

# АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ. СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Автор: ученик 8-а класса Гимназии №1  
Сычев Алексей.

Руководитель: Илющихина М.И.

# Арифметический квадратный корень

Определение: арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называется неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .

Арифметический квадратный корень из числа  $a$  обозначается так:  $\sqrt{a}$ . Знак  $\sqrt{\quad}$  называется *знаком арифметического квадратного корня*;  $a$  называется *подкоренным выражением*. Выражение  $\sqrt{a}$  читается так: «Арифметический квадратный корень из числа  $a$ ».

В случаях, когда ясно, что речь идет об арифметическом корне, говорят: «Корень квадратный из  $a$ ». *Действие нахождения квадратного корня из числа называют извлечением квадратного корня.*

Возводить в квадрат можно любые числа, но извлекать квадратный корень можно не из любого числа. Например, нельзя извлечь квадратный корень из числа  $-4$ , так как нет такого числа, квадрат которого равен  $-4$ .

Итак, выражение  $\sqrt{a}$  имеет смысл только при  $a \geq 0$ .  
Определение квадратного корня можно кратко записать так:

$$\sqrt{a} \geq 0, \quad (\sqrt{a})^2 = a$$

Равенство  $(\sqrt{a})^2 = a$  справедливо при  $a \geq 0$ .

## Квадратный корень из степени

Вычислим значение выражения  $\sqrt{a}$  при  $a=3$  и  $a=-3$ .

По определению квадратного корня  $\sqrt{3}=3$ . При

$a=-3$  находим  $\sqrt{(-3)} = \sqrt{3} = 3$ . Так как число  $3$  является противоположным числу  $-3$ , то можно записать:

$$\sqrt{(-3)} = -(-3) \text{ или } \sqrt{(-3)} = |-3|.$$

Теорема 1: для любого числа  $a$  справедливо равенство

$$\sqrt{a} = |a|.$$

Рассмотрим два случая:  $a \geq 0$  и  $a < 0$ .

1) Если  $a \geq 0$ , то по определению арифметического корня

$$\sqrt{a} = a.$$

2) Если  $a < 0$ , то  $(-a) > 0$  и поэтому

$$\sqrt{a} = \sqrt{(-a)} = -a.$$

Таким образом,

Вместо того чтобы говорить, что равенство и  $\sqrt{a^2} = |a|$  выполняется при любых значениях входящих в него букв, говорят, что это равенство выполняется *тождественно*.

Равенства, справедливые при любых значениях входящих в них букв, называют *тождествами*.

Теорема 2. Если  $a > b > 0$ , то  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .

В самом деле, если допустить, что  $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ , то, возведя обе части неравенства в квадрат, получим  $a \leq b$ , что противоречит условию  $a > b$ .

# Квадратный корень из произведения

Теорема. Если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ , то

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

т.е. корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

Для того чтобы доказать, что  $\sqrt{a} \sqrt{b}$  есть арифметический квадратный корень из  $ab$ , надо доказать, что:

$$1) \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0 \quad 2) (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab.$$

по определению квадратного корня  $\sqrt{a} \geq 0$ ,  $\sqrt{b} \geq 0$ , поэтому  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$ . По свойству степени произведения и определению квадратного корня

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$



# Квадратный корень из дроби

Теорема. Если  $a \geq 0$ ,  $b > 0$ , то

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

т.е. корень из дроби равен корню из числителя,  
деленному на корень из знаменателя.

В некоторых задачах полезно избавиться от  
иррациональных выражений в знаменателе дроби.

- Требуется доказать, что:

$$1) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0;$$

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$$

Так как  $\sqrt{a} \geq 0$  и  $\sqrt{b} > 0$ , то  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ .

По свойству возведения дроби в степень и определению квадратного корня

получаем

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$$

По доказанной теореме *при делении корней* можно разделить подкоренные выражения и из результата извлечь корень:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$