Элементы комбинаторики

9 класс (1 урок по теме)

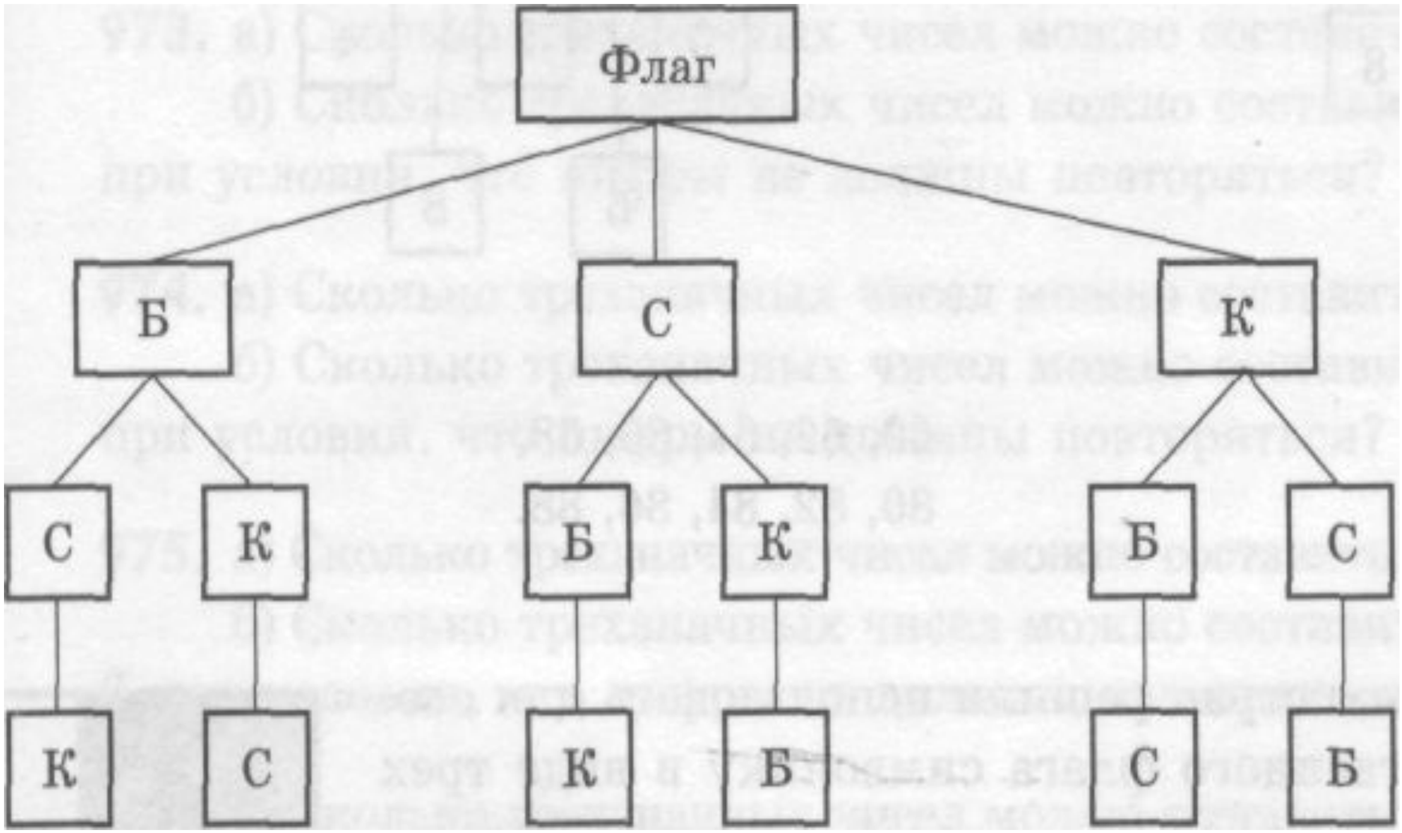
Мачина Т.В. – учитель математики МБОУ «СОШ № 29 г.Владимира»

Комбинаторика – это раздел математики, посвящённый задачам выбора и расположения предметов из раздела множеств.
Типичной задачей комбинаторики является задача перечисления комбинаций, составленных из нескольких предметов.

