
Применение свойств квадратичной функции

Алексеевский Сергей

МБОУ «СОШ № 2 ст. Архонская»

Задачи на определение числа корней квадратного уравнения.

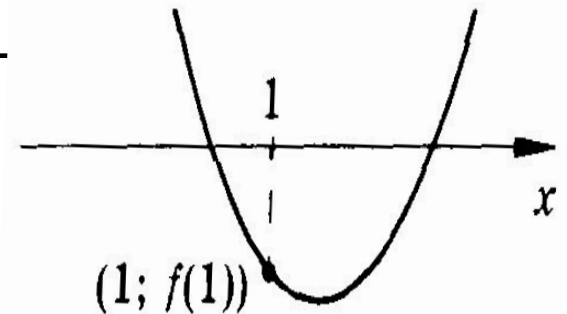
- П р и м е р 1. Имеет ли корни уравнение $1716x^2 - 5321x + 3248 = 0$?

Решение.

Рассмотрим функцию $f(x) = 1716x^2 - 5321x + 3248$.

$$D = 5321^2 - 4 \cdot 1716 \cdot 3248 = 5000^2 - 5000 \cdot 5000 - 2 \cdot 1750 \cdot 2 \cdot 3250 = 25000000 - 22750000 = 2250000 > 0.$$

Это означает, что парабола опускается ниже оси x . Поэтому она пересекает ось x в двух точках, а значит, данное уравнение имеет два корня.



Задачи на определение числа корней квадратного уравнения.

- П р и м е р 2. Сколько корней имеет уравнение $(x - 100)(x - 101) + (x - 101)(x - 102) + (x - 102)(x - 100) = 0$?

Решение. Раскроем скобки в левой части и представим её в виде квадратного трехчлена с положительным коэффициентом при x^2 . Обозначим этот трехчлен через $f(x)$. Найдем $f(101)$:

$$f(101) = 0 + 0 - 1 < 0.$$

Таким образом, трехчлен $f(x)$ может принимать отрицательные значения. Так как коэффициент при x^2 положителен, то ветви параболы направлены вверх. Значит, парабола пересекает ось x в двух точках, т. е. данное уравнение имеет два корня.

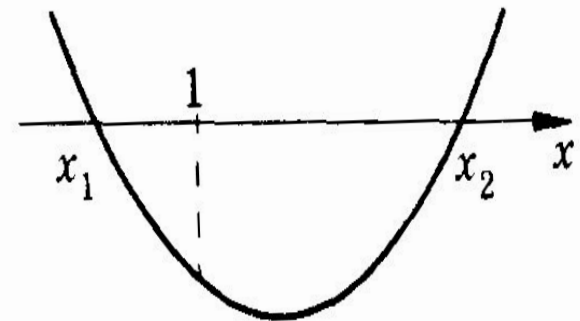
Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

- П р и м е р 3. Докажем, что один из корней уравнения $52x^2 - 70x + 15 = 0$ больше 1, а другой меньше 1.

Решение. Докажем, что число 1 лежит между корнями данного уравнения. Возьмем функцию $f(x) = 52x^2 - 70x + 15$ и найдем $f(1)$:

$$f(1) = 52 - 70 + 15 < 0.$$

Функция $y = f(x)$ может принимать отрицательные значения. Таким образом, график функции $f(x)$ — парабола, ветви которой направлены вверх и которая опускается ниже оси x . Отрицательные значения эта функция принимает в промежутке между корнями. Так как $f(1) < 0$, то $x_1 < 1 < x_2$.



Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

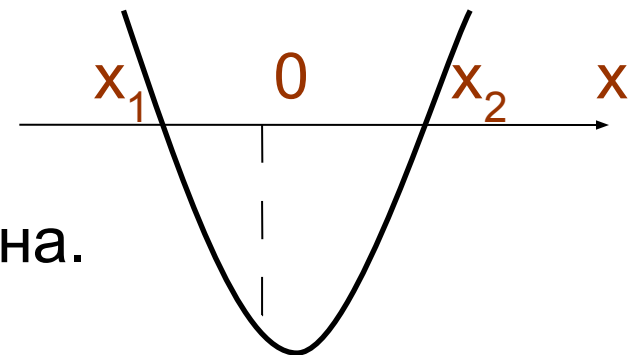
- П р и м е р 4. Установить, как на координатной оси расположены числа:

а) $x_1, x_2, 0, 1$, если x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена $f(x) = 10x^2 - 18x - 17$ и $x_1 < x_2$.

Р е ш е н и е. а) Очевидно, что $f(0) = -17 < 0$,
ветви параболы направлены вверх.

Так как $f(1) < 0$, то число 1
так же, как и число 0, расположено
между корнями квадратного трёхчлена.

Таким образом, $x_1 < 0 < 1 < x_2$.



Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

- П р и м е р 4. Установить, как на координатной оси расположены числа:

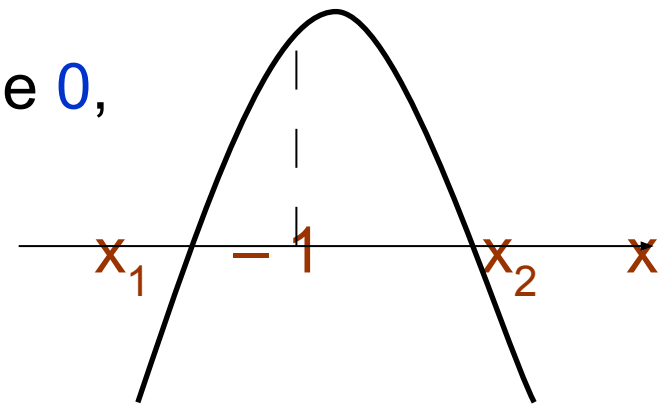
б) $x_1, x_2, -10, -1$, если x_1, x_2 – корни квадратного трёхчлена

$$f(x) = -12x^2 - 23x + 27 \text{ и } x_1 < x_2.$$

Р е ш е н и е. б) Число $f(-1)$ больше 0, ветви параболы направлены вниз,

$f(10) = -943 < 0$, значит, число -10 расположено левее меньшего корня.

Итак, $-10 < x_1 < -1 < x_2$.



Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

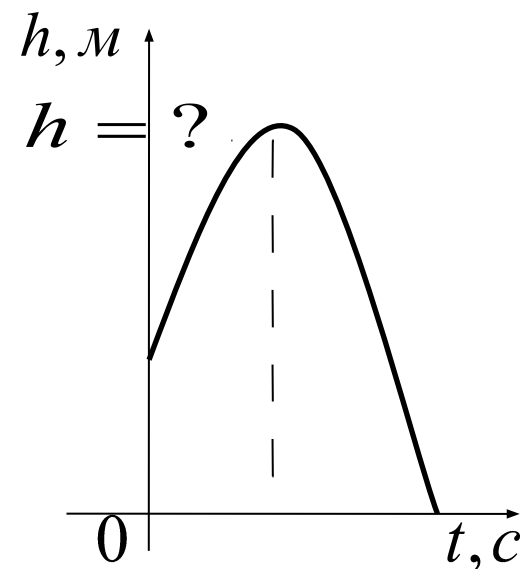
- П р и м е р 5. Мяч подброшен вертикально вверх. Зависимость высоты мяча над землей h (м) от времени полета t (с) выражается формулой $h = -5t^2 + 10t + 1,5$. На какую максимальную высоту поднимется мяч?

Р е ш е н и е.

Траектория полёта представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, своего наибольшего значения она достигнет в вершине параболы, т. е. решение задачи свелось к нахождению координат вершины параболы:

$$t = (с), \quad h = -5 + 10 + 1,5 = 6,5 \text{ (м)}.$$

О т в е т: 6,5 метра.



Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

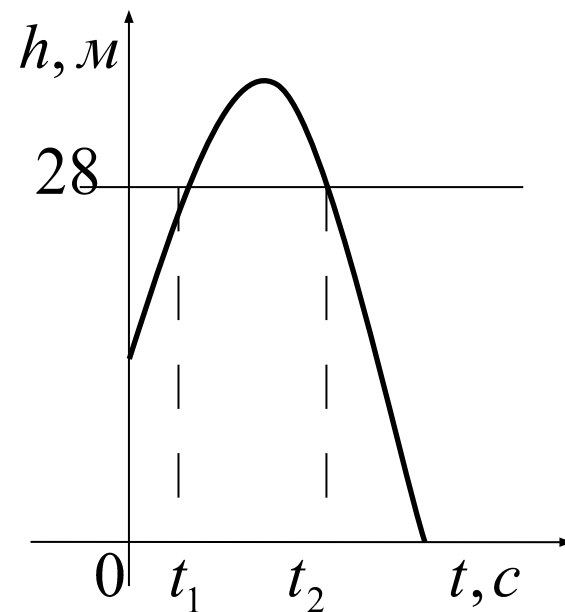
- П р и м е р 6. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 39t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Найдите, сколько секунд камень находился на высоте не менее 28 м.

Р е ш е н и е:

Решим неравенство: $-5t^2 + 39t \geq 28$,
 $5t^2 + 39t - 28 \leq 0$, $D = 961$, $t_1 = 0,8$, $t_2 = 7$.

На высоте не менее 28 метров, камень находился $7 - 0,8 = 6,2$ секунды.

О т в е т: 6,2 с.



Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

- **Пример 7.** Брандспойт, закреплённый под определённым углом на пожарной машине, выстреливает струю воды с постоянной начальной скоростью. Высота струи воды описывается формулой $y = ax^2 + bx + c$, где $a = -\frac{1}{270}$, $b = \frac{2}{3}$, $c = \frac{7}{3}$ постоянные параметры.

На каком максимальном расстоянии в метрах от забора нужно поставить машину, чтобы вода перелетала через верх? Высота забора равна 19 м.

Решение. Рассуждая аналогично, составим неравенство и решим его:

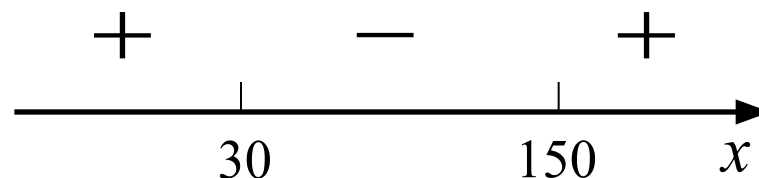
$$-\frac{1}{270}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} \geq 19,$$

$$-x^2 + 180x + 630 \geq 5130,$$

$$x^2 - 180x + 4500 \leq 0,$$

$$(x - 30)(x - 150) \leq 0,$$

$$30 \leq x \leq 150. \text{ Наибольшее расстояние равно } 150 \text{ метров.}$$



Ответ: 150 м.