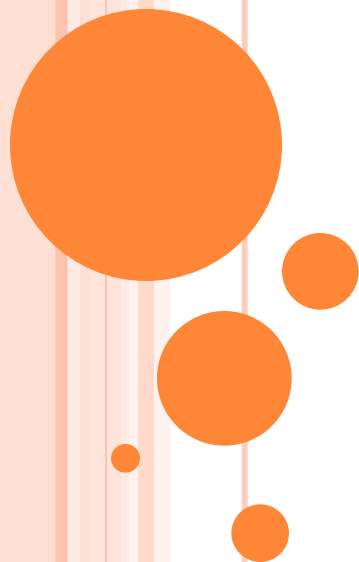


ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ ДАННЫХ В КОМПЬЮТЕРЕ. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ.



Презентация для 10 класса

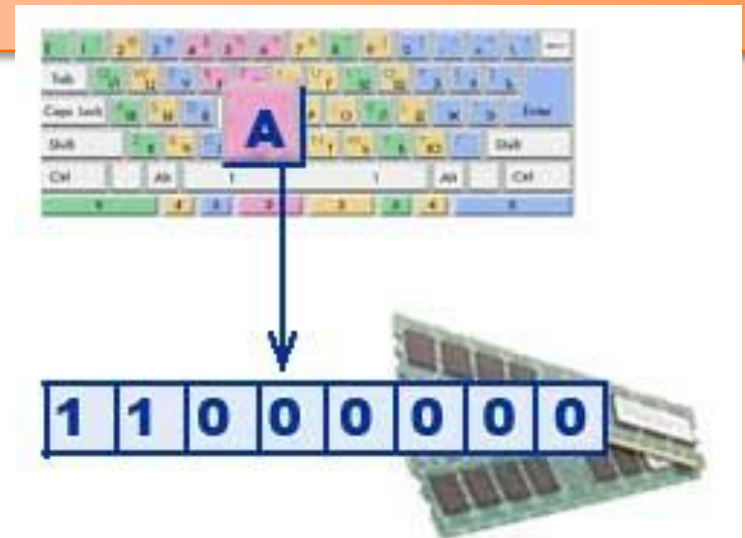
ОБРАЗ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПАМЯТИ

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

ГЛАВНЫЕ ПРАВИЛА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ В КОМПЬЮТЕРЕ

Правило № 1

Данные (и программы) в памяти компьютера хранятся в двоичном виде, т.е. в виде цепочек единиц и нулей.



Правило № 2

Представление данных в компьютер дискретно.

Дискретизация — преобразование непрерывной функции в дискретную.



□ **Дискретность** (от лат. discretus — **разделённый, прерывистый**), прерывность; противопоставляется непрерывности. Например, дискретное изменение какой-либо величины во времени — это изменение, происходящее через определённые промежутки времени (скачками); система целых чисел (в противоположность системе действительных чисел) является дискретной. В физике и химии Д. означает зернистость строения материи, её атомистичность.

ДИСКРЕТНОСТЬ [discretion] — **прерывность**; напр., изменение экономических показателей во времени всегда имеет прерывный характер, поскольку происходит скачками — от одной даты (года, месяца и т. д.) к другой. Понятие Д. противопоставляется понятию непрерывности.



Правило № 3

Множество представленных в памяти величин ограничено и конечно.

| символ | 10-й код | 2-й код | символ | 10-й код | 2-й код |
|--------|----------|----------|--------|----------|----------|
| | 32 | 00100000 | 8 | 56 | 00111000 |
| ! | 33 | 00100001 | 9 | 57 | 00111001 |
| " | 34 | 00100010 | : | 58 | 00111010 |
| # | 35 | 00100011 | ; | 59 | 00111011 |
| \$ | 36 | 00100100 | < | 60 | 00111100 |
| % | 37 | 00100101 | = | 61 | 00111101 |
| & | 38 | 00100110 | > | 62 | 00111110 |
| ' | 39 | 00100111 | ? | 63 | 00111111 |
| (| 40 | 00101000 | @ | 64 | 01000000 |
|) | 41 | 00101001 | A | 65 | 01000001 |
| * | 42 | 00101010 | B | 66 | 01000010 |
| + | 43 | 00101011 | C | 67 | 01000011 |
| , | 44 | 00101100 | D | 68 | 01000100 |

Представление чисел в ПК



ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА В КОМПЬЮТЕРЕ

Правило № 4

В памяти компьютера числа хранятся в двоичной системе счисления.