Вспомним несколько примеров таких задач

1.Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде 3-х горизонтальных полос одинаковых по ширине и цвету: синий, красный и белый. Сколько стран могут испытать такую символику при условии, что у каждой страны свой отличный от других флаг?

Будем искать решение с помощью дерева возможных вариантов.



- Ответ : 6 комбинаций

2.Сколько чётных двузначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,4,5,9.

- Составим таблицу: слева от 1 – го столбца поместим первые цифры искомых чисел, сверху – вторые цифры этих чисел (чётные цифры, тогда столбцов будет три).

Так в столбце перечислены все возможные варианты, следовательно, их столько же, сколько клеток в столбце, т.е. 15.

	0	2	4
1	10	12	14
2	20	22	24
4	40	42	44
5	50	52	54
9	90	92	94

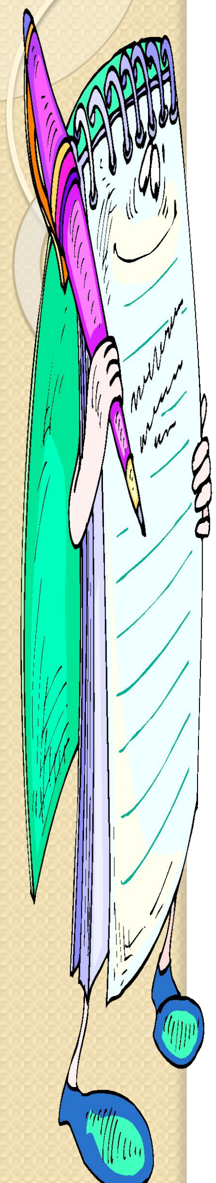
Ответ: 15 чисел

3.На завтрак Вова может выбрать плюшку, бутерброд, пряник или кекс, а запить их может кофеем, соком или кефиром. Из скольких вариантов завтрака Вова может выбирать?

- *Решим задачу, перебирая всевозможные варианты, путем кодирования вариантов завтрака*

Решение:	КП	КБ	КПр	КК
	СП	СБ	СПр	СК
	К-рП	К-рБ	К-рПр	К-рК

Ответ: 12 вариантов.



- Во всех задачах был осуществлён перебор всех возможных вариантов или комбинаций. Поэтому эти задачи называют **комбинаторными.** Слово комбинация происходит от латинского ***combino*** – соединяю.

- Действительно при получении любой комбинации мы составляем её из отдельных элементов последовательно соединяя их друг с другом. С этой точки зрения: число – это комбинация цифр, слово – это комбинация букв, меню – это комбинация блюд.
- Во всех предложенных задачах для подсчёта числа комбинаций мы использовали простой способ подсчёта – прямое перечисление (опираясь на «дерево возможных вариантов», таблицу, кодирование). Но способ перебора возможных вариантов далеко не всегда применим, ведь количество комбинаций может исчисляться миллионами.

- Здесь на помощь приходят несколько замечательных комбинаторных правил, которые позволяют подсчитать количество комбинаций без их прямого перечисления.

