Жизнь и творчество Леонардо Эйлера.
(1707-1783)

Содержание.

1. ВСТУПЛЕНИЕ

Леонард Эйлер — математик, физик, механик и астроном.

Эйлер принадлежит к числу гениев, чьё творчество стало достоянием всего человечества. До сих пор школьники всех стран изучают тригонометрию и логарифмы в том виде, какой придал им Эйлер.

Студенты проходят высшую математику по руководствам, первыми образцами которых явились классические монографии Эйлера.

Он был прежде всего математиком, но он знал, что почвой, на которой расцветает математика, является практическая деятельность. Он оставил важнейшие труды по самым различным отраслям математики, механики, физики, астрономии и по ряду прикладных наук.

Трудно даже перечислить все отрасли, в которых трудился великий учёный.

Евклидова геометрия

- Точки Эйлера,
- Прямая Эйлера,
- Окружность Эйлера.

Теория графов

- Решение задачи о семи мостах Кёнигсберга

Топология

- Формула Эйлера для многогранников.

Вычислительная математика

- метод ломаных Эйлера, один из простейших методов приближённого решения дифференциальных уравнений, широко применявшийся до самых последних лет;

Комбинаторика

- Метод производящих функций.

Математический анализ

- Формула Эйлера
- Эйлеровы интегралы: бета-функция и гамма-функция Эйлера.

Механика

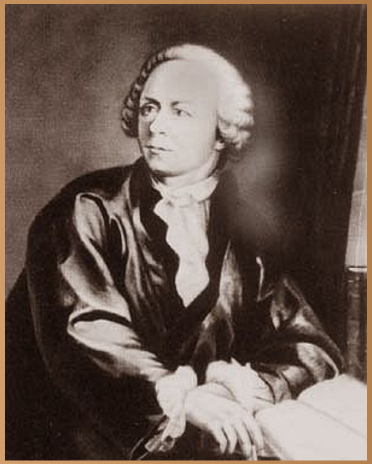
- Уравнения Эйлера, описывающими движение невязкой среды.
- Углы Эйлера при описании движения тел.

Инженерное дело

- Эвольвентный профиль в зубчатых передачах.

2. Периоды жизни.

- 15 апреля 1707 года, родился Леонардо Эйлер.
- 20 октября 1720 года, Эйлер стал студентом факультета искусств Базельского университета.
- 4 июня 1724 года, Эйлер произнёс по латыни великолепную речь о сравнении философских воззрений Декарта и Ньютона — и был удостоен учёной степени магистра.
- 5 апреля 1727 года, Эйлер навсегда покидает Швейцарию, по совету братьев Бернулли его пригласили стать адъюнктом по физиологии в Санкт-Петербурге.
- 1733 год. 26-летний Леонард Эйлер женился на дочери живописца Екатерине Гзель, которой в это время тоже было 26 лет.
- 1736 год. Издано двухтомное сочинение «Механика, или наука о движении, в аналитическом изложении».
- 1741 год. В соответствии с поданным Эйлером прошением, он был «отпущен от Академии» и утверждён почётным академиком. Он обещал по мере своих сил помогать Петербургской Академии — и действительно помогал весьма существенно все 25 лет, пока не вернулся обратно в Россию. В июне 1741 г. Леонард Эйлер с женой, двумя сыновьями и четырьмя племянниками прибыл в Берлин.
- 1757 год. Эйлер впервые в истории нашёл формулы для определения критической нагрузки при сжатии упругого стержня. Однако в те годы эти формулы не могли найти практического применения.



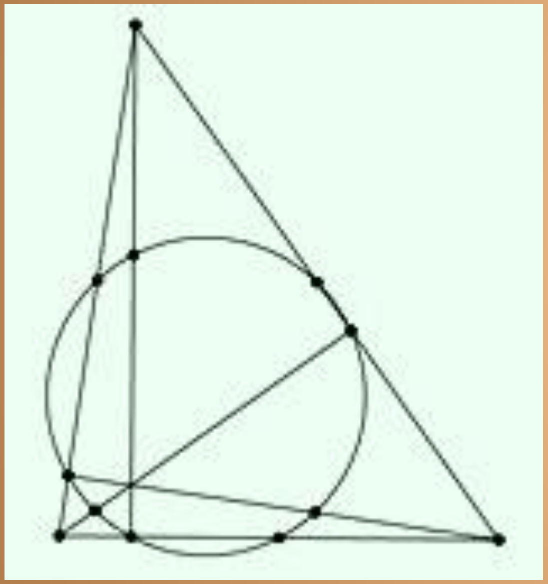
Леонардо Эйлер

2. Периоды жизни.

- 30 апреля 1766 года. Эйлер получает разрешение на выезд из Берлина в Россию.
- 1771 год. Сгорела библиотека со множеством трудов Леонардо Эйлера, но в течении некоторого времени Эйлер восстанавливает утраченные труды по памяти. В сентябре того же года в Санкт-Петербург прибыл известный немецкий окулист барон Венцель, который согласился сделать Эйлеру операцию — и удалил с левого глаза катаракту. Но вся операция заняла 3 минуты — и Эйлер снова стал видеть! Искусный окулист предписал беречь глаз от яркого света, не писать, не читать — лишь постепенно привыкать к новому состоянию. Эйлер нарушил эти наставления и на следующий день начал писать свои труды дальше, окончательно потеряв зрение.
- 1773 год. Умерла жена Эйлера.
- В сентябре 1783 г. учёный стал ощущать головные боли и слабость. 7 сентября после обеда, проведённого в кругу семьи, беседуя с А. И. Лекселем об недавно открытой планете Уран и её орбите, он внезапно почувствовал себя плохо. Эйлер успел произнести «Я умираю» — и потерял сознание. Через несколько часов, так и не приходя в сознание, он скончался от кровоизлияния в мозг. «Эйлер перестал жить и вычислять». Его похоронили на Смоленском кладбище в Петербурге. Надпись на памятнике гласила: «Леонарду Эйлеру — Петербургская Академия».

