АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ. СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Автор: ученик 8-а класса Гимназии №1
Сычев Алексей.
Руководитель: Илющихина М.И.

Арифметический квадратный корень

<u>*Определение:*</u> арифметическим квадратным корнем из числа ***а*** называется неотрицательное число, квадрат которого равен ***а***.

Арифметический квадратный корень из числа ***а*** обозначается так: √ ***а***. Знак √ называется *знаком арифметического квадратного корня;* ***а*** называется *подкоренным выражением*. Выражение √ ***а*** читается так: «Арифметический квадратный корень из числа ***а***».

В случаях, когда ясно, что речь идет об арифметическом корне, говорят: «Корень квадратный из ***а***». *Действие нахождения квадратного корня из числа называют извлечением квадратного корня.*

Возводить в квадрат можно любые числа, но извлекать квадратный корень можно не из любого числа. Например, нельзя извлечь квадратный корень из числа -4, так как нет такого числа, квадрат которого равен -4.

Итак, выражение $\sqrt{\boldsymbol{a}}$ имеет смысл только при $\boldsymbol{a \geq 0}$.
Определение квадратного корня можно кратко записать так:

$$\sqrt{a} \geq 0, \quad (\sqrt{a})^2 = a$$

Равенство $(\sqrt{a})^2 = a$ справедливо при $\boldsymbol{a \geq 0}$.

Квадратный корень из степени

Вычислим значение выражения √ ***a***□ при ***a=3*** и ***a=-3.***
По определению квадратного корня √***3***□ ***=3.*** При
a=-3 находим √***(-3)***□ ***=*** √***3***□ ***=3.*** Так как число ***3***
является противоположным числу ***-3,*** то можно записать:

√***(-3)***□ ***= -(-3)*** или √ ***(-3)***□***= |-3|.***

Теорема 1: для любого числа ***a*** справедливо равенство
√***a*** □ ***= |a| .***

Рассмотрим два случая: ***a≥0*** и ***a<0.***

1)Если ***a***≥***0***, то по определению арифметического корня

√ ***a***□ ***=a.***

2)Если ***a<0,*** то ***(-a) >0*** и поэтому

√ ***a***□ ***=*** √ ***(-a)***□ ***= -a.***

Таким образом,

Вместо того чтобы говорить, что равенство и $\sqrt{a^2} = |a|$ выполняется при любых значениях входящих в него букв, говорят, что это равенство выполняется *тождественно*.

Равенства, справедливые при любых значениях входящих в них букв, называют *тождествами*.

Теорема 2. Если $a>b>0$, то $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.
В самом деле, если допустить, что $\boldsymbol{\sqrt{a} \le \sqrt{b}}$, то, возведя обе части неравенства в квадрат, получим $\boldsymbol{a \le b}$, что противоречит условию $\boldsymbol{a>b}$.

Квадратный корень из произведения

Теорема. Если a≥0, b≥0, то

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$

т.е. корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

Для того чтобы доказать, что ***a*** ***b*** есть арифметический квадратный корень из ***ab***, надо доказать, что:

1)$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\geq0$ 2)($\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$)□=ab.

по определению квадратного корня √ ***a≥0***, √***b≥0,***поэтому

√a·√b≥0. По свойству степени произведения и определению квадратного корня

(√a·√ b)□ = (√a)□·(√b)□ =ab.

Квадратный корень из дроби

Теорема. Если a ≥0, b>0,то

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

т.е. корень из дроби равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя.

В некоторых задачах полезно избавиться от иррациональных выражений в знаменателе дроби.

- Требуется доказать, что:

1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \ge 0;$ $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$

Так как $\sqrt{a} \ge 0$ и $\sqrt{b} > 0$, то $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \ge 0.$

По свойству возведения дроби в степень и определению квадратного корня получаем:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{a}{b}$$

По доказанной теореме *при делении корней* можно разделить подкоренные выражения и из результата извлечь корень:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$