- Мы рассмотрели примеры 3-х разных задач, но получили совершенно одинаковые решения, которые основаны на общем **правиле умножения**:
- ***Пусть имеется n элементов и требуется выбрать из них один за другим К элементов. Если первый элемент*** m_1 ***выбрать*** n_1 ***способами, после чего второй элемент*** m_2 ***выбрать*** n_2 ***способами из оставшихся, затем третий элемент*** m_3 ***выбрать*** n_3 ***способами из оставшихся и т.д., то число способов могут быть выбраны все к элементов, равно произведению***
- Примени это правило к каждой из решённых задач.
- 1-я задача: выбор верхней полосы - из 3-х цветов, т.е. $n_1=3$; средняя полоса – из 2-х цветов, т.е. $n_2=2$; нижняя полоса – из 1-го цвета, т.е. $n_3=1$.
- $n_1 n_2 n_3$ ***= 3 * 2 * 1 = 6***
- 2-я задача: заметим, что в этой задаче задействованы два независимых исхода, поэтому m n = 5 *3 = 15

Решение задач в классе :
№ 714, 716,718(а),721

- №714.
- В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник — и четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из первого и второго блюд, которые может заказать посетитель. Проиллюстрируйте ответ, построив дере во возможных вариантов.

- **Решение.**
- Что бы указать все обеды из двух блюд, будем рассуждать так.
- Выберем одно блюдо (борщ) и будем добавлять к нему поочерёдно разные вторые блюда, получая пары:
- Б г; б к; б с; б п (4 пары).
- Теперь в качестве первого блюда выберем рассольник и будем добавлять к нему поочерёдно разные вторые блюда:
- Рг; р к; р с; р п (4 пары).
- **Согласно правилу комбинаторного умножения всего обедов: 2*4=8.**
- Построив дерево возможностей, получим 8 вариантов.
- *Ответ: б г; б к; б с; б п; р г; р к; р с; р п.; получим восемь разных обедов из двух блюд.*

- **№ 716**

Стадион имеет четыре входа: *A*, *B*, *C* и *D*. Укажите все возможные способы, какими посетитель может войти через один вход, а выйти через другой. Сколько таких способов?

- **Решение.**
- Из условия ясно, что порядок выбора имеет значение: АВ означает, что посетитель вошёл через А и вышел через В, а ВА означает, что вошёл через В, а вышел через А.
- Чтобы перечислить все варианты выбора двух входов, будем придерживаться следующего правила.
- Выпишем обозначения всех входов в ряд: А, В, С, Д. Берём первый вход и дописываем к нему поочерёдно каждый из остальных входов, получаем 3 пары: А В, А С, А Д.
- Берём второй вход и дописываем к нему поочерёдно каждый из остальных входов, кроме него самого начиная с начала ряда, т. е. с первого входа: ВА, ВС, ВД.
- Выбирая третий, а затем четвёртый вход, получаем СА, СВ, СД; ДА, ДВ, ДС.
- **Общее количество способов выбора: 4*3=12 (к каждому из 4 входов мы дописывали 3 других).**
- Замечание. Подсчитать количество способов выбора, не составляя пары, можно по правилу произведения: первый выбор (через какой вход войти) можно сделать 4 способами (А, или В, или С, или Д); после этого второй выбор (через какой вход войти) можно сделать 3 способами (любой вход, кроме того, через который вошли). Общее количество выбора равно 4*3=12.
- *Ответ*: 12 способов.

- **№718.**
- Составьте все возможные двузначные числа из указанных цифр, используя в записи числа каждую из них не более одного раза:
- а) 1, 6, 8;

- **Решение.**
- а) Выбираем поочерёдно:16, 18, 61, 68, 81, 86.
- Всего 6 различных чисел

- **№721.**

В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?

- **Решение.**

Поскольку каждая пара участников играла между собой только один раз, порядок выбора не имеет значения (когда Иванов играл с Петровым, это то же самое, что Петров играл с Ивановым).

Выбрать первого участника партии можно 9 способами, а второго- 8 оставшимися способами; по правилу произведения всего можно образовать 9*8=72 пары,

но в это число каждая пара входит дважды: сначала Иванов-Петров, затем Петров- Иванов.

Поскольку порядок выбора не имеет значения, то общее количество партий равно .

- *Ответ*: 36 партий.

- **Дома**:   №715,717,723,
- найти сообщение из истории комбинаторики