Надгробие Л. Эйлера. Гранитный саркофаг. 1837 г.

3. Окружность Эйлера



В геометрии треугольника **окружность девяти точек** — это окружность, проходящая через середины всех трёх сторон треугольника.

Она также называется **окружностью Эйлера**, окружностью Фейербаха, окружностью шести точек.

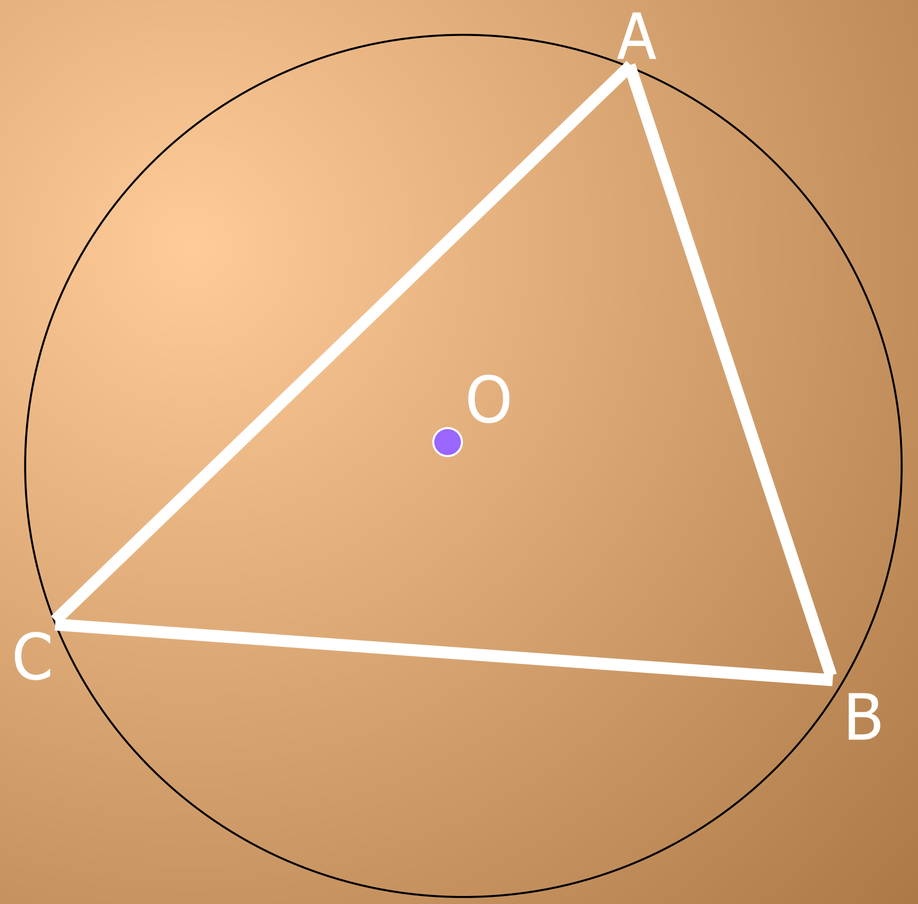
Окружность девяти точек получила такого название из-за следующей теоремы:

Теорема

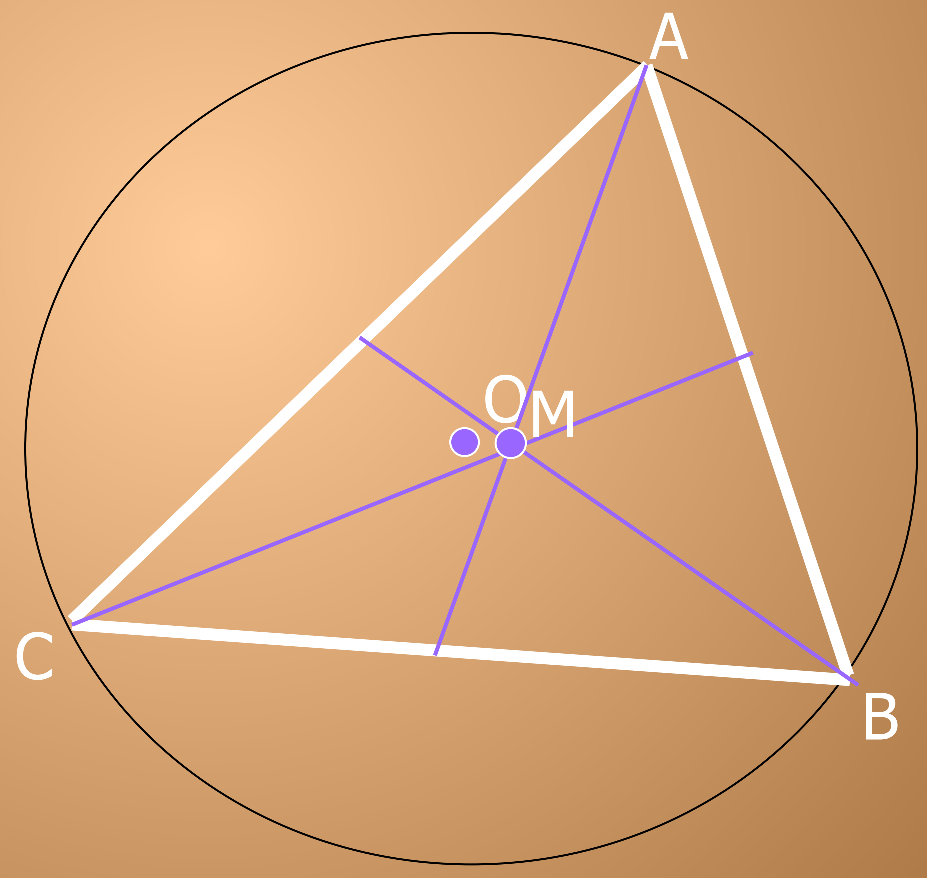
Основания высот, основании медиан и точки, расположенные на серединах отрезков от ортоцентра (точка пересечения высот) до вершин ттреугольника, лежат на одной окружности.

