x \cdot (x+2) < 50) \rightarrow (x \cdot x > 35)$$

2) Каково наибольшее целое число X, при котором ложно высказывание

$$(x \cdot (x+1) > 55) \rightarrow (x \cdot x > 50)$$

3) Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание

$$(x \cdot (x+1) > x \cdot x + 7) \rightarrow (x \cdot (x+1) \le x \cdot x + 7)$$

4) Каково наибольшее целое число X, при котором ложно высказывание

$$(9 \cdot x + 5 > 60) \rightarrow (x \cdot x > 80)$$

5) Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание

$$(x \cdot x - 1 > 100) \rightarrow (x \cdot (x - 1) < 100)$$



- 1) Найдите значения логических A,B,C,D, при которых указанное логическое выражение ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных A,B,C,D (в указанном порядке). Так, например, строка 0101 соответствует тому, что A=0, B=1, C=0, D=1.
- a) $(A \land \neg B) \rightarrow (C \lor D)$
- b) $\neg (A \lor B \lor C) \rightarrow (C \lor \neg D)$
 - 2) Сколько различных решений имеет уравнение $(K \to L \to M) \to (L \to \neg M \to N) = 0$ где K, L, M, N логические переменные?



В таблицах приведены запросы к поисковому серверу:

1)	Α	Волейбол баскетбол подача
	Б	Волейбол баскетбол подача блок
	В	Волейбол баскетбол
	Г Волейбол & баскетбол & подача	

Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

2)	А	Продажа принтеры
	Б	Сервис продажа принтеры сканеры
	В	Принтеры & сканеры &продажа & сервис
	Γ	(продажа принтеры) & (сервис сканеры)

Расположите номера запросов в порядке убывания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

3)

Α	Разведение & содержание & меченосцы & сомики				
Б	Содержание & меченосцы				
В	(Содержание & меченосцы) сомики				
Γ	Содержание & меченосцы & сомики				

Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

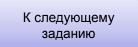


1) Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных о

погоде.

Дата	Температу ра	Давление (мм рт. ст.)	Ветер (м/с)	Осадки
01.05.2010	17	754	9	Нет
02.05.2010	16	752	11	Нет
03.05.2010	14	749	15	Нет
04.05.2010	14	747	17	Дождь
05.05.2010	15	745	14	Дождь
06.05.2010	13	750	13	Дождь
07.05.2010	12	751	8	Нет
08.05.2010	15	749	5	нет

- а) Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию (Осадки=«дождь») ИЛИ (давление < 750)?
- б) Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию (Осадки=«дождь») И (давление ≤ 750)?





2) В таблице приведены данные о составе и калорийности некоторых продуктов:

Продукт	Вода	Белки	Жиры	Углеводы	Ккал
Абрикосы	86	0,9	0	10,5	46
Апельсины	87,5	0,9	0	8,4	38
Бананы	74	1,5	0	22,4	91
Брусника	87	0,7	0	8,6	40
Виноград	80,2	0,4	0	17,5	69
Вишня	85,5	0,8	0	11,3	49

Сколько записей в данной таблице удовлетворяют условию: Вода>85 ИЛИ (белки+углеводы<11 И ккал>38)?



Источники материалов:

- http://s99-omsk.narod.ru/pupil/vip/i2003/i2003/logika/be.gif
- http://school.sgu.ru
- П. А. Якушкин, С. С. Крылов, ЕГЭ 2010. Информатика: сборник экзаменационных заданий. М.: Эксмо, 2009
- П. А. Якушкин, В. Р. Лещинер, Информатика: типовые тестовые задания. М.: Экзамен, 2012
- Л. Н. Евич, С. Ю. Кулабухов, Информатика и ИКТ. 10-11 классы. Тематические тесты. Подготовка к ЕГЭ. Базовый, повышенный, высокий уровни: типовые тестовые задания. Ростов-на-Дону: Легион М, 2011
- Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2012 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