Например, если под целое число выделяется ячейка памяти размером в 16 битов, то самое большое целое положительное число будет таким:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

В десятичной системе счисления оно равно:

$$2^{15} - 1 = 32\,767.$$



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ В ФОРМАТЕ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

Целые числа в компьютере хранятся в памяти в формате *с фиксированной запятой*. В этом случае каждому разряду ячейки памяти соответствует всегда один и тот же разряд числа, а запятая находится справа после младшего разряда, т.е. вне разрядной сетки.



Для хранения *целых неотрицательных чисел* отводится одна ячейка памяти (8 бит). Например, число $A_2 = 10101010_2$ будет храниться в ячейке памяти следующим образом:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Максимальное значение целого неотрицательного числа достигается в случае, когда во всех ячейках хранятся единицы. Для n -разрядного представления оно будет равно:

$$2^n - 1$$



ПРИМЕР. ОПРЕДЕЛИТЬ ДИАПАЗОН ЧИСЕЛ, КОТОРЫЕ МОГУТ ХРАНИТСЯ В ОПЕРАТИВНОЙ ПАМЯТИ В ФОРМАТЕ *ЦЕЛОЕ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО*.

Минимальное число соответствует восьми нулям, хранящимся в восьми ячейках памяти, и равно нулю.

Максимальное число соответствует восьми единицам, хранящимся в ячейках памяти и равно:

$$A = 1*2^7 + 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 1*2^8 - 1 = 255_{10}$$

Диапазон изменения *целых неотрицательных чисел* от 0 до 255.



Для хранения целых чисел со знаком отводится две ячейки памяти (16 бит), причем старший (левый) разряд отводится под знак числа (если число положительное, то в знаковый разряд записывается **0**, если число отрицательное записывается **1**).

Представление в компьютере положительных чисел с использованием формата «знак-величина» называется прямым кодом числа.



Например, число $2002_{10} = 11111010010_2$ будет представлено в 16-ти разрядном представлении следующим образом:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

При представлении целых чисел в n-разрядном представлении со знаком максимальное положительное число (с учетом выделения одного разряда на знак) равно:

$$A = 2^{n-1} - 1$$



ПРИМЕР. ОПРЕДЕЛИТЬ МАКСИМАЛЬНОЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО, КОТОРОЕ МОЖЕТ ХРАНИТСЯ В ОПЕРАТИВНОЙ ПАМЯТИ В ФОРМАТЕ *ЦЕЛОЕ ЧИСЛО СО ЗНАКОМ*.

$$A_{10} = 2^{15} - 1 = 32767_{10}$$

Для представления отрицательных чисел используется ***дополнительный код***.

Дополнительный код позволяет заменить арифметическую операцию вычитания операцией сложения, что существенно упрощает работу процессора и увеличивает его быстродействие.

Дополнительный код отрицательного числа A , хранящегося в n ячейках, равен $2^n - |A|$.



Дополнительный код представляет собой дополнение модуля отрицательного числа A до 0, поэтому в n -разрядной компьютерной арифметике:

$$2^n - |A| + |A| \equiv 0$$

Это равенство тождественно справедливо, т.к. в компьютерной n -разрядной арифметике $2^n \equiv 0$. Действительно, двоичная запись такого числа состоит из одной единицы и n нулей, а в n -разрядную ячейку может уместиться только n младших разрядов, т.е. n нулей.