Прежде чем приступить к доказательству этой теоремы, обратим внимание на несколько простых, но полезных фактов, связанных с геометрией треугольника

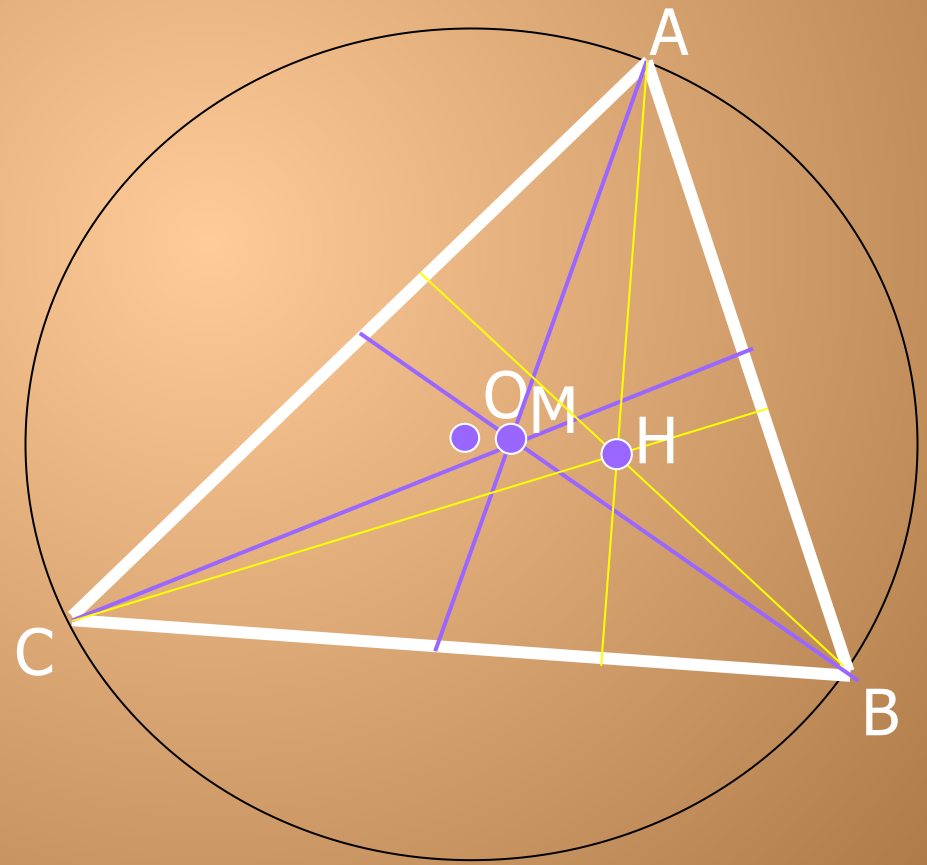
Пусть О центр окружности, описанной около треугольника АВС.



