ТЕМА ЛЕКЦИИ:

«МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ»

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. ПОНЯТИЕ И ВИДЫ МАТРИЦ
2. СТРОКИ, СТОЛБЦЫ, ЭЛЕМЕНТЫ И РАЗМЕР МАТРИЦ
3. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ

ПОНЯТИЕ И ВИДЫ МАТРИЦ

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

МАТРИЦЕЙ НАЗЫВАЕТСЯ ПРЯМО-УГОЛЬНАЯ ИЛИ КВАДРАТНАЯ ТАБЛИЦА, ЗАПОЛНЕННАЯ ЧИСЛАМИ.

ЧИСЛА, ЗАПОЛНЯЮЩИЕ МАТРИЦУ, НАЗЫВАЮТСЯ **ЭЛЕМЕНТАМИ** МАТРИЦЫ.

ВИДЫ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Прямоугольная матрица

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Матрица-столбец

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Квадратная матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица-строка

СТРОКИ, СТОЛБЦЫ, ЭЛЕМЕНТЫ И РАЗМЕР МАТРИЦЫ

ПРИНЦИП НУМЕРАЦИИ СТРОК И СТОЛБЦОВ

СТРОКИ НУМЕРУЮТСЯ СВЕРХУ ВНИЗ, НАЧИНАЯ С № 1.

СТОЛБЦЫ НУМЕРУЮТСЯ СЛЕВА НАПРАВО, НАЧИНАЯ С № 1.

СТРОКА И СТОЛБЕЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ \color{red}{-30} & \color{red}{-36} \end{pmatrix}$$

3-я строка

$$\begin{pmatrix} 12 & \color{red}{4} \\ -17 & \color{red}{29} \\ -30 & \color{red}{-36} \end{pmatrix}$$

2-й столбец

РАЗМЕР МАТРИЦЫ

МАТРИЦА, ИМЕЮЩАЯ m СТРОК И n СТОЛБЦОВ, НАЗЫВАЕТСЯ МАТРИЦЕЙ РАЗМЕРА m НА n.

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Матрица размера 3 на 2

(3 строки, 2 столбца)

ОБЩИЙ ВИД МАТРИЦЫ РАЗМЕРА *m* НА *n*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

ЭЛЕМЕНТ МАТРИЦЫ

Элемент

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

$$a_{31}\ (a\ \text{три-один}) = -30$$

(3-я строка, 1-й столбец)

ДИАГОНАЛИ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Главная диагональ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ

ТРЕУГОЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Верхняя треугольная матрица (под главной диагональю стоят нули)

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Нижняя треугольная матрица (над главной диагональю стоят нули)

ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ

ЛЮБУЮ МАТРИЦУ МОЖНО УМНОЖИТЬ НА ЧИСЛО

$$5\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$

МАТРИЦЫ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ И ВЫЧИТАТЬ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Исходная матрица (размер 3 на 2)

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$

Транспонированная матрица (размер 2 на 3)

УМНОЖЕНИЕ СТРОКИ НА СТОЛБЕЦ (СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ)

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 7 + (-5) \cdot 0 + 3 \cdot (-4) = 2$$

УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА СТОЛБЕЦ

КАЖДАЯ СТРОКА МАТРИЦЫ СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА СТОЛБЕЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 8 + (-1)\cdot 7 + 2\cdot 2 \\ 4\cdot 8 + 2\cdot 7 + 0\cdot 2 \\ (-5)\cdot 8 + 6\cdot 7 + 1\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ВОЗМОЖНОСТЬ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

МАТРИЦУ *A*, ЗАПИСАННУЮ СЛЕВА, МОЖНО УМНОЖИТЬ НА
МАТРИЦУ *B*, ЗАПИСАННУЮ СПРАВА, ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ЧИСЛО СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ *A* РАВНО ЧИСЛУ СТРОК МАТРИЦЫ *B*

ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

КАЖДАЯ СТРОКА ЛЕВОЙ МАТРИЦЫ СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА КАЖДЫЙ СТОЛБЕЦ ПРАВОЙ МАТРИЦЫ

$$C = A \cdot B$$

A – левая матрица, B – правая матрица

ПРИМЕР УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot 8+(-1)\cdot 7+2\cdot 2 & 3\cdot 1+(-1)\cdot 2+2\cdot(-3) \\ 4\cdot 8+2\cdot 7+0\cdot 2 & 4\cdot 1+2\cdot 2+0\cdot(-3) \\ (-5)\cdot 8+6\cdot 7+1\cdot 2 & (-5)\cdot 1+6\cdot 2+1\cdot(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -5 \\ 46 & 8 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

УМНОЖЕНИЕ СТОЛБЦА НА СТРОКУ

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7\cdot 2 & 7\cdot(-5) & 7\cdot 3 \\ 0\cdot 2 & 0\cdot(-5) & 0\cdot 3 \\ (-4)\cdot 2 & (-4)\cdot(-5) & (-4)\cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & -35 & 21 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 20 & -12 \end{pmatrix}$$

ВАЖНЫЕ ТИПЫ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Единичная матрица

(размер 3 на 3)

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Нулевая матрица

(размер 3 на 3)

СВОЙСТВО ЕДИНИЧНОЙ МАТРИЦЫ: *A•E=E•A=A*

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Презентацию подготовил студент группы СО-11
Гурин Александр.