ПРИМЕР. ЗАПИСАТЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ КОД ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА -2002 ДЛЯ 16-ТИ РАЗРЯДНОГО КОМПЬЮТЕРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Проведем вычисления в соответствии с определением дополнительного кода:

| | | | |
|-----------------------------|---|-----------------------|--------------|
| 2^{16} | = | 10000000000000000_2 | 65536_{10} |
| 2002_{10} | = | 0000011111010010_2 | 2002_{10} |
| $2^{16} -$ $ 2002_{10} $ | = | 1111100000101110_2 | 63534_{10} |

Проведем проверку с использованием десятичной системы счисления. Дополнительный код 63534_{10} в сумме с модулем отрицательного числа 2002_{10} равен 65536_{10} , т.е. дополнительный код дополняет модуль отрицательного числа до 2^{16} (до нуля 16-ти разрядной компьютерной арифметики).

Для получения дополнительного кода отрицательного числа можно использовать довольно простой алгоритм:



ПРАВИЛО ПОЛУЧЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО КОДА

Для получения дополнительного кода отрицательного числа можно использовать довольно простой алгоритм:

1. Модуль числа записать *прямым кодом* в n двоичных разрядах;
2. Получить *обратный код* числа, для этого значения всех бит инвертировать (все единицы заменить на нули и все нули заменить на единицы);
3. К полученному *обратному коду* прибавить единицу.



ПРИМЕР ЗАПИСАТЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ КОД ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА -2002 ДЛЯ 16-ТИ РАЗРЯДНОГО КОМПЬЮТЕРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА.

| | | |
|--------------------|------------------------|--|
| Прямой код | $ -2002_{10} $ | 0000011111010010_2 |
| Обратный код | инвертирование | 1111100000101101_2 |
| | прибавление единицы | 1111100000101101_2 + 0000000000000001_2 |
| Дополнительный код | | 1111100000101110_2 |

При n -разрядном представлении отрицательного числа A дополнительным кодом старший разряд выделяется для хранения знака числа (единицы). В остальных разрядах записывается положительное число:

$$2^{n-1} - |A|.$$

Чтобы число было положительным должно выполняться условие:

$$|A| \leq 2^{n-1}$$

Следовательно, максимальное значение модуля числа A в n -разрядном представлении равно:

$$|A| = 2^{n-1}$$

Тогда, минимальное отрицательное число равно:

$$A = -2^{n-1}$$



ПРИМЕР. ВЫПОЛНИТЬ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ $3000_{10} - 5000_{10}$ В 16-ТИ РАЗРЯДНОМ КОМПЬЮТЕРНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ.

Представим положительное число в прямом, а отрицательное число в дополнительном коде:

| Десятичное число | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
|------------------|----------------------|----------------------|--|
| 3000 | 000010111011100 0 | | |
| -5000 | 000100111000100 0 | 111011000111011 1 | 111011000111011 +000000000000000 1 1110110001111000 |



СЛОЖИМ ПРЯМОЙ КОД ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ КОДОМ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА. ПОЛУЧИМ РЕЗУЛЬТАТ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ:

| | | | |
|-----------|--|--|------------------|
| 3000-5000 | | | 1111100000110000 |
|-----------|--|--|------------------|

Переведем полученный дополнительный код в десятичное число:

1) Инвертируем дополнительный код:

0000011111001111

2) Прибавим к полученному коду 1 и получим модуль отрицательного числа:

$$\begin{array}{r} 0000011111001111 \\ + \quad \underline{0000000000000001} \\ \hline 0000011111010000 \end{array}$$



3) Переведем в десятичное число и припишем знак отрицательного числа:
-2000.


Недостатком представления чисел в формате с *фиксированной запятой* является конечный диапазон представления величин, недостаточный для решения математических, физических, экономических и других задач, в которых используются как очень малые, так и очень большие числа.



Вывод:

Целые числа в памяти компьютера – это дискретное, ограниченное и конечное множество.

Границы множества целых чисел зависят от размера выделяемой ячейки памяти под целое число, а также от формата: со знаком или без знака.



МАТЕМАТИКА:
множество целых
чисел дискретно,
бесконечно, не
ограничено

ИНФОРМАТИКА:
множество целых
чисел дискретно,
конечно,
ограничено



Границы множества целых чисел зависят от размера выделяемой ячейки памяти под целое число, а также от формата: со знаком или без знака.