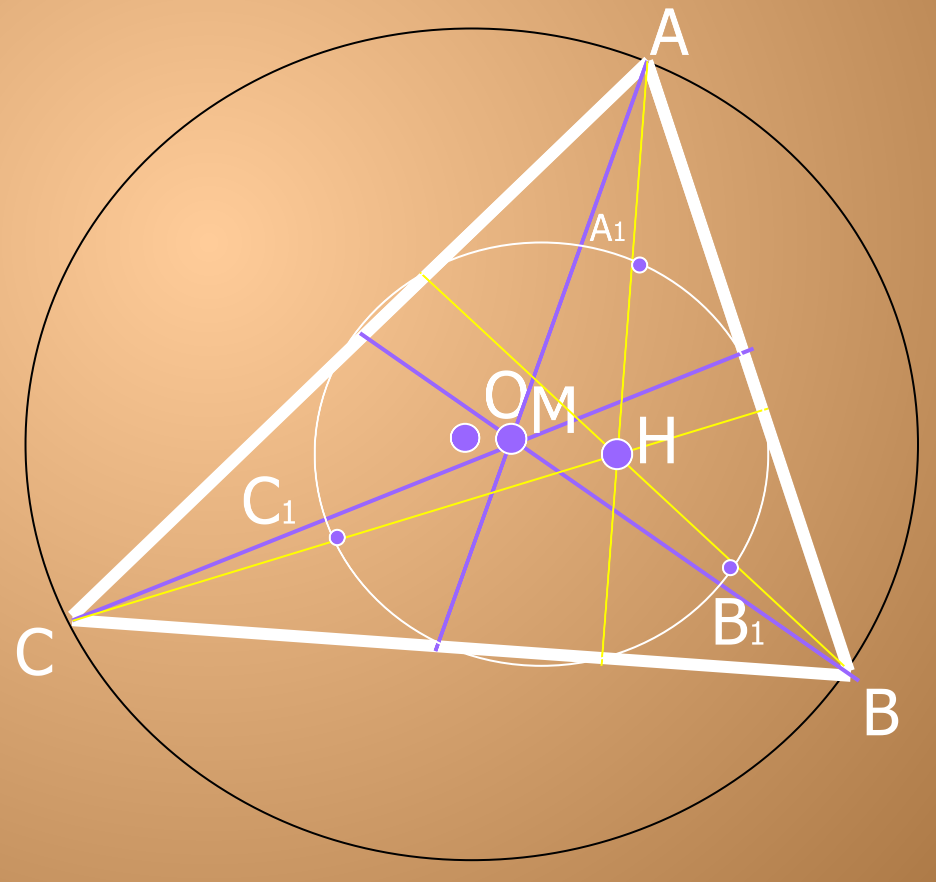
М – точка пересечения его медиан



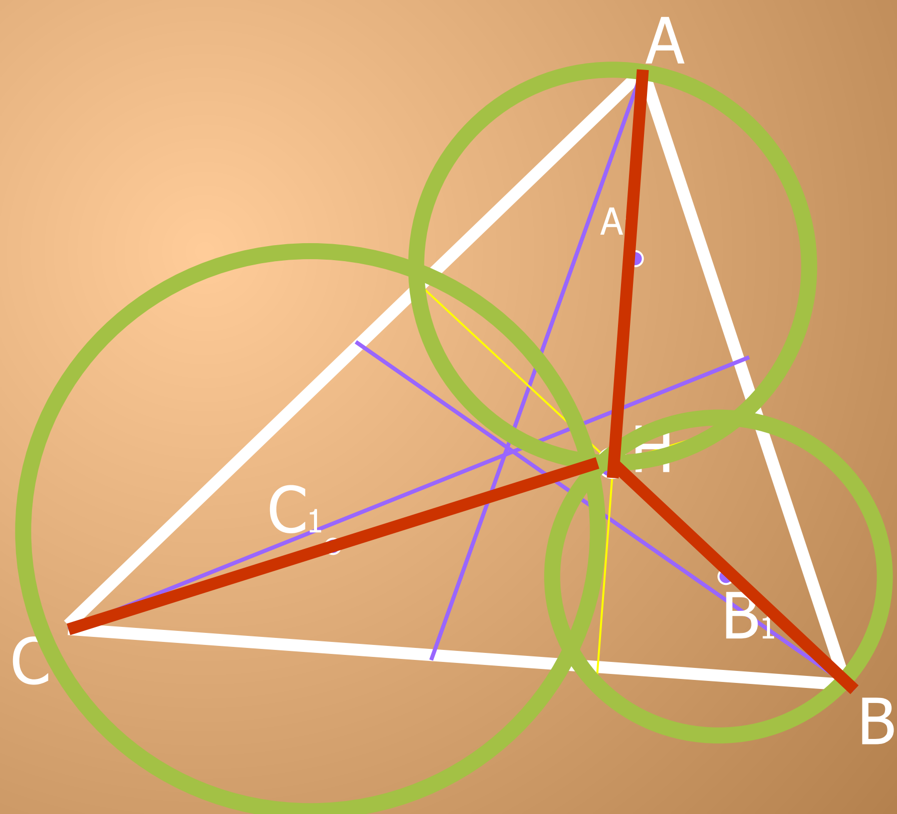
Даны высоты. Они пересекаются в точке Н.



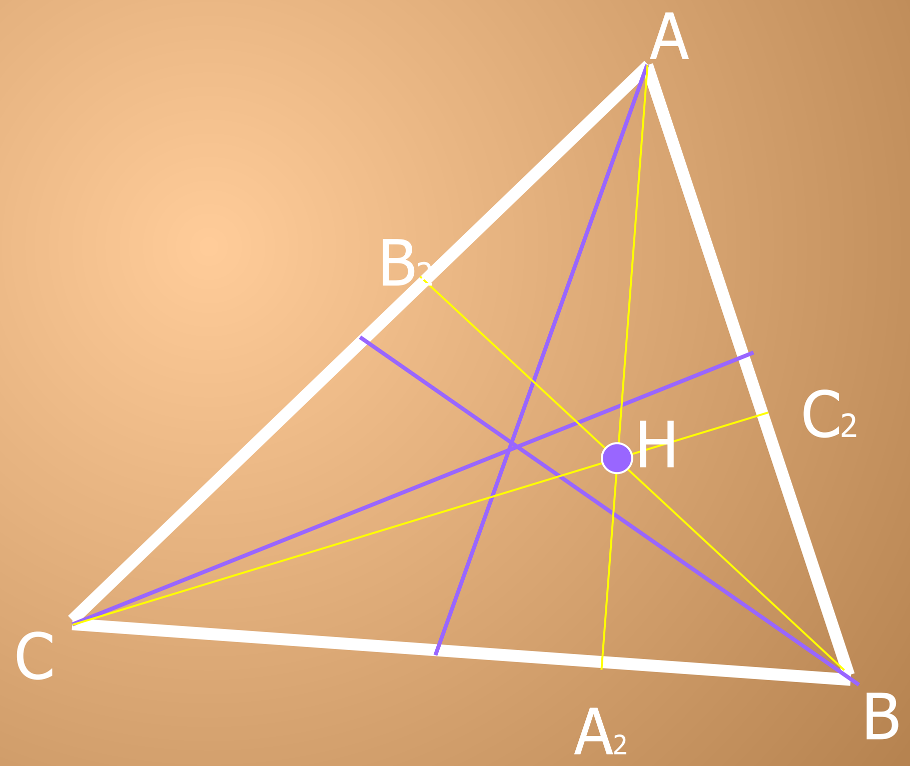
Вводится не вписанная окружность на которой находятся основания медиан и высот. А место соприкосновения высот с окружностью называются A_1, B_1 и C_1 соответственно.



