Система уравнений

Система – это закономерно связанные друг с другом элементы представляющие единство

(Словарь Лопатухина)

Система – целое, составленное из частей
System – объединение

- Система – это порядок
- Решить систему уравнений – применить систему знаний
- Нет системы - нет порядка

Цель: Обобщить понятие решения системы уравнений

Задачи:

- ✔ Применять основные методы решения систем уравнений, различного уровня сложности
- ✔ Уметь создавать презентации для сопровождения доклада и буклеты
- ✔ Применять умения работать на компьютере при решении систем уравнений графическим способом

Рассмотрим системы уравнений и определим наиболее эффективный метод решения

1. $\begin{cases} xy = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x^2 - 2y = 14 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x + xy + y = 7 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x^2 + y^2 = p \\ y = x^2 + 2 \end{cases}$

Решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} xy=12; \\ x-y=1. \end{cases}$$

1.Выразим x из (2)

$$x=1+y$$

2.Подставим в (1)

$$\begin{cases} (1+y)y=12 \\ x=1+y \end{cases}$$

3. Решим (1)

$$(1+y)y=12$$

$$y^2+y=12$$

$$y^2+y=12$$

$$y^2-y-12=0$$

$$Д=в^2-4ac$$

$$Д=(-1)^2-4*1*(-12)=1+48=49 \quad Д>0$$

$$y_{1,2}=\frac{-в\pm\sqrt{Д}}{2a}$$

$$y_1=\frac{1+7}{2}=4 \qquad y_2=\frac{1-7}{2}=-3$$

4. Значит мы получили 2-е системы

$$\begin{cases} y=4 \\ x=1+y \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y=-3 \\ x=1+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4 \\ x=1+4 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-3 \\ x=1-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4 \\ x=5 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-3 \\ x=-2 \end{cases}$$

ответ:(5; 4) (-2;-3)

Решение системы уравнений графическим методом

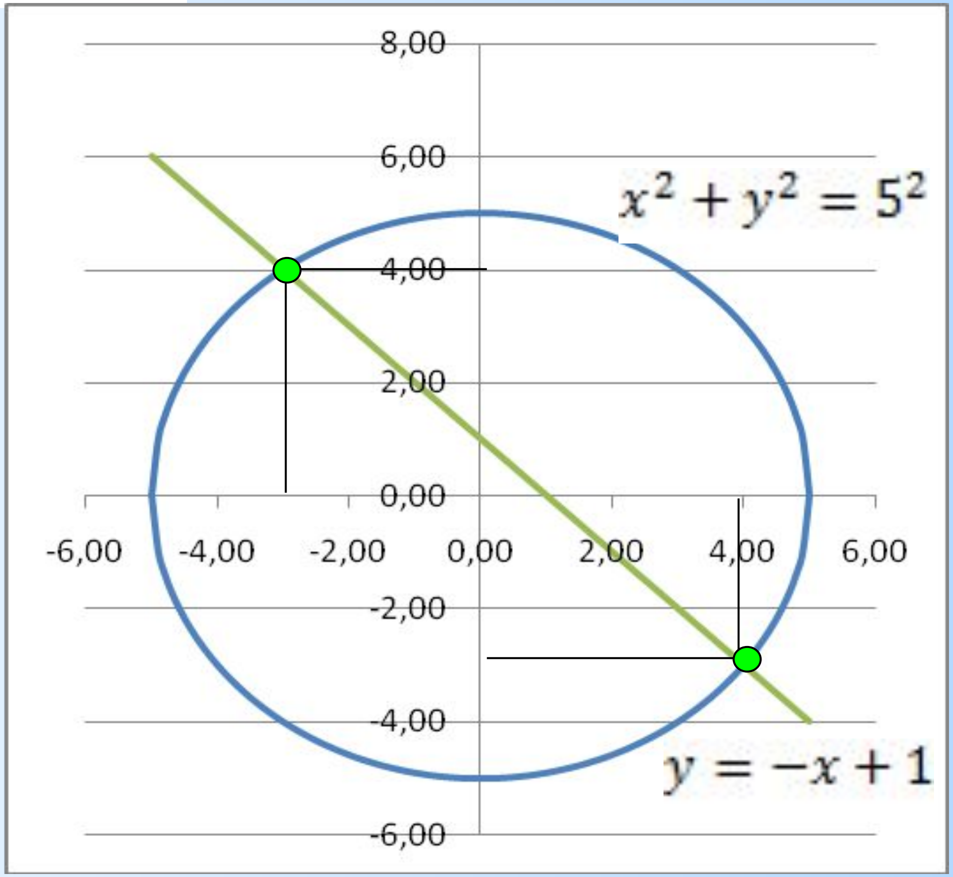
1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$

2) В одной системе координат построим графики данных уравнений.

а) $x^2 + y^2 = 5^2\left(\text{окружность с центром}(0;0)\right)\ r = 5$

б) y=-x+1 (прямая, проходящая через (0;1) и (1;0))

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$



3) Графики пересекаются в точках A(-3; 4) , B(4; -3) значит два решения

Ответ: (-3; 4); (4; -3)

Решение системы уравнений методом сложения

$$+\begin{cases} x^2 - 2y = 14 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

x=4 или x=-4

$$\begin{cases} x = 4 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -4 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$$

16+2y=18 16+2y=18

2y=2 | 2 2y=2 | 2

y =1 y=1

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (4; 1) и (-4; 1)

Решение системы уравнений метод введения новой переменой

$$\begin{cases} x + xy + y = 7 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + xy = 7 \\ xy(x + y) = 6 \end{cases}$$

1). Введем новые переменные, обозначив так:

пусть x+y=a
xy=b

2). Получим $\begin{cases} a + b = 7 \\ ab = 6 \end{cases}$

3). По теореме обратной теореме Виета $\begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}$ или $\begin{cases} a = 6 \\ b = 1 \end{cases}$

4). Значит система примет вид $\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = 6 \end{cases}$

5). Применим подстановку

$$\begin{cases} x = 6 - y, \\ (6 - y) * y = 1 \end{cases}$$ или $$\begin{cases} x = 1 - y, \\ (1 - y) * y = 6 \end{cases}$$

6). Решим уравнения с одной переменной

$$y^2 - 6y + 1 = 0$$ или $$y^2 - y + 6 = 0$$

D=1 – 4 * 6 = -23, D<0, нет корней

$$y_{1,2} = (6 \pm \sqrt{32})/2$$

$$y_1 = 3 + 2\sqrt{2}$$ или $$y_2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} y = 3 + 2\sqrt{2} \\ x = 6 - y \end{cases}$$ $$\begin{cases} y = 3 - 2\sqrt{2} \\ x = 6 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 + 2\sqrt{2} \\ x = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$ $$\begin{cases} y = 3 - 2\sqrt{2} \\ x = 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Ответ: $$\begin{cases} x = 3 - 2\sqrt{2} \\ y = 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 3 + 2\sqrt{2} \\ y = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$