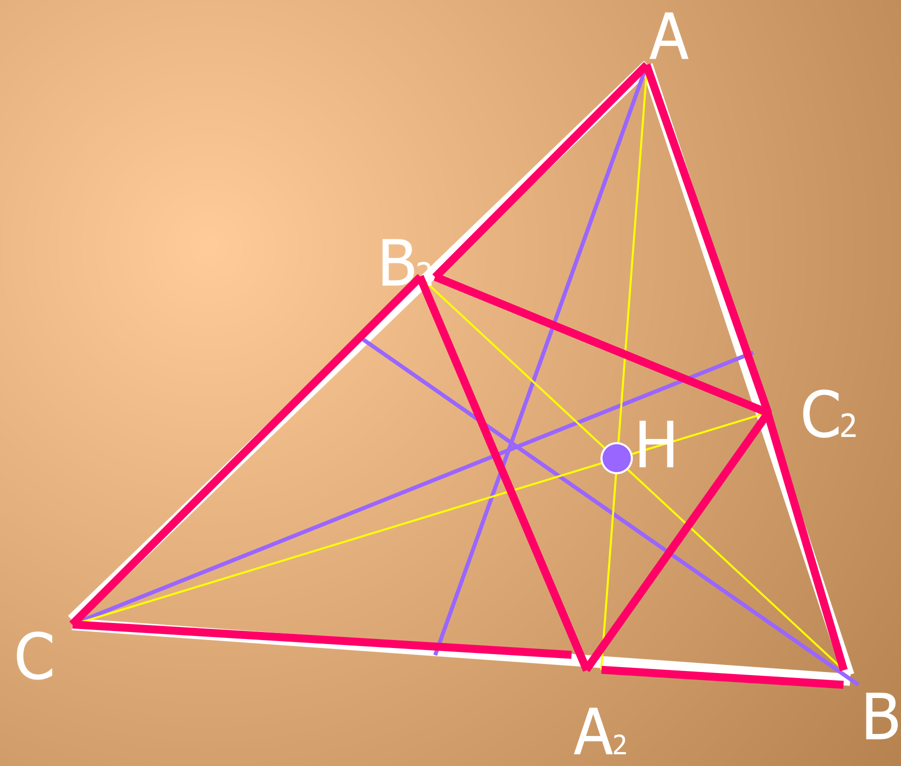
Точки A_1, B_1, C_1 являются центрами окружностей. Где AH, BH, CH являются диаметрами соответственно.



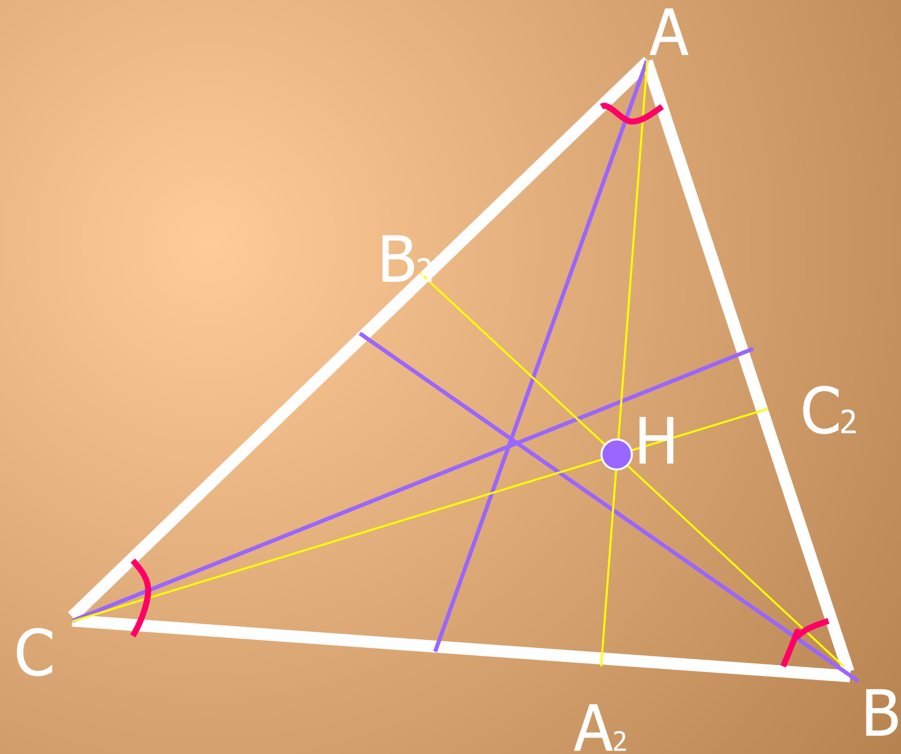
Основания высот обозначим A_2, B_2, C_2 соответственно.



Треугольники AB_2C_2, A_2BC_2, A_2B_2C подобны между собой и подобны исходному треугольнику ABC.



Пусть A, B и C величины углов треугольника ABC.

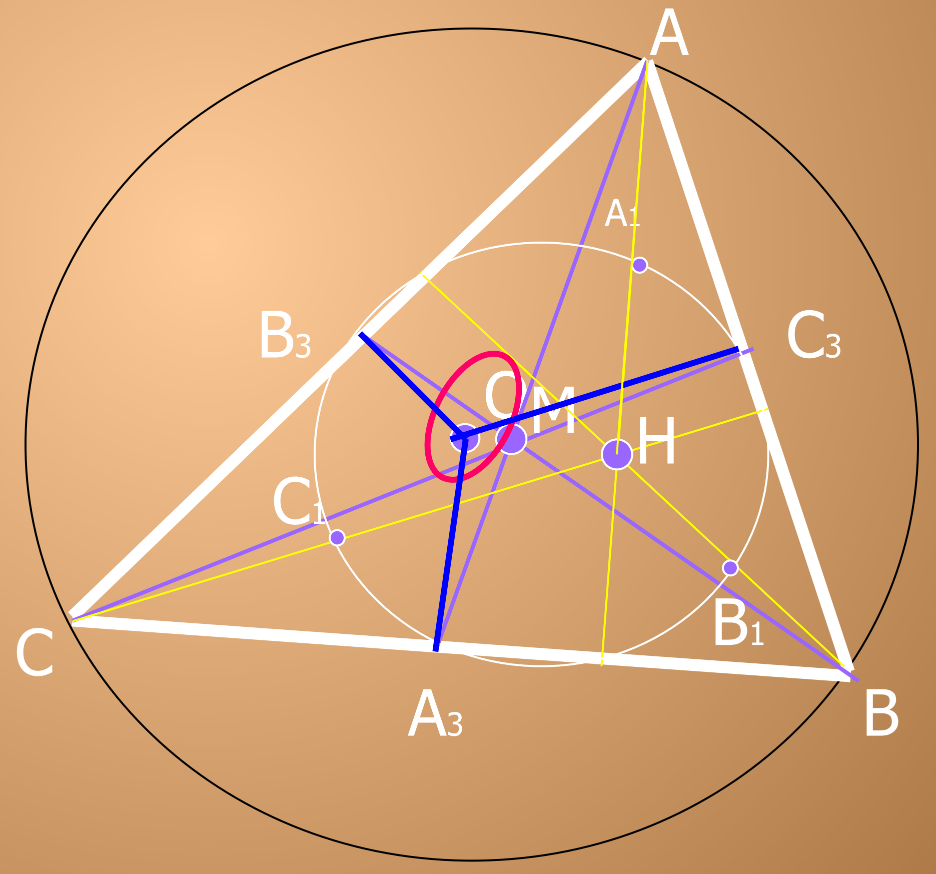


Пусть A_3, B_3, C_3 основания медиан.

Расстояние от точки О до каждой стороны треугольника…

Вдвое меньше чем расстояние от противоположной вершины до ортоцентра

На рисунке видно, что OA_3 в два раза меньше АН, следовательно $|A_3O|=|AH|\backslash 2$, $|B_3O|=|BH|\backslash 2$, $|C_3O|=|CH|\backslash 2$

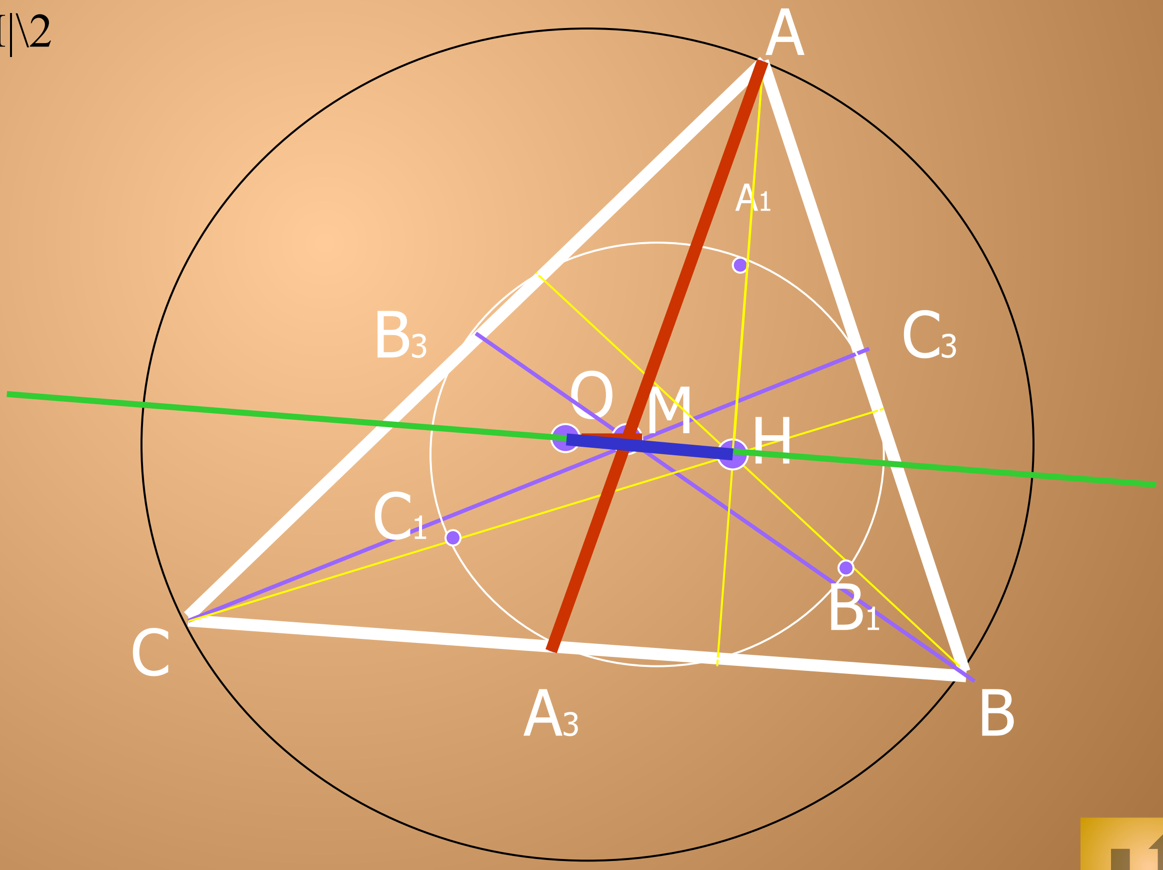


Прямая Эйлера.

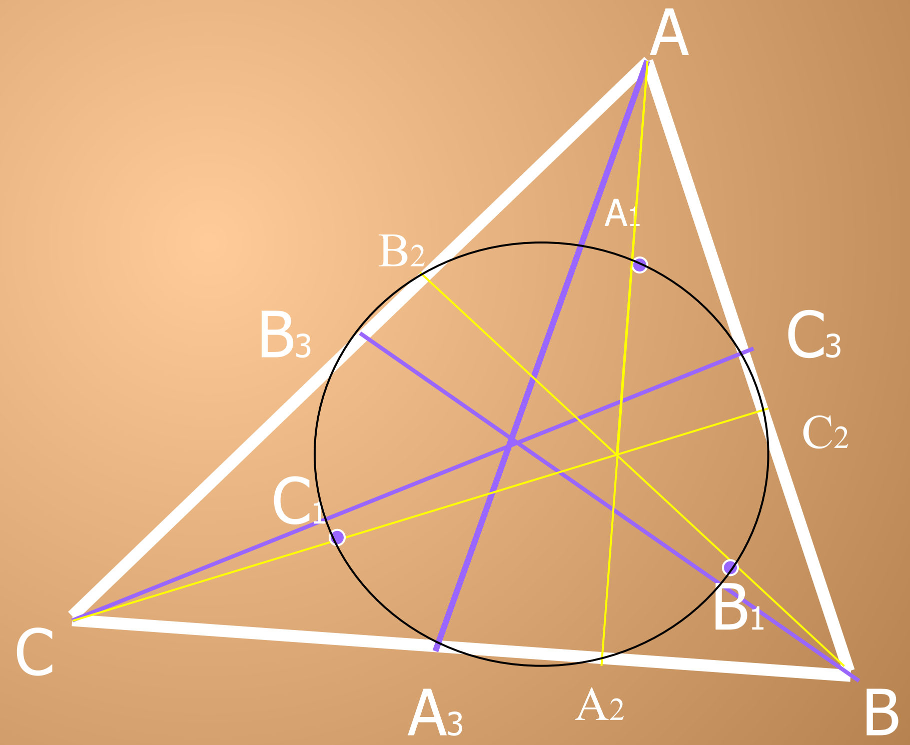
Из прошлого утверждения ($|A_3O|=|AH|\backslash 2$, $|B_3O|=|BH|\backslash 2$, $|C_3O|=|CH|\backslash 2$) следует, что точки O, M, H лежат на одной прямой.

Поскольку прямая OH делит медиану AA_3 в том же отношении что и точка M эта прямая носит название «Прямая Эйлера»

Легко видеть, что $|OM|= |OH|\backslash 2$



Докажем теперь, что точки A1, B2, B3, C1, A3, A2, B1, C2, C3 лежат на одной окружности.

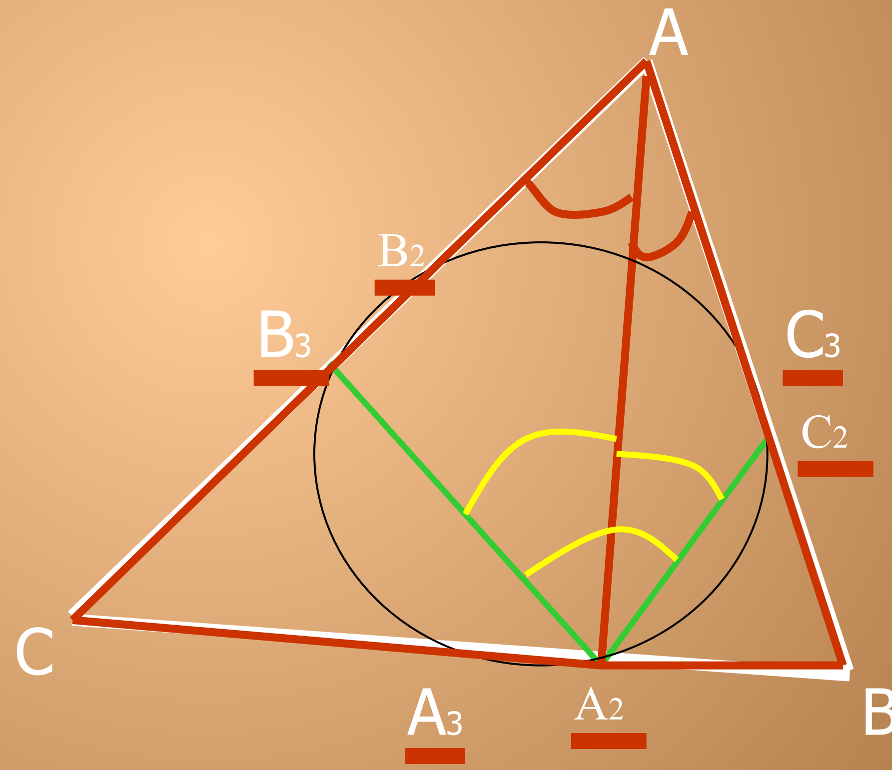


Сначала заметим что точки B_3, A_3, A_2, C_2 лежат на одной окружности поскольку B_3A_2 и C_2A_2 медианы прямоугольных треугольников AA_2C и AA_2B проведенных на гипотенузы, и следовательно,

$<B_3A_2C_2=<B_3A_2A+<AA_2C_2=<A_2AB_3+<A_2AC_2$

Абсолютно аналогично доказывается, что точки B_3, A_3, A_2, C_2 лежат на одной окружности и что точки C_3, A_3, B_3, C_2 лежат на одной окружности.

Таким образом шесть точек лежат на окружности A_2, B_2, C_3, A_3, B_3, C_2.

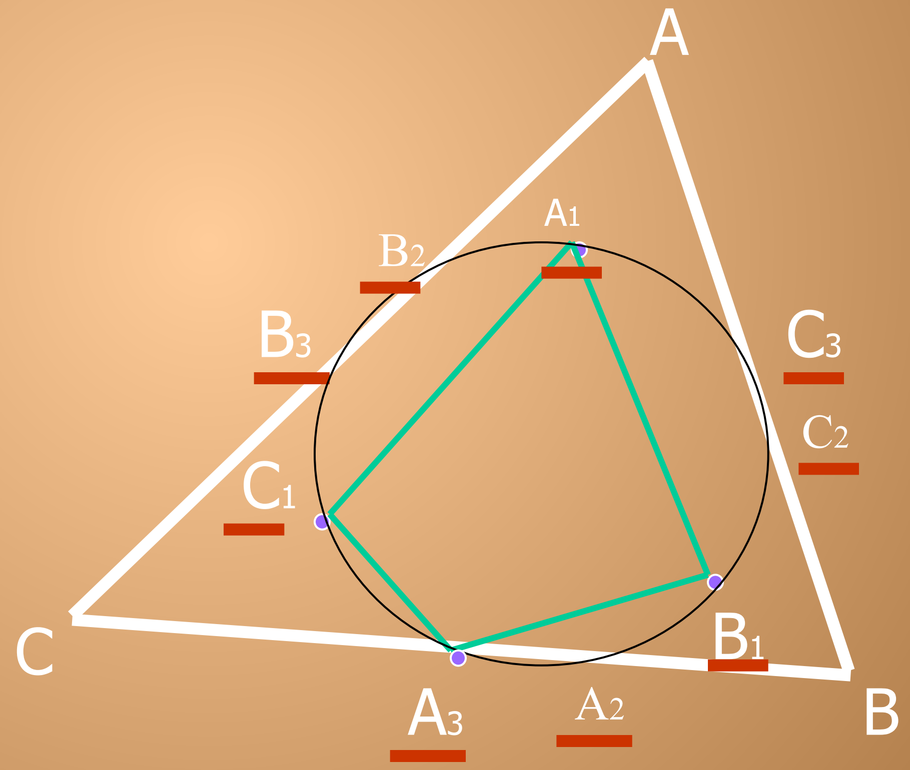


С другой стороны, если мы рассмотрим четырехугольник $A_1B_1A_3C_1$ и выразим какие то два его угла через углы A, B, C мы убедимся, что их сумма равна 180°.

Отсюда следует что четырехугольник $A_1B_1A_3C_1$ вписанный. Таким образом, шесть точек A_1, B_1, C_1, A_3, B_3, C_3 также лежат на одной окружности.

Значит все девять точек A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, A_3, B_3, C_3 лежат на одной окружности.

Теорема Эйлера доказана.



5. Применение свойств окружности Эйлера и прямой Эйлера.

Задача 1

Доказать, что радиус окружности, проведенной через две вершины ортоцентр непрямоугольного треугольника, равен радиусу окружности, описанной около этого треугольника.

- Решение при помощи свойств окружности Эйлера или при помощи симметрии).

Задача 2.

Точка O_1 симметрична центру O описанной около треугольника ABC окружности относительно стороны BC. Докажите, что прямая Эйлера треугольника ABC проходит через середину отрезка AO_1.

- Решение по свойству точки пересечения медиан.

Задача 3.

В треугольнике ABC проведена медиана AA1 и высоты BB_2 и CC_2. Докажите, что касательная к описанной около него окружности в точке A и касательная к его окружности Эйлера в точке A_1 и прямая B_2C_2 параллельны друг другу. (решение при помощи подобия и свойств окружности Эйлера).

- Ряд задач нами составлен самостоятельно.

Задача 4.

В окружность Эйлера треугольника ABC вписан треугольник, подобный данному. Сторона BC = a см. Найти сходственную сторону этого вписанного треугольника.

- Решение при помощи свойств окружности Эйлера и центрального подобия.

Задача 6.

Дан неравносторонний треугольник ABC и описанная вокруг него окружность, а также треугольник $A_1B_1C_1$, вершина которого лежит в центре описанной окружности, а ортоцентр треугольника ABC является серединой противолежащей стороны $A_1B_1C_1$. Доказать, что точки пересечения медиан этих треугольников ABC или совпадают, или симметричны относительно центра окружности Эйлера.

- Решение при помощи свойств прямой Эйлера и свойств точки пересечения медиан.

6. Литература

1. *Глейзер Г.И.* История математики в школе IX–X классы – М.; Просвещение, 1983.

2. Замечательные ученые. Под ред. Капицы С.П. – М.; издательство «Наука», 1980.

3. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия. Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005.

4. *Стройк Д.Я.* Краткий очерк Истории математики. – М.; издательство «Наука», 1969.

5. *Юшкевич Ф.П.* История математики в России. – М.; издательство «Наука», 1968.

6. *Яковлев А.Я.* Леонард Эйлер. – М.; Просвещение